

TOR ESO: Sentit socioemocional

Consideracions generals.....	1
Blocs de sabers.....	2
Creences, actituds i emocions.....	2
Sabers.....	2
Descripció i orientacions.....	3
Reflexions inicials.....	3
Comentaris sobre les connexions.....	4
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació.....	4
Observacions sobre alguns sabers específics.....	4
Recursos i activitats.....	17
Treball en equip i presa de decisions.....	36
Sabers.....	36
Descripció i orientacions.....	36
Reflexions inicials.....	36
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació.....	36
Observacions sobre alguns sabers específics.....	36
Recursos i activitats.....	39
Recursos i activitats generals per al bloc de sabers.....	39
Recursos i activitats per treballar sabers concrets.....	39
Blocs de competències: processos matemàtics i gestió socioemocional.....	45
Resolució de problemes (CE 1 i CE 2).....	46
Sabers.....	46
Recursos.....	46
Raonament i prova (CE 3 i CE 4).....	47
Sabers.....	47
Recursos.....	47
Connexions amb altres parts de la matemàtica (CE 5).....	48
Sabers.....	48
Recursos.....	48
Connexions amb altres matèries i amb l'entorn (CE 6).....	48
Sabers.....	49
Recursos.....	49
Comunicació i representació (CE 7).....	49
Sabers.....	50
Recursos.....	50
Gestió socioemocional (CE 8 i CE 9).....	50
Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 8.....	51
Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 9.....	52

Consideracions generals

Segons el currículum, el sentit socioemocional integra destreses que haurien de permetre a l'alumnat autogestionar les seves emocions, consolidar actituds més eficients cap al treball matemàtic i conformar un sistema de creences que en particular erradiqui determinats mites preconcebuts, tant sobre les matemàtiques i el seu aprenentatge com sobre falses limitacions innates o per motius de gènere, de manera que tot plegat els ajudi tant a establir i aconseguir metes com a augmentar la seva capacitat de prendre decisions responsables i informades i participar de forma activa en el seu aprenentatge.

La necessitat d'atendre els aspectes socioemocionals a la classe de matemàtiques i de contribuir a desenvolupar habilitats en aquest sentit ha estat tinguda en compte per la majoria del professorat des de fa temps tot subratllant la necessitat de bastir una relació positiva de l'alumnat amb les matemàtiques, de construir interès i autoconfiança en les possibilitats pròpies i dels altres en les tasques matemàtiques, i de cuidar el treball en equip i el conjunt d'emocions que s'hi posen en joc. En la cinquena conclusió del [Congrés Català d'Educació Matemàtica](#), C²EM, 2016, es deia: «Tant el plantejament com la gestió de les pràctiques educatives han de fer-les motivadores, promoure la interacció i tenir en compte la incidència de les actituds i les emocions». En el repte setè dels que es van definir en el [C²EM 2020](#), es deia: «Treballarem per canviar preconceptes socials arrelats, com “les matemàtiques són difícils” o “això per a què serveix?”, per altres expressions com “tothom serveix per a les matemàtiques” o “les matemàtiques ens ajuden a interpretar el món”». L'actual currículum subratlla la rellevància del sentit socioemocional, l'enllaça amb les competències específiques CE 8 i CE 9 i estableix la necessitat que sigui present a tota l'educació matemàtica.

La competència CE 8 se centra en el desenvolupament d'habilitats personals com l'autoregulació, per gestionar emocions, aprendre dels errors i veure la incertesa com una oportunitat per gaudir d'aprendre matemàtiques. Aquesta competència està molt relacionada amb el primer bloc de sabers que compon aquest sentit: «Creences, actituds i emocions».

D'altra banda, la competència CE 9 se centra en el desenvolupament de destreses socials com la cooperació, participant activament en equips inclusius, reconeixent la diversitat i valorant les aportacions d'altres per compartir i construir coneixement matemàtic de manera col·lectiva. Aquesta competència està molt relacionada amb el segon bloc de sabers que compon aquest sentit: «Treball en equip i presa de decisions».

L'aprenentatge socioemocional emergeix com una necessitat important en els sistemes educatius. En aquest context, l'educació matemàtica pot contribuir significativament a la formació socioemocional de l'alumnat i, a la inversa, atendre els aspectes socioemocionals (tant la gestió socioemocional per part del professorat a l'aula com l'adquisició d'habilitats socioemocionals per part de l'alumnat) pot millorar l'aprenentatge matemàtic.

La destresa socioemocional i la seva gestió permeten abordar els diferents aspectes de l'aprenentatge, minimitzant barreres i bloquejos. Identificar i gestionar les emocions, així com les idees preconcebudes o els prejudicis respecte al treball matemàtic, pot ajudar l'alumnat a assolir èxits personals en el desenvolupament dels diversos processos matemàtics, la resolució de problemes, el raonament, l'establiment de connexions, i la comunicació i representació.

El sentit socioemocional està constantment present en l'educació matemàtica, i els sabers que s'estableixen en el currículum han de ser tinguts en compte al llarg de tots els cursos de manera sostinguda. Per aquesta raó, s'ha optat per fer una proposta de concreció d'aquests sabers que sigui transversal als quatre cursos de l'ESO. Així mateix, la transversalitat de la proposta és compatible amb el fet de poder posar l'accent en uns sabers o altres, segons el moment, el tipus d'activitat que es fa, l'alumnat, el curs, etc. Cal subratllar alguns aspectes que matisen aquesta transversalitat, ja que se situen en moments concrets:

- A 1r d'ESO cal posar èmfasi en els aspectes socioemocionals que fan referència a la transició entre primària i secundària per tal d'assegurar un acolliment amable; així, per exemple, l'atenció i el suport socioemocionals del professorat haurien d'afavorir que l'alumnat identifiqui i sobretot posi en valor el fet que hi ha diferents preparacions prèvies, diferents maneres de treball matemàtic a les quals cadascú està acostumat, i que en conseqüència hi ha diversos estils d'aprenentatge, diferents idees preconcebudes entorn de les matemàtiques... I tot plegat, amb la finalitat que aquesta posada en valor condueixi a la presa de consciència de les creences sobre les pròpies habilitats matemàtiques i sigui el punt de partida per a reflexions de millora individual. Convé fer possible una transició plàcida i serena.
- Les incorporacions de persones nouvingudes en qualsevol moment de l'ESO també comporten una atenció socioemocional en l'aprenentatge i ensenyament de les matemàtiques per assegurar un acolliment suau i serè. Podríem fer les mateixes consideracions que en el cas de primer curs.
- Adaptacions a perfils concrets d'alumnes. El sentit socioemocional, per definició, va molt lligat a aspectes personals que són diferents per a cada alumne. Convé intentar adaptar el treball entorn dels sabers propis d'aquest sentit a les necessitats, actituds, habilitats, creences prèvies, potencialitats i emocions de cada alumne concret.
- A 4t d'ESO és important donar suport, també des de les matemàtiques, a una orientació adequada de cada alumne per enfocar els seus estudis postobligatoris o les seves activitats laborals.

Els sabers que es detallen a continuació són aspectes importants per al desenvolupament del sentit socioemocional en matemàtiques, estan molt interrelacionats entre ells i necessàriament s'han de treballar de manera conjunta i integrada en l'educació matemàtica.

Blocs de sabers

Creences, actituds i emocions

Sabers

- A. Curiositat i interès envers el coneixement matemàtic.
- B. Implicació i iniciativa en activitats matemàtiques, siguin escolars o organitzades per entitats externes.
- C. Consciència de l'aprenentatge matemàtic que es va fent i de com es va aprenent.
- D. Autoconfiança en les pròpies possibilitats respecte al treball matemàtic i perseverança i resiliència en el seu aprenentatge.
- E. Convicció que tothom pot reeixir en el treball matemàtic, superant qualsevol idea limitadora, independentment del context sociocultural i personal, i tenint especialment en compte la perspectiva de gènere.
- F. Constància en la resolució de problemes, establint i millorant estratègies de manera creativa i flexible, i valorant els resultats en el seu context.
- G. Consciència que en la resolució d'un problema emergeixen emocions diverses, gratificants o angoixants, la gestió de les quals és rellevant per arribar a la solució.
- H. Satisfacció per l'èxit en la resolució de reptes matemàtics, interpretant-lo com una oportunitat per generar noves preguntes.
- I. Acceptació de l'error en l'aprenentatge de les matemàtiques, veient-lo com una oportunitat per aprendre més, en comptes d'un obstacle.
- J. Assumpció del fet que el raonament és un component imprescindible en les matemàtiques.
- K. Valoració de la importància d'utilitzar correctament les representacions i el llenguatge matemàtic per a una bona comunicació.

- L. Interès per establir connexions entre conceptes matemàtics amb altres disciplines i per analitzar i comprendre el món amb una mirada matemàtica.
- M. Apreciació de l'interès dels processos de modelització com a forma atractiva d'enllaçar les matemàtiques amb la realitat sobre la qual es vol actuar.
- N. Gaudi del plaer de resoldre reptes propis de la matemàtica recreativa.
- O. Valoració d'aportacions matemàtiques realitzades per persones, dones i homes, en llocs diversos i en diferents moments de la història.
- P. Percepció de la matemàtica com una part crucial del patrimoni cultural de la humanitat, tant per la seva funció instrumental com per l'harmonia, la bellesa i la potència del seu cos de coneixement.

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

Aquest bloc de sabers fa referència, d'una banda, tant a la presa de consciència i gestió de les pròpies emocions com al desenvolupament de les habilitats i destreses relacionades amb la intel·ligència emocional i amb les actituds; d'altra banda, fa referència també a la consolidació d'un sistema de creences que cooperi en l'aprenentatge d'altres sabers.

Com s'afirma en el llibre *Matemáticas para aprender a pensar el papel de las creencias en la resolución de problemas* (Vila & Callejo, 2004), cal tenir en compte que les creences, per si mateixes, són generadores de determinades actituds. Tant les unes com les altres solen originar-se a partir d'intenses experiències personals, molt probablement relacionades amb l'entorn escolar, o bé a partir de la convivència o l'exposició a mites o influències de l'entorn social i familiar. Aquest fet dificulta generar o modificar aquestes actituds només mitjançant la motivació o l'exposició dels seus beneficis, o fins i tot amb l'atenció socioemocional dels docents. Pel que fa a la voluntat de modificar creences, una intervenció basada únicament en la informació, per molt ben argumentada que estigui, no sol ser eficient. Les creences estan fortament estructurades en sistemes resistents i, en la majoria dels casos, no es basen en aspectes lògics, cosa que fa encara més complexa la seva modificació de manera aïllada. Tanmateix, el que sí que pot afavorir l'aprenentatge dels sabers socioemocionals són les intervencions globals i a llarg termini. Aquestes han de basar-se en experiències riques, treballades a fons i, sobretot, en vivències significatives que connectin amb els alumnes. És fonamental que els docents es presentin de manera convincent i actuïn de forma coherent amb els valors que volen transmetre respecte de les matemàtiques, perquè els estudiants els percebin com a referents creïbles i influents en el seu aprenentatge.

Tal com s'ha indicat en les consideracions generals, la importància d'aquest bloc de sabers en l'educació matemàtica ja es reconeixia quan en la cinquena conclusió del [Congrés Català d'Educació Matemàtica 2016](#) s'afirmava: «Tant el plantejament com la gestió de les pràctiques educatives han de fer-les motivadores, promoure la interacció i tenir en compte la incidència de les actituds i les emocions».

Els sabers d'aquest bloc de Creences, actituds i emocions s'han estructurat en tres grups entorn de:

- L'aprenentatge matemàtic en general, que comprèn els sabers entre **#SOE.CE.A** i **#SOE.CE.E**.
- La resolució de problemes, que comprèn els sabers entre **#SOE.CE.F** i **#SOE.CE.I**.
- Els processos matemàtics i la matemàtica en general, que comprèn els sabers entre **#SOE.CE.J** i **#SOE.CE.P**.

Cal assenyalar que el **saber #SOE.CE.D** i el **saber #SOE.CE.E** tenen un ampli espai de superposició. Hi ha raons que han motivat la seva especificació independent, sense que això impliqui la necessitat de treballar-los de manera separada. D'una banda, el **saber #SOE.CE.D** se centra en l'apreciació que l'alumne té de si mateix, posant l'atenció en la percepció pròpia de les fortaleses i dificultats en relació amb l'aprenentatge de les matemàtiques; en canvi, el **saber #SOE.CE.E** inclou la mirada «cap a les altres persones» en aquest mateix context. D'altra banda, el **saber #SOE.CE.D** posa l'atenció en l'autoconfiança de

l'alumnat respecte a l'aprenentatge de les matemàtiques, mentre que el **saber #SOE.CE.E** aborda explícitament els estereotips i prejudicis, un tema que el currículum destaca de manera especial.

Comentaris sobre les connexions

La naturalesa d'aquests sabers exigeix que es treballin de manera integrada en totes les activitats matemàtiques. Segons el tipus d'activitat, es poden enfocar més directament uns sabers que d'altres, però tots han de ser tinguts en compte. Per aquest motiu, no s'han explicat enllaços amb sabers concrets d'altres sentits, tot i que en la redacció s'ha procurat destacar processos matemàtics i aspectes específics de la matemàtica.

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

Aquests sabers han de tenir una presència constant al llarg de tots els cursos de l'ESO i requereixen una atenció contínua. Per aquesta raó, no s'han identificat sabers essencials ni d'ampliació.

Observacions sobre alguns sabers específics

Tot seguit es fan observacions sobre els diferents sabers d'aquest bloc.

A. Curiositat i interès envers el coneixement matemàtic.

La curiositat i l'interès de l'alumne per les matemàtiques i les actituds que té en el seu aprenentatge poden estar molt condicionades per les seves vivències escolars anteriors, pels comentaris i les opinions que ha pogut sentir del seu entorn, per estereotips socials... Per això, especialment (però no exclusivament) a 1r d'ESO, curs en què s'incorpora a l'educació secundària, serà important tenir en compte:

- Com es veu, en la seva relació amb les matemàtiques?
- Mostra interès per les matemàtiques? Té curiositat per la matèria?
- Quina concepció té sobre les matemàtiques o l'activitat matemàtica?

Els docents han d'acompanyar de manera propera i atenta cada alumne en el seu trajecte d'aprenentatge matemàtic aportant confiança i serenor, compartint el seu gust per la matemàtica i contribuint a construir una mentalitat de «creixement», en el sentit que descriu Jo Boaler a *Mentalidades matemáticas* (Boaler, 2020).

És essencial vincular l'aprenentatge amb les idees de repte, intriga i curiositat, ja que aquestes poden esdevenir la base d'una motivació continuada, de l'interès, la necessitat i la capacitat per poder arribar a donar resposta a les qüestions matemàtiques plantejades, sovint en forma de situacions d'aprenentatge.

B. Implicació i iniciativa en activitats matemàtiques, siguin escolars o organitzades per entitats externes.

La implicació de l'alumnat en les activitats matemàtiques és clau per al seu aprenentatge. Un element que propicia aquesta implicació és l'atenció personal i sincera del professorat. Serà interessant crear un ambient d'empatia en el qual l'estudiant se senti a gust, per tal d'afavorir una motivació i participació més grans en les activitats matemàtiques de classe. Algunes accions que hi poden contribuir són saludar els alumnes en les trobades casuales, conèixer-ne alguna circumstància, escoltar i mostrar interès en les seves inquietuds, ajudar si cal... Aquests detalls, per petits que siguin, són rellevants.

Tenir present la idea de repte en la planificació de les situacions d'aprenentatge pot afavorir una implicació més gran de l'alumnat i augmentar el seu interès per involucrar-se en la cerca de solucions. D'una banda, això pot contribuir a mantenir la motivació de l'alumnat per donar resposta als reptes i augmentar progressivament la seva iniciativa, i de l'altra, pot aportar més significativitat als aprenentatges que es van fent.

En les activitats de classe, converses matemàtiques, respostes a preguntes, intervencions espontànies o suggerides..., convé estimular, animar, la participació de tothom i evitar qualsevol tipus de biaix; cal no interrompre ni permetre interrupcions, i acollir i valorar amb cura totes les aportacions. Tant com sigui possible, s'hauria d'intentar que la dinàmica de preguntes i respostes a classe no fos únicament en la direcció professor - alumne, sinó sobretot en direccions diverses entre alumnes. Per això, el docent no s'ha de precipitar en la resposta de preguntes i donar oportunitats de resposta a altres persones, fins i tot a través de preguntes com: «Com ho veieu, això?», «Podríem respondre a aquesta qüestió?» o «Podries exposar-nos els teus arguments?». En tot cas, hauríem d'evitar preguntes amb resposta monosil·làbica. Les preguntes són més interessants si promouen argumentacions, explicacions, descripcions; això enriqueix les interaccions i, per tant, els aprenentatges. Una bona gestió del professorat en aquest aspecte serà clau per estimular i mantenir la implicació i la iniciativa de l'alumnat.

S'hauria de promoure que aquesta implicació s'estengués més enllà de l'àmbit escolar. A Catalunya, el teixit associatiu de matemàtiques és molt ric i divers. Liderat per la Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya ([FEEMCAT](#)) i la Societat Catalana de Matemàtiques ([SCM](#)), ofereix una àmplia varietat d'activitats dirigides a estudiants de diferents etapes educatives. Es tracta d'activitats organitzades amb cura que poden ser altament motivadores per a l'alumnat i que estan profundament connectades amb la tasca escolar.

C. Consciència de l'aprenentatge matemàtic que es va fent i de com es va aprenent.

Aquest saber fa referència a la consciència que cada alumne ha de desenvolupar sobre el seu propi procés d'aprenentatge matemàtic. Durant l'educació bàsica, no només es tracta d'aprendre, sinó també d'«aprendre a aprendre». Aquest *metaaprenentatge* permet a l'alumne identificar i gestionar els seus processos d'aprenentatge matemàtic, comprendre millor els mecanismes personals que hi intervenen, reconèixer els seus punts forts i punts febles, descobrir estratègies efectives, promoure la seva autonomia i afavorir la seva capacitat d'adaptar-se a diferents situacions formatives. Donada la importància d'aquest saber, és recomanable que, després de fer una activitat matemàtica, es convidi l'alumne a reflexionar sobre quines destreses emocionals ha après i com les ha après. L'avaluació també té una funció en aquest sentit. En el llibre *Building Thinking Classrooms in Mathematics*, Peter Liljedahl afirma:

«En els darrers 20 anys, s'ha prestat cada cop més atenció a les pràctiques d'avaluació en què el flux d'informació s'inverteix, passant del professor a l'alumne, amb l'objectiu de proporcionar informació sobre l'aprenentatge» (Liljedahl, 2020, cap. 13).

En referència a aquest doble vessant de l'avaluació, també escriu:

«[...] si un professor manté una conversa amb un alumne, aquest professor està recollint informació sobre el que l'alumne entén o no entén i el que pot o no pot fer. Si, durant aquesta conversa, el professor ofereix comentaris sobre el que ha obtingut de la interacció, l'alumne també rep informació sobre la seva pròpia comprensió. En qualsevol dels dos casos, el professor pot utilitzar la informació per orientar el seu ensenyament, i l'alumne pot utilitzar-la per orientar el seu aprenentatge» (Liljedahl, 2020, cap. 13).

- D. Autoconfiança en les pròpies possibilitats respecte al treball matemàtic i perseverança i resiliència en el seu aprenentatge.

La confiança en el propi potencial matemàtic, essent conscient de les fortaleces matemàtiques i dels aspectes en què cal millorar, és essencial per estudiar aquesta matèria amb interès i eficàcia. Per contra, la manca d'autoconfiança en matemàtiques sovint precedeix, i a vegades provoca, posteriors obstacles i bloquejos. Serà interessant tenir en compte quines són les pròpies creences de cada alumne sobre les seves «possibilitats» en l'estudi matemàtic i convidar-lo a explicar per què pensa el que pensa respecte de la seva relació amb la nostra matèria.

L'alumnat ha de confiar en les seves capacitats matemàtiques i sentir que el professorat també creu en aquestes capacitats. Un dels factors més poderosos per potenciar l'autoconfiança és la creença del professor o professora en les possibilitats de l'alumnat, i que aquest ho percebi clarament. Per tant, el docent ha de transmetre missatges positius i evitar aquells que siguin limitadors, destacant sempre les qualitats matemàtiques de cada estudiant.

Erica Klarreich, en l'article «[Meet the First Woman to Win Math's Most Prestigious Prize](#)», explicant l'etapa escolar de la gran matemàtica Maryam Mirzakhani, afirma:

«Per a la seva consternació, Mirzakhani va obtenir mals resultats a la classe de matemàtiques aquest any. El seu professor de matemàtiques no creia que fos especialment talentosa, cosa que va minar la seva confiança. A aquesta edat, “és molt important allò que els altres veuen en tu”, va dir Mirzakhani. “Vaig perdre el meu interès per les matemàtiques”. Tot i això, l'any següent, Mirzakhani va tenir un professor més encoratjador i el seu rendiment va millorar enormement».

La matemàtica no ha de ser una font d'estrès ni d'ansietat per als alumnes, sinó una oportunitat amable i gratificant de creixement. L'ansietat que pot haver-hi en la classe de matemàtiques pot emergir dient «No puc aprendre així» o la frase demolidora «No serveixo per a les matemàtiques». Aquests comentaris sovint són la punta de l'iceberg de pors i creences que interfereixen negativament en l'aprenentatge i que hem de contribuir a superar. Mai no s'haurien d'arribar a sentir les frases citades, especialment quan les pronuncien alumnes molt joves que haurien de veure totes les portes de la vida obertes davant seu. És important que l'educació matemàtica generi situacions que ajudin a evitar aquest sentiment. Més enllà de l'escola, l'alumnat pot rebre missatges del seu entorn social que normalitzin la idea de «no servir per a les matemàtiques». Sovint, hi ha adults que afirmen: «A mi les matemàtiques mai m'han anat bé, no m'agraden, i tampoc no m'han fet falta». Aquest tipus d'afirmacions, socialment acceptades, poden oferir a l'alumnat un pretext per adoptar la mateixa actitud i a les seves famílies una justificació per acabar acceptant-ho. Precisament, les famílies són importants en les creences de l'alumnat sobre la matemàtica i sobre la seva pròpia capacitat per fer matemàtiques.

En el cas particular de 1r d'ESO, és essencial garantir que la transició de primària a secundària no perjudiqui l'autoconfiança de l'alumnat en les seves habilitats matemàtiques. El pas d'una etapa a l'altra ha de ser fàcil i natural, tenint en compte les diferències en la preparació prèvia, les idees preconcebudes sobre les matemàtiques, les creences sobre les pròpies habilitats, així com les metodologies de treball i els estils escolars als quals cada alumne està acostumat. També és crucial considerar aquest aspecte en la incorporació de l'alumnat nouvingut, que sovint afronta una transició tant escolar com social.

S'ha incorporat a cada curs de l'ESO, dins el bloc de Pensament computacional del sentit algebraic, un saber que destaca la importància de l'autoconfiança, la persistència i l'adaptabilitat en el treball

matemàtic, ja que alguns recursos associats a aquest bloc faciliten el desenvolupament de les habilitats esmentades.

- E. Convicció que tothom pot reeixir en el treball matemàtic, superant qualsevol idea limitadora, independentment del context sociocultural i personal, i tenint especialment en compte la perspectiva de gènere.

L'alumnat ha de tenir la convicció que tothom, i cadascú en particular, pot reeixir en el treball matemàtic. A vegades, de manera molt subtil i en edats molt primerenques, es van construint creences limitadores sobre les capacitats i els rols socials de les persones. Aquestes creences poden influir en les interaccions que es produeixen durant les activitats matemàtiques escolars. És important que el professorat sigui conscient d'això i, tant de manera implícita com explícita, treballi per desmentir aquestes idees preconcebudes i evitar les actituds que se'n deriven. En aquest sentit, és crucial assegurar una participació activa i equilibrada tant de noies com de nois en les activitats matemàtiques. Serà convenient que es valori el treball, l'esforç i la tenacitat per sobre de la suposada intel·ligència innata, la rapidesa de resposta o la presumpta genialitat. L'objectiu és combinar equitat i excel·lència, augmentant la confiança en les possibilitats matemàtiques de tothom i desmantellant estereotips negatius en benefici de tot l'alumnat, tant de qui es veu afectat negativament per aquests estereotips com de qui, aparentment, en rep els beneficis.

La incorporació de persones nouvingudes en qualsevol moment de l'ESO requereix una atenció especial per garantir una acollida suau i tranquil·la, també en l'àmbit matemàtic. És important tenir en compte la preparació prèvia de cada alumne, el seu estil d'aprenentatge particular i les seves creences personals sobre les matemàtiques. Cal proporcionar els recursos necessaris perquè aquest alumnat també tingui la convicció que pot tenir èxit en el treball matemàtic i superar així qualsevol idea limitadora.

- F. Constància en la resolució de problemes, establint i millorant estratègies de manera creativa i flexible, i valorant els resultats en el seu context.

Lluís Santaló afirmava que «Ensenyar matemàtiques ha de ser equivalent a ensenyar a resoldre problemes. Estudiar matemàtiques no ha de ser res més que pensar en la solució de problemes». Poc més es pot dir per posar en relleu el paper de la resolució de problemes en l'educació matemàtica.

No es tracta només d'introduir conceptes matemàtics per tal de resoldre problemes, sinó també d'aprendre matemàtiques a través de la resolució de problemes. Les classes de matemàtiques haurien d'immergir-se en un ambient de resolució de problemes, de fer-se preguntes, cercar respostes i fer descobertes. Entenem per *ambient de resolució de problemes a l'aula*, en els mateixos termes que va definir-lo Paulo Abrantes (Abrantes, 1996, pàg. 7-18), un clima que hauria d'impregnar totes les activitats. En aquest sentit, s'entén que la resolució de problemes és un context i la classe de matemàtiques és un lloc on totes les propostes són situacions problemàtiques que l'alumnat ha d'explorar i, on sigui possible, han de fer despertar diverses formes de raonament.

George Pólya, en el prefaci de la primera edició del seu llibre *Cómo plantear y resolver problemas* (Pólya, 1965a), escriu:

«Un gran descobriment resol un gran problema, però en la solució de tot problema hi ha un cert descobriment. El problema que es planteja pot ser modest; però si es posa a prova la curiositat que indueix a posar en joc les facultats inventives, si és resolt pels propis mitjans, es pot experimentar l'encant del descobriment i el goig del triomf. [...] Per això un professor de matemàtiques té una gran oportunitat. Si dedica el seu temps a exercitar els alumnes en

operacions rutinàries, matarà en ells l'interès, impedirà el seu desenvolupament intel·lectual i acabarà desaprofitant la seva oportunitat. Si, per contra, posa a prova la curiositat dels alumnes plantejant-los problemes adequats als seus coneixements i els ajuda a resoldre'ls per mitjà de preguntes estimulants, podrà despertar-los el gust pel pensament independent i oferir-los recursos per desenvolupar-lo."

En relació amb la resolució de problemes, i en general amb tota l'educació matemàtica, cal citar el Decàleg de George Pólya que s'inclou en l'apartat 14.8 del seu llibre *Mathematical discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving* (Pólya, 1965b). És un compendi de grans idees:

1. *Interessa't per la teva matèria.*
2. *Coneix la teva matèria.*
3. *Coneix les diferents maneres d'aprendre. La millor manera d'aprendre qualsevol cosa és descobrir-la per tu mateix.*
4. *Prova de llegir les cares dels teus alumnes; intenta entreveure les seves expectatives i dificultats; posa't en el seu lloc.*
5. *Dona als teus alumnes no només informació, sinó també saber fer, actituds mentals, l'hàbit del treball metòdic.*
6. *Deixa'ls aprendre a conjecturar.*
7. *Deixa'ls aprendre a demostrar.*
8. *Cerca les característiques del problema actual que poden ser útils per resoldre els problemes futurs: intenta evidenciar l'estructura general que hi ha darrere de la situació concreta actual.*
9. *No desvelis de cop tot el teu secret, deixa que els teus alumnes facin conjectures abans de dir-los-ho. Deixa'ls que ho descobreixin per ells mateixos tant com sigui possible.*
10. *Suggereix. No ho imposis mai per la força.*

L'alumnat tendeix a valorar el que el professorat considera important. Per això, és clau donar importància al procés de resolució d'un problema, no només al resultat final. Cal apreciar el camí recorregut, valorar enfocaments alternatius, encara que no sempre tinguin èxit, i reconèixer que hi ha diverses maneres de resoldre un problema matemàtic. És més enriquidor resoldre un mateix problema de tres maneres diferents que resoldre tres problemes diferents d'una única manera.

El docent ha de valorar en els alumnes l'esforç, la tenacitat, la reflexió meticulosa, l'exploració sistemàtica de possibilitats, el fet que es prenguin riscos en les propostes, que tinguin consciència que hi poden haver dificultats i errades i que han de servir per aprendre més. Cal que els alumnes tinguin clar que qualsevol projecte important que hagi tingut èxit ha requerit molt d'esforç, ha comportat dificultats i errades, però s'ha tirat endavant amb treball i constància. El mite de la idea brillant sense esforç queda desmentit per la realitat. Recordem les paraules de Thomas Edison «No he fracassat. He trobat deu mil maneres de com no fer una bombeta» i de Pablo Picasso «Quan arribi la inspiració, que em trobi treballant».

La flexibilitat i la creativitat són especialment rellevants en el treball matemàtic. Per aquest motiu, en el bloc de Pensament computacional, dins el sentit algebraic, s'ha inclòs en cada curs de l'ESO un saber que les posa en valor. Els recursos que proporciona aquest bloc afavoreixen l'enginy i la versatilitat que es desitja fer aflorar.

- G. Consciència que en la resolució d'un problema emergeixen emocions diverses, gratificants o angoixants, la gestió de les quals és rellevant per arribar a la solució.

Els alumnes arriben a l'educació secundària amb un sistema de creences propi sobre les matemàtiques i la resolució de problemes, format principalment a partir de la seva experiència escolar prèvia. Aquestes creences influeixen en les seves actituds i emocions, són aspectes importants que cal tenir en

compte. En aquest context, és molt rellevant mencionar el treball recollit en el llibre *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas* d'Antoni Vila i María Luz Callejo (Vila Corts & Callejo de la Vega, 2004). Aquesta obra aprofundeix en les creences que influeixen o sorgeixen durant la resolució de problemes matemàtics, destacant-ne la rellevància educativa i proposant camins per transformar-les. Fomentant un aprenentatge més reflexiu i integrador, mostra com les matemàtiques poden ajudar l'alumnat a afrontar situacions inèdites, desenvolupar estratègies de pensament, aplicar coneixements en contextos diversos i potenciar el pensament crític.

Per aconseguir un aprenentatge profund de les matemàtiques, és fonamental crear un entorn que fomenti l'esforç i la perseverança en la resolució de problemes quan les solucions no són immediates, així com la capacitat de superar i aprendre de les dificultats. La resolució de problemes no és una tasca freda i deshumanitzada; al contrari, enfrontar-se a un repte activa emocions, i una part de l'èxit en la seva resolució depèn de la capacitat per identificar i gestionar aquestes emocions, de reconèixer i desactivar fonts d'estrès, de mantenir una actitud resilient i proactiva. En la mesura del possible, els alumnes haurien de ser conscients d'aquestes emocions i intentar viure la resolució de problemes matemàtics d'una manera serena, confiada i positiva, per tal de gaudir-ne i desenvolupar tot el seu potencial.

Cada persona té el seu propi ritme, i la pressió del temps en la resolució de problemes pot generar angoixa, reduir l'eficiència, matar la creativitat i fomentar la tendència a aplicar simples receptes. Això pot transmetre a l'alumne la idea que la rapidesa és una part de l'habilitat matemàtica, una creença que interfereix negativament en l'aprenentatge. Jo Boaler, en el seu llibre *Mentalidades matemáticas* (Boaler, 2020), cita un fragment de l'autobiografia de Laurent Schwartz, *Un mathématicien aux prises avec le siècle* (Schwartz, 1997), en què, a partir dels seus records escolars, destaca la importància de la reflexió profunda en contraposició a la rapidesa:

«Sempre vaig estar molt insegur de la meua capacitat intel·lectual; pensava que era poc intel·ligent. I és cert que era, i encara soc, força lent. Necessito temps per assimilar les coses perquè sempre necessito entendre-les del tot. Cap al final de l'onzè grau (primer de batxillerat) pensava que era ruc. Però no ho vaig dir a ningú. Aquest tema em va tenir preocupat molt de temps.

Continuo sent igual de lent. [...] Al final de l'onzè grau vaig adoptar una perspectiva realista de la situació i vaig arribar a la conclusió que la rapidesa no es correlaciona de manera precisa amb la intel·ligència. El que realment importa és comprendre profundament les coses i les relacions que mantenen entre si; en això consisteix la intel·ligència. El fet de ser ràpid o lent no és rellevant, en realitat».

- H. Satisfacció per l'èxit en la resolució de reptes matemàtics, interpretant-lo com una oportunitat per generar noves preguntes.

Pere Puig Adam, en el seu article «Decálogo de la Didáctica Matemática Media» (Puig Adam, 1955), fa un compendi de deu bones idees per a l'educació matemàtica, un [decàleg](#) que, malgrat haver estat escrit l'any 1955, continua sent totalment vigent. El desè punt d'aquest decàleg aconsella «Procurar a tot alumne èxits que evitin el seu descoratjament». Tothom hauria de tenir oportunitats d'aconseguir èxits en fer matemàtiques, tothom hauria de tenir els seus «moments de glòria» matemàtica. El professor Charlie Gilderdale afirmava que una classe de matemàtiques ha d'estar plena d'oportunitats d'èxit per als alumnes.

És important que l'alumne experimenti la satisfacció de resoldre un problema complex, que vagi més enllà d'un simple exercici, i d'assolir un repte matemàtic que exigeixi un cert esforç. Això aporta motivació i reforça l'autoconfiança en les seves capacitats matemàtiques. Part de la tasca d'ensenyar matemàtiques consisteix a proporcionar a l'alumne problemes que, tot i ser resolubles dins les seves

possibilitats, requereixin atenció, dedicació i treball. La resolució de tot bon problema matemàtic actua com una palanca per avançar. D'una banda, pot convidar a formular noves preguntes (intentant millorar l'estratègia de resolució, modificant el context, canviant algunes condicions, establint generalitzacions, cercant relacions amb altres problemes...). D'altra banda, aconseguir resoldre un repte matemàtic genera confiança per afrontar nous desafiaments. Sovint es diu que no hi ha res més motivador que l'èxit. És important que el professorat contribueixi a fomentar l'hàbit de formular-se noves i bones preguntes, i que, al mateix temps, sàpiga aprofitar la motivació que aporta la satisfacció de l'èxit per ajudar l'alumnat a créixer matemàticament.

És molt important la retroacció (*feedback*) que es doni als alumnes com a valoració o reconeixement de la seva bona tasca. Per a molts alumnes, aquesta retroacció és molt valuosa, ja que expressa la consideració de l'ensenyant envers la feina feta. Tanmateix, cal posar atenció a l'oportunitat, en el moment en què apareix, i al tipus de retroacció que es transmet per tal que tingui efectes positius en la promoció d'una mentalitat de creixement de l'alumne. Convé enfocar-la més en aspectes concrets de la tasca feta que no pas en qualitats generals de la persona i, en tot cas, subratllar més l'esforç i el treball que no pas l'habilitat o el talent natural. Alguns estudis suggereixen que, sovint des d'edats sorprenentment primerenques, s'estableixen falsos estereotips de gènere sobre l'èxit matemàtic en relació amb l'esforç o les capacitats innates. Una retroacció acurada pot ser fonamental per desmentir aquests estereotips i contribuir a destacar que l'èxit en matemàtiques no es basa en el fet de memoritzar regles o en la rapidesa dels càlculs, sinó en comprendre les situacions i donar-hi sentit.

- I. Acceptació de l'error en l'aprenentatge de les matemàtiques, veient-lo com una oportunitat per aprendre més, en comptes d'un obstacle.

En una situació d'aprenentatge, l'error ha de ser considerat com un material de construcció, un missatge que indica àrees que cal millorar i una oportunitat per avançar. Això només serà possible si eliminem el caràcter devaluador que, de vegades, acompanya l'error. Serà bo crear un ambient en què l'error no s'entengui com un fracàs, sinó com una invitació a aprendre més. En aquest ambient serà més fàcil proposar idees, sense el bloqueig que suposa la por d'equivocar-se. Alguns alumnes pateixen intensament la por de l'error, del suposat fracàs o el pretès ridícul, i això impedeix o complica molt la seva participació a classe, en intervencions espontànies o requerides, en converses matemàtiques, en sortides a la pissarra, en exposicions de treballs. La mateixa paraula *error*, a vegades, té connotacions massa absolutes; en alguns casos, podríem emprar termes com *errada* o *equivocació*. Si aconseguim alleujar la «gravetat» de l'error, reduïrem la pressió sobre els alumnes i estimularem la seva participació en activitats matemàtiques.

Una peça important en la demostració del teorema de Fermat va ser la conjectura de Taniyama-Shimura (actualment coneguda com el teorema de Taniyama-Shimura, ja que ha estat demostrada). Goro Shimura afirmava sobre el seu admirat company Yutaka Taniyama: «[...] tenia el do de cometre molts errors, gairebé sempre en la direcció correcta. L'envejava per això i vaig intentar en va d'imitar-lo, però em va resultar molt difícil cometre bons errors». No es pot ser més clar a l'hora d'expressar una visió constructiva dels errors en el camp matemàtic, una visió que seria bo traslladar també a l'educació matemàtica.

Cal evitar, tant explícitament com implícitament, que l'error adquireixi una càrrega excessiva que pugui minar l'autoconfiança matemàtica de l'alumne i suggerir una disminució de les nostres expectatives en les seves possibilitats matemàtiques. L'error s'ha d'identificar, treballar i corregir, però no hauria d'envair el territori de les emocions negatives ni de les creences de l'alumne. Aquesta situació provoca, massa sovint, que alguns alumnes, inventant-se límits i oblidant que tothom pot progressar en matemàtiques, afirmen «Jo no serveixo per a les matemàtiques» i encara se n'allunyen més.

Cal treballar les errades, parlar-ne, per aprendre'n i construir-hi coneixement. En el llibre *El lenguaje de funciones y gráficas* (Shell Centre for Mathematical Education, 1990) es diu:

«Les nostres investigacions ens porten a afirmar que els estils d'ensenyament que inclouen la discussió amb els alumnes sobre els errors comuns són més efectius que aquells que eviten l'exposició d'errors sempre que sigui possible».

En el bloc de Pensament computacional dins el sentit algebraic, s'ha inclòs un saber que tracta de la gestió constructiva de l'error. Sovint s'utilitza el terme anglès *debugging* per referir-se al procés de trobar i corregir errors en el codi, una fase clau en el disseny d'algorismes i en la programació. Aquesta fase il·lustra molt bé el valor de les errades com a oportunitats de millora. En relació amb aquesta idea de depuració d'errors i en el marc més general de la resolució de problemes en context, és rellevant citar els sabers que fan referència a la interpretació i validació dels resultats obtinguts i a la recerca d'alternatives en cas que no siguin coherents.

J. Assumpció del fet que el raonament és un component imprescindible en les matemàtiques.

El raonament és consubstancial a la construcció del coneixement matemàtic, ja que li dona solidesa i coherència, i, per tant, ha de ser present també en l'aprenentatge de les matemàtiques. És important que l'alumnat valori l'estructura lògica de les matemàtiques com una de les seves característiques fonamentals i que prengui consciència de la rellevància de l'argumentació en el treball matemàtic.

Cal destacar la naturalesa actitudinal d'aquest saber: l'alumnat ha d'assumir personalment la importància d'argumentar correctament les seves afirmacions, tant en l'àmbit matemàtic com en la seva vida quotidiana. És fonamental que es desenvolupi l'interès per convèncer altres persones a través del raonament lògic, tant els companys i les companyes de classe com el professorat i, en general, les persones del seu entorn. És possible que, com a resultat d'aquest interès per argumentar, l'alumne descobreixi la necessitat de cercar millors estratègies de raonament, justificacions més sòlides i enfocaments argumentals més efectius.

En tots els sentits (numèric, algebraic, espacial, estocàstic, socioemocional i de la mesura) es presentaran oportunitats per treballar el raonament i, per tant, consolidar aquest saber. El raonament serà fonamental per formular i verificar conjectures, per construir, expressar i contrastar argumentacions, per deduir regularitats i per resoldre problemes. Un llibre excel·lent que reflexiona al voltant del raonament matemàtic i dels aspectes emocionals que hi estan implicats és *Pensar matemàticament*, de John Mason, Leone Burton i Kaye Stacey (Mason *et al.*, 1989).

En l'ESO es poden fer raonaments de tipus deductiu i inductiu (potser no formalitzat), però el més important és promoure que l'alumne sigui conscient que el raonament és un component essencial en les matemàtiques, molt més que la simple aplicació de regles, fórmules o mètodes. Com afirma Jo Boaler en el capítol 7 de *What's Math Got to Do with It?* (Boaler, 2015), els alumnes que entenen les matemàtiques simplement com un conjunt de regles deixen de gaudir d'una part de la seva bellesa i potència, i han d'esforçar-se molt més per avançar en una escala inacabable de procediments. El professorat hauríem d'intentar que aquest no sigui el concepte que transmetem de les matemàtiques.

Pel seu interès educatiu, en un àmbit menys formal, cal citar el que a vegades s'anomena *raonament plausible*. Tot i que no posseeix la solidesa formal del raonament deductiu o inductiu, aquest tipus de raonament intenta fer evident la propietat que es vol mostrar. Pere Puig Adam, en el seu llibre *La Matemática y su enseñanza actual* (Puig Adam, 1960), es refereix a aquest tipus de raonament quan escriu:

«No sempre una demostració basada en la reducció a veritats anteriors, qualitat característica de les demostracions de l'escola grega, és la que tradueix les essències de la propietat

demostrada, ni molt menys la més adequada des d'un punt de vista didàctic. Per als matemàtics orientats, demostrar era reduir a l'evidència directa, la qual percep el nen millor que un encadenament lògic, del qual sovint no veu ni l'abast ni la necessitat».

Algunes propietats utilitzades en l'educació secundària (com la que expressa la longitud d'una circumferència o l'àrea d'un cercle) estan molt lluny de poder ser demostrades, en l'ESO, de manera rigorosa, però es poden «mostrar» de manera plausible, sovint a través de l'experimentació amb materials.

El raonament plausible té un component socioemocional interessant com a alternativa al raonament clàssic. En aquest tema cal citar el llibre *Matemáticas y razonamiento plausible*, de George Pólya (Pólya, 1966), en el pròleg del qual afirma:

«Tots sabem que les matemàtiques ofereixen una excel·lent oportunitat per aprendre el raonament demostratiu, però jo sostinc també que no hi ha cap matèria en els programes habituals de les escoles que ofereixi una oportunitat semblant per aprendre el raonament plausible. M'adreço a tots els estudiants interessats en matemàtiques de tots els nivells i els dic: "Aprenem a demostrar, és clar, però aprenem també a intuir"».

- K. Valoració de la importància d'utilitzar correctament les representacions i el llenguatge matemàtic per a una bona comunicació.

El propòsit d'aquest saber és enriquir la comprensió de l'alumne sobre les matemàtiques com a cos de coneixement, destacant la importància de la comunicació i l'atenció a les representacions i a l'ús correcte del llenguatge matemàtic. La comunicació d'idees matemàtiques és clau per compartir, discutir, ajustar i perfeccionar conceptes. A fi que l'alumne reconegui la rellevància de la comunicació en matemàtiques, cal integrar-la, de manera significativa, en les activitats de classe, ja que no només facilita l'organització i l'aprenentatge de les idees, sinó que també és una eina bàsica per al treball en equip. És important que l'alumne valori els avantatges d'una bona comunicació matemàtica, prengui consciència de la importància d'expressar clarament les seves idees i desenvolupi una actitud de voler i necessitar comunicar-se amb claredat i precisió, tant amb els companys i el professorat com amb qualsevol persona fora de l'àmbit escolar a qui transmeti una idea matemàtica.

És crucial aprofitar totes les oportunitats per incentivar que l'alumne expressi idees matemàtiques amb claredat i precisió, i per fomentar el seu interès per comprendre les idees d'altres persones. Això inclou descriure situacions, explicar procediments, justificar raonaments, argumentar estratègies, analitzar gràfics, interpretar diagrames estadístics, debatre dades, presentar conclusions i mantenir converses matemàtiques. Les classes de matemàtiques ofereixen moltes ocasions per a la comunicació, però és important que s'utilitzi un llenguatge adequat. Les idees han de ser presentades de manera clara, precisa i coherent, amb una terminologia matemàtica correcta, incorporant-hi progressivament notacions, símbols, expressions simbòliques, taules, gràfics, diagrames i esquemes.

Maria Antònia Canals, una referent clau de la nostra educació matemàtica, en una entrevista publicada en la revista *Biaix* proposa un [decàleg per a l'ús de materials manipulatius a primària](#). Moltes de les recomanacions que s'expressen en aquest decàleg són absolutament aplicables a l'educació secundària. Crida l'atenció l'èmfasi que posa en la comunicació de les idees per part de l'alumnat. Les recomanacions 7, 8 i 10 van en aquesta línia. En particular, la 10 fa referència a la introducció del llenguatge matemàtic. A primària, aquest procés és encara incipient, però a secundària adquireix una rellevància creixent amb la incorporació gradual d'elements de llenguatge formal, especialment en el marc del sentit algebraic, com a part d'un camí cap a l'abstracció en el qual cal intentar que ningú no quedi enrere.

La representació d'idees matemàtiques és crucial en la comunicació. En l'àmbit educatiu, la diversitat de representacions (com ara dibuixos, esquemes, figures geomètriques, construccions amb materials manipulables, taules, gràfics, símbols i recursos TIC) no només ofereix múltiples maneres de presentar idees matemàtiques, sinó que també proporciona diverses aproximacions per comprendre millor aquestes idees. Disposar de múltiples representacions per a un mateix concepte o relació matemàtica permet triar la forma més adequada segons la situació i utilitzar el canvi de representació com a eina estratègica en el treball matemàtic. En l'ESO, les representacions visuals, sovint derivades d'interpretacions geomètriques de conceptes o relacions, seran especialment útils. El seu ús és un aspecte atractiu de les matemàtiques i contribueix significativament a l'assoliment d'aquest saber.

Quan un concepte el podem presentar i treballar a classe representant-lo de formes diverses (materials, escrites, visuals...) estem fent servir el model DUA (disseny universal per a l'aprenentatge), que ofereix un marc de referència per a la creació de contextos d'aprenentatge en els quals es proporcionen múltiples maneres de presentar la informació, de representar-la i de treballar-hi.

- L. Interès per establir connexions entre conceptes matemàtics amb altres disciplines i per analitzar i comprendre el món amb una mirada matemàtica.

En aquest saber es preveuen dos tipus de connexions molt diferents:

- Connexions internes, que són les que es produeixen entre idees matemàtiques, proporcionant més significat als conceptes relacionats i aportant solidesa al cos de coneixements matemàtics.
- Connexions externes, que enllacen idees matemàtiques amb altres disciplines o amb l'entorn natural, social o cultural, basant-se en la presència o l'aplicació de les matemàtiques.

Considerant aquests dos tipus de connexions, el **saber #SOE.CE.L** hauria de contribuir a fer que l'alumnat, en primer lloc, prengués consciència, d'una banda, de la coherència interna de les matemàtiques i de l'encaix perfecte i elegant de les seves peces, i, de l'altra, de la seva importància en altres àmbits. En segon lloc, anant una mica més enllà, que s'interessés per establir i descobrir connexions internes (enllaçant idees matemàtiques) i connexions externes (a partir de la mirada matemàtica al seu entorn).

Les connexions internes són valuoses oportunitats didàctiques que cal aprofitar. En aquest exemple de desenvolupament del currículum es destaquen moltes connexions entre sabers matemàtics. Aquestes connexions conviden a trencar les fronteres dels blocs i sentits per establir enllaços que afegeixen valor a idees aïllades. Hi ha moltes més connexions que les explicitades, i tant docents com alumnes poden identificar enllaços conceptuals en tota la matèria. No s'hauria de presentar la matemàtica reduïda a les parts que la formen. El cos de coneixements matemàtics és més que la suma de les seves parts. Per això, és important reconèixer i tenir en compte les connexions i els processos transversals. Cada connexió interna és una oportunitat educativa que no només reforça els conceptes vinculats, sinó que també transmet la idea que la matemàtica posseeix una forta cohesió interna. Són especialment valuoses les connexions entre sabers no geomètrics (per exemple, dels sentits numèric, algebraic o estocàstic) i l'àmbit de la geometria, ja que en aquests enllaços guanyen ambdues parts: el saber no geomètric guanya valor didàctic a través de la visualització proporcionada per la geometria, mentre que la geometria també hi guanya perquè augmenta la seva presència educativa. Des d'aquesta perspectiva de globalitat, convé fer dues recomanacions:

1. Procurar no compartimentar massa el coneixement matemàtic, transitant sense por a través de les seves connexions internes.
2. Acceptar totes les aproximacions i perspectives d'abordatge a les situacions d'aprenentatge, valorant-les de la mateixa manera i evitant sobrevalorar les que, en aquell moment, encaixen més amb la idea matemàtica que es vol construir. Ben al contrari: aquestes diferents aproximacions poden ser una font de nou treball entre contextos diversos.

Les connexions externes, en canvi, enllacen idees matemàtiques amb altres matèries i amb l'entorn. Sovint, aquestes connexions es basen en la presència de les matemàtiques en aquests àmbits o en la seva aplicació. En particular, les matemàtiques ofereixen tres grans instruments de coneixement i anàlisi: un llenguatge formal, eines de càlcul i manipulació simbòlica, i models matemàtics per analitzar situacions contextualitzades (tractats de manera més concreta en el **saber #SOE.CE.M**). Aquests vincles són especialment rellevants en les disciplines de l'àmbit STEM. En aquest camp, un llibre molt recomanable és *Matemàtiques. La matemàtica que hay en la tecnologia*, de Brian Bolt (Bolt, 1992). El treball a l'aula amb aquest tipus de connexions hauria de projectar la potència de les eines matemàtiques per descriure i analitzar el món que ens envolta, educar la mirada matemàtica i evitar la pregunta «Això per a què serveix?».

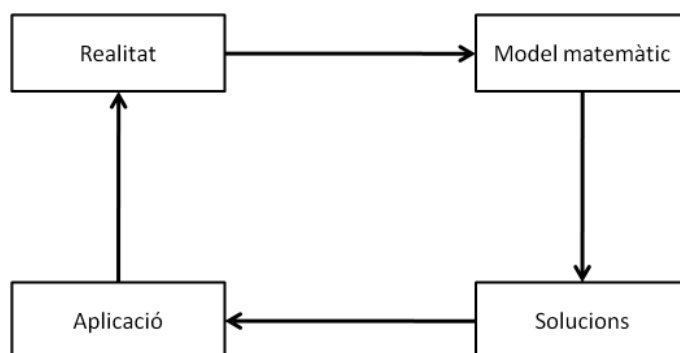
Una referència en connexions externes és el llibre *Las matemáticas en la vida cotidiana* (Garfunkel & Steen, 1999), que presenta aplicacions de les matemàtiques en diversos camps: les votacions electorals, les estadístiques mèdiques, les decoracions en art, les distribucions de mercaderies en ciutats, etc. És a dir, es motiva l'interès de diferents recursos matemàtics (teoria de grafs, estadística, geometria, combinatòria...) plantejant temes de la vida quotidiana.

L'interès per analitzar i comprendre el món des d'una mirada matemàtica ha de vincular-se necessàriament al fet que l'educació matemàtica pot ser una eina poderosa per contribuir a l'assoliment dels objectius de desenvolupament sostenible (ODS), ja que ofereix instruments clau per analitzar, comprendre i resoldre els reptes globals. En particular, cal destacar la importància de la formació estadística, que permet l'anàlisi de dades, la visualització de resultats, la formulació de prediccions i la presa de decisions entorn dels diversos ODS, com ara la Salut i benestar (ODS 3), l'Educació de qualitat (ODS 4), l'Acció climàtica (ODS 13), entre d'altres. L'anàlisi estadística de dades i la matemàtica en general són eines fonamentals per contribuir a la construcció d'un futur més sostenible i just. És important que l'alumnat en prengui consciència.

- M. Apreciació de l'interès dels processos de modelització com a forma atractiva d'enllaçar les matemàtiques amb la realitat sobre la qual es vol actuar.

És important que l'alumne, en la seva educació matemàtica, descobreixi i valori l'interès dels processos de modelització com a elements de connexió entre el coneixement matemàtic i la seva aplicació a situacions reals. Quan els estudiants tenen l'oportunitat de veure com, a través del modelatge, les matemàtiques s'apliquen a diferents àmbits, no només augmenta la seva comprensió dels conceptes, sinó també la seva motivació i interès per la matèria.

El pal de paller de la modelització matemàtica és l'aplicació (iterativa) del circuit següent:



La «realitat» és la vida quotidiana de les persones i depèn de l'edat, dels interessos, de l'entorn social... (esports, alimentació, videojocs, transport escolar, música, rebaixes, màquines, gràfics, disseny, comunicació, salut, viatges, impostos, votacions, hipoteques...). A partir d'ella hom fa o elabora un o diversos **models** (aproximacions, taules, funcions...). I ja dins el món matemàtic es treballa amb el model inicial (estimar resultats, temptejar noves solucions, calcular...). D'aquest procés, en sortiran unes **solucions** que aleshores caldrà contrastar amb la realitat tot veient si aporten resultats correctes o bé cal refinar la modelització, començant de nou el cicle.

La llista següent de Henry O. Pollack és una descripció magistral dels passos que cal seguir per modelitzar:

1. S'identifica una cosa en el món real que volem conèixer, fer o entendre. El resultat és una qüestió en el món real.
2. Seleccionem «objectes» que semblen importants en la qüestió del món real i identifiquem les relacions entre ells. El resultat és la identificació de conceptes clau en la situació del món real.
3. Decidim el que considerarem o el que ignorarem sobre els objectes i la seva interrelació. No es pot tenir en compte tot. El resultat és una versió idealitzada de la qüestió original.
4. Traduïm la versió idealitzada a termes matemàtics i obtenim una formulació matematitzada de la qüestió idealitzada. D'això, en diem un *model matemàtic*.
5. Identifiquem els apartats de la matemàtica que poden ser rellevants per al model i en considerem les possibles contribucions.
6. Fem servir mètodes matemàtics i idees per obtenir resultats. Així sorgeixen tècniques, exemples interessants, solucions, aproximacions, teoremes, algorismes...
7. Prenem tots aquests resultats i els traslladem al principi. Tenim aleshores una teoria sobre la qüestió idealitzada.
8. Ara hem de verificar la realitat. Creiem en el resultat? Els resultats són pràctics, les respostes són raonables i les conseqüències són acceptables?
 - (a) Si la resposta és sí, hem tingut èxit. Aleshores, el treball següent, que és difícil però extraordinàriament important, és comunicar allò que s'ha trobat als seus usuaris potencials.
 - (b) Si la resposta és no, tornem a l'inici. Per què els resultats no són pràctics o les respostes no raonables o les conseqüències inacceptables? Segurament, el model no era correcte. Examinem el que hem pogut fer malament i per què, i comencem de nou.

Com fan palesos els passos anteriors de la modelització, aprendre aquest procés exigeix diàleg i interacció, fruir de seleccionar recursos que es coneixen o que cal cercar i que ara cal confrontar amb la realitat. El fet que els alumnes sentin l'interès pels processos de modelització matemàtica contribueix a una experiència d'aprenentatge més completa, tant en l'àmbit cognitiu com emocional.

Naturalment, aquest saber enllaça molt bé amb els sabers del bloc Model matemàtic del sentit algebraic. En concret, en el bloc **#1.ALG.MM** s'exposa l'esquema de Maas (2006) sobre el procés de modelització, similar al de Pollack exposat aquí, i es comenta que el procés de modelització matemàtica no s'ha de confondre amb l'ús d'un model per representar o resoldre un problema que no requereix tot el procés. És precisament en la primera i la darrera fase (el pas de la situació real al model i viceversa) quan es pot treballar millor l'interès dels processos de modelització com a forma atractiva d'enllaçar les matemàtiques amb la realitat.

N. Gaudi del plaer de resoldre reptes propis de la matemàtica recreativa.

Fer matemàtiques pot ser molt divertit quan es juguen determinats jocs d'estratègia, o es plantegen reptes que cal resoldre amb enginy, o es descobreixen resultats inesperats. Benvinguts i benvingudes a la matemàtica recreativa!

S'atribueix a John Edensor Littlewood la frase: «Un bon passatemps matemàtic val més, aporta més a la matemàtica, que una dotzena d'articles mediocres». L'experiència personal que proposa la matemàtica recreativa té moltes semblances amb el procés d'intentar entendre i resoldre una dificultat matemàtica. La frontera entre la resolució d'un problema matemàtic i l'exploració d'una recreació matemàtica és molt difusa. Un trencaclosques, un enigma, un puzle, un passatemps de matemàtica recreativa pot oferir una gran oportunitat didàctica.

També els jocs de taula són una font magnífica per plantejar problemes. No només els jocs tradicionals, sinó especialment diversos jocs de taula moderns, són situacions que porten de manera natural a formular problemes interessants, tant en els jocs d'estratègia com en els d'atzar. En l'apartat de recursos inclourem algunes activitats per treballar amb jocs a l'aula.

Actualment es disposa d'una magnífica col·lecció de material matemàtic recreatiu fruit de les aportacions de Martin Gardner, Henry Dudeney, Sam Loyd, Miguel de Guzmán, Miquel Capó, Jordi Deulofeu, etc. Pot ser un bon recurs per a l'educació matemàtica.

- O. Valoració d'aportacions matemàtiques fetes per persones, dones i homes, en llocs diversos i en diferents moments de la història.

S'atribueix a Isaac Newton la frase: «Si he pogut veure més lluny que els altres, només és perquè em trobo sobre les espatlles de gegants». El coneixement matemàtic ha estat construït gràcies a l'esforç de gegants i de gegantes que han deixat empremta en una cursa de relleus mil·lenària, l'únic premi de la qual és disposar d'una eina poderosa per entendre el món que ens envolta. El **saber #SOE.CE.O** subratlla la importància que l'alumnat valori les contribucions matemàtiques fetes per aquestes persones, tot apropant-se a la seva trajectòria i al context històric, social i cultural en què van treballar. Aquesta aproximació permet posar de manifest els seus esforços, aportacions, encerts, errades, dificultats i controvèrsies. Humanitzar el coneixement matemàtic escolar és fonamental, ja que ajuda a mostrar que la matemàtica no és només un conjunt de resultats abstractes, sinó del producte de l'esforç de moltes persones.

A vegades, les aproximacions biogràfiques a la història de les matemàtiques s'han centrat predominantment en homes europeus. Sense menystenir el valor d'aquestes aportacions i d'aquests personatges, és crucial adoptar una perspectiva més inclusiva que reconegui també les contribucions de les dones i les aportacions sorgides de cultures diverses. Això inclou:

- En primer lloc, cal destacar les moltes contribucions anònimes que, al llarg de la història i en cultures diverses, han fet persones sàvies, artesanes, inventant eines i recursos de base matemàtica (simbologies numèriques, sistemes de numeració, mesures tradicionals, instruments de dibuix, àbacs, rellotges, calendaris, construccions arquitectòniques, figures geomètriques en la decoració...).
- Cal posar en relleu la presència i les contribucions de les dones en la història de la matemàtica, del seu esforç afegit per vèncer les restriccions que els costums de la seva època imposaven a la seva educació científica. Figures com Hipàcia d'Alexandria, Caroline Herschel, Émilie du Châtelet, Mary Somerville, Sophie Germain, Maria Gaetana Agnesi, Ada Lovelace, Florence Nightingale, Mary Everest Boole, Sofia Kovalevskaia, Emmy Noether, Dorothy Vaughan, Katherine Johnson i Maryam Mirzakhani, entre d'altres, no només han realitzat contribucions importants en matemàtiques, sinó que també serveixen com a models inspiradors per a les noves generacions. Són referents clau per incentivar la presència femenina en els estudis matemàtics i en els àmbits STEM en general.

- Ressaltar les aportacions matemàtiques de cultures diverses i la importància dels intercanvis culturals. Les matemàtiques han prosperat, a vegades de manera decisiva, en moments i llocs diversos com Mesopotàmia, Egipte, les cultures precolombines d'Amèrica, el món islàmic, l'Índia i la Xina. Reconèixer i apreciar les aportacions d'aquestes cultures ajuda a valorar la matemàtica com a coneixement compartit per tota la humanitat. És molt recomanable, en aquest sentit, el llibre *La cresta del pavo real: las matemáticas y sus raíces no europeas*, de George Gheverghese (Gheverghese, 1996). El desenvolupament de les matemàtiques ha estat sovint el resultat d'intercanvis culturals, i destacar-ho fomenta una apreciació més profunda del paper global de les matemàtiques. Aquest aspecte també enllaça amb el **saber #SOE.CE.P.** Un gran llibre.
- Cal esmentar també persones de Catalunya que han fet contribucions rellevants en matemàtiques i en educació matemàtica: Lluís Antoni Santaló, Pere Pi Calleja, Pere Puig Adam, Maria Antònia Canals... La FEEMCAT, en el marc dels Congressos Catalans d'Educació Matemàtica, elabora una [Línia del Temps](#) per posar en relleu dones i homes que s'han distingit per les seves aportacions a l'aprenentatge de les matemàtiques dels nois i noies catalans.

P. Percepció de la matemàtica com una part crucial del patrimoni cultural de la humanitat, tant per la seva funció instrumental com per l'harmonia, la bellesa i la potència del seu cos de coneixement.

Aquest saber fa referència a la necessitat que l'alumnat entengui la matemàtica no com un conjunt de regles, habilitats de càlcul i procediments, sinó com un cos sòlid de coneixements ple de connexions i aplicacions, com una matèria que convida a la comprensió profunda, al raonament, a compartir idees, a col·laborar, com un territori de coneixements bell, útil, construït al llarg de segles per l'esforç humà i accessible per a tothom.

Bertrand Russell, en l'assaig *The Study of Mathematics* (Russell, 1919), afirma: «Les matemàtiques, ben enteses, posseeixen no només veritat, sinó també una bellesa suprema», i Godfrey H. Hardy, en *A Mathematician's Apology* (Hardy, 1940), escriu:

«Els models d'un matemàtic, igual que els d'un pintor o un poeta, han de ser bells; les idees, com els colors o les paraules, han de combinar-se de manera harmònica. La bellesa és el primer senyal, ja que en el món no hi ha un lloc permanent per a les matemàtiques lletges».

L'alumnat hauria de percebre que la matemàtica és part de la cultura humana, un patrimoni compartit ple d'harmonia, bellesa i potència per modelar, comprendre i predir el món que ens envolta. Un coneixement universal però, alhora, proper i accessible a tothom, en particular, a cada alumne.

Recursos i activitats

Recursos i activitats generals per al bloc de sabers

L'adquisició dels sabers d'aquest bloc s'ha d'impulsar en totes les activitats fetes a les classes de matemàtiques. Són sabers de base, fonamentals i alhora subtils, que cal tenir sempre en compte.

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

A continuació, es presenten algunes idees sobre recursos i activitats d'aprenentatge que poden contribuir a l'adquisició dels sabers d'aquest bloc.

A. Curiositat i interès envers el coneixement matemàtic.

A l'inici dels cursos, i especialment a 1r d'ESO, quan els alumnes comencen l'educació secundària, és fonamental explorar la seva relació amb les matemàtiques, les seves experiències prèvies i les seves creences. Aquests factors poden influir significativament en el seu interès per l'assignatura i en les seves actituds. És molt recomanable una activitat de Sergi del Moral, «[Hola, com ets?](#)», que es pot trobar a l'ARC. També es pot consultar, amb més detall, en el seu bloc en [aquest enllaç](#) i en [aquest altre enllaç](#).

Aquesta exploració també es pot fer a través d'una activitat en l'espai virtual del curs en què cada alumne pugui expressar d'una manera oberta (encara que hi pot haver un formulari orientatiu) les seves inquietuds i sentiments entorn de les matemàtiques. Tinguem present que, com més coneguem l'alumne, més podrem entendre les seves actituds, habilitats, dificultats... i millor el podrem ajudar.

Hi ha recursos molt potents per despertar la curiositat i l'interès de l'alumnat entorn del coneixement matemàtic. Qualsevol situació d'aprenentatge que es presenti com un autèntic repte per a l'alumnat, fent que aquest senti la necessitat o el desig de donar-hi resposta, es converteix en una font de motivació, interès i curiositat sostinguda. Un recurs excel·lent és l'exposició virtual [Matemàtiques experimentals](#), que proposa més de 200 situacions matemàtiques perquè els alumnes experimentin, conjecturin, provin, debatin... Cada situació, descrita de manera acurada, té un nucli d'interès i proposa experiments (manipulables i amb ordinador), planteja reptes, inclou aspectes històrics i descriu aplicacions. Aquesta exposició ha estat concebuda i realitzada a iniciativa d'Alexandros K. Makrigakis (UNESCO, Windhoek, Namíbia) i Michel Darche (Centre-Sciences i Adecum, Orleans, França).

El llibre de Claudi Alsina, Anton Aubanell i Carme Burgués *Anima't. Provocar l'interès per aprendre matemàtiques* (Alsina et al., 2023) és un recull ampli de recursos i idees per despertar i alimentar la curiositat i l'interès dels alumnes envers el coneixement matemàtic.

B. Implicació i iniciativa en activitats matemàtiques, siguin escolars o organitzades per entitats externes.

Entre els recursos per promoure la implicació i la iniciativa de l'alumnat en les activitats matemàtiques escolars, cal assenyalar:

- El foment d'un ambient d'empatia a classe que afavoreixi el treball matemàtic.
- La selecció, creació i realització d'activitats matemàtiques riques, que siguin significatives en continguts i interessants per a l'alumnat, que convidin a fer que els alumnes prenguin la iniciativa per afrontar els reptes plantejats. Destaquen especialment les activitats que s'emmarquen en contextos motivadors, les dinàmiques del tipus «aules per pensar» o *thinking classrooms* i la resolució de problemes «de llindar baix, sostre alt i parets amples» que tinguin diverses vies d'abordatge.
- Gestionar l'aula d'una manera que promogui la participació de tothom, aculli i valori les intervencions, fomenti que l'alumnat prengui la iniciativa, construeixi idees a partir de la descoberta i la conversa, sàpiga treure profit de l'imprevist. La planificació d'una activitat és important, però la manera en què es treballa a l'aula és essencial perquè pugui oferir totes les seves oportunitats d'aprenentatge.

També cal destacar la rica oferta d'activitats matemàtiques que, més enllà de l'escola, organitzen entitats com la FEEMCAT i la SCM. A continuació se n'assenyalen algunes; tanmateix, s'ha de tenir en compte que no totes les propostes són per a tots els cursos de l'ESO i que algunes abasten una zona geogràfica concreta:

[Fem matemàtiques](#)

[Prova Cangur de Matemàtiques](#)

[Concurs de Fotografia Matemàtica d'ABEAM](#)



[Concurs de Fotografia d'ADEMGI](#)
[Concurs de Fotografia d'APMCM](#)
[Copa Cangur](#)
[Concurs Cangur de relats matemàtics](#)
[Concurs de cartells Cangur](#)
[Concurs Planter de Sondeigs i Experiments](#)
[Contrarellotge matemàtica](#)
[Problemes a l'esprint](#)
[Estímul del Talent Matemàtic, Estalmat](#)
[Bojos per les Matemàtiques](#)
[Anem x + Matemàtiques](#)
[7deMATES](#)
[vídeoMAT](#)

Es pot trobar un [resum d'aquestes activitats a la pàgina web del CESIRE CREAMAT](#).

C. Consciència de l'aprenentatge matemàtic que es va fent i de com es va aprenent.

Un bon recurs per contribuir a desenvolupar aquest saber consisteix a donar a l'alumne un temps de reflexió sobre allò que s'ha après en una activitat i el com s'ha après, incloent-hi quines destreses emocionals ha après i com les ha apreses. Hi ha preguntes que poden ajudar en aquesta reflexió:

- Preguntes específiques, referents a una activitat concreta que, fins i tot, es poden incloure al final d'un guió de treball. Per exemple:
 - Què has après de matemàtiques en aquesta activitat?
 - Quina creus que és la idea més important que avui s'ha treballat?
 - Aquesta idea està relacionada amb d'altres que coneixes?
 - Amb quines dificultats t'has trobat?
 - En quin aspecte creus que has encertat per enfocar bé la resolució?
 - Sabries explicar a una companya o a un company el camí que has seguit per solucionar aquest problema?
 - Has hagut de canviar d'estratègia en algun moment? Què és el que t'ha portat a canviar?
 - T'has sentit bé treballant en aquesta activitat?
 - T'has sentit bloquejat en algun moment? Com te n'has sortit? Què és el que t'ha ajudat? Et pot ser útil en altres moments? Quan?
 - Has pensat a abandonar en algun moment? Per què no ho has fet? Com has aconseguit trobar una sortida?
- Preguntes generals, referents al desenvolupament global del curs de matemàtiques i a la percepció que té del seu aprenentatge matemàtic. Per exemple:
 - Quin tipus d'activitats matemàtiques et resulten més complicades?
 - Quin tipus d'activitats matemàtiques et semblen més senzilles?
 - Quin tipus d'activitats matemàtiques et generen més tensió? Per què?
 - Com creus que pots vèncer aquesta tensió excessiva?
 - Quin tipus d'activitats matemàtiques et resulten més plaents? Per què?
 - Quin tipus d'activitats matemàtiques et resulten més incòmodes? Per què?
 - Quins creus que són els teus punts forts en matemàtiques?
 - Quins creus que són els teus punts febles en matemàtiques?
 - Què fas quan et trobes amb una dificultat matemàtica? Què creus que hauries de fer per superar-la?
 - Treballes bé a classe de matemàtiques?

La Xarxa de Competències ha aportat molts recursos per treballar la consciència dels aprenentatges. Aquests recursos estan pensats per a totes les matèries i poden ser molt útils en matemàtiques per induir a la reflexió sobre el que s'està aprenent. A continuació se'n destaquen dos:

- Els «tiquets de sortida», que permeten reflexionar sobre allò que s'ha après en una classe concreta. Se'n pot trobar una descripció detallada en [aquest enllaç](#).
- La «carpeta d'aprenentatge», que és molt més que un diari d'aula. L'alumne no explica què ha fet, sinó com se sent, quines dificultats hi troba, què li agradaria reforçar, què el motiva o qualsevol altra cosa que vulgui explicar. Pot expressar-ho de diferents maneres: escrivint, posant un vídeo o una cançó; és un recurs molt obert. Si es fa bé, és molt potent. Se'n pot trobar una descripció detallada en [aquest enllaç](#). Es tracta d'un espai de comunicació entre alumne i professor, en què setmanalment l'alumne respon a les preguntes generals que es proposen. S'enllaça una [presentació per explicar la carpeta d'aprenentatge](#) a alumnes d'ESO de l'Institut Dertosa de Tortosa. Inclou dos exemples: el primer és de 4t d'ESO i el segon és de 3r d'ESO.

És molt interessant consultar l'apartat [Metacognició i bones preguntes](#) del web del grup de Treball Avaluar per Aprendre de l'Associació Rosa Sensat.

En el llibre *Building Thinking Classrooms in Mathematics*, Peter Liljedahl (Liljedahl, 2020, cap. 13) afirma:

«Perquè algú pugui navegar, per terra o per mar, necessita dos tipus d'informació: on és i cap a on va. Ambdues informacions són vitals i d'igual valor. Si no saben cap a on van, estan destinats a perdre's. Si no saben on són, ja estan perduts. El mateix és cert per als estudiants que intenten navegar pel seu propi aprenentatge: necessiten saber on són, és a dir, què són capaços de fer, i cap a on van.»

Difícilment es pot ser més clar en subratllar la importància d'aquest saber. En el llibre citat, Liljedahl proposa «cartes (o instruments) de navegació» que poden ajudar en la navegació de l'alumne a través del seu propi aprenentatge: es tracta de graelles en què, en referència a un conjunt de sabers concrets, es presenten tres possibles nivells d'assoliment per tal que l'alumne se situï on és i observi on cal arribar.

- D. Autoconfiança en les pròpies possibilitats respecte al treball matemàtic i perseverança i resiliència en el seu aprenentatge.

Els problemes i reptes matemàtics amb «llindar baix, sostre alt i parets amples» són especialment recomanables per fomentar la inclusivitat. Un llindar baix garanteix que tothom hi pugui accedir, un sostre alt permet que l'alumnat més interessat pugui aprofundir-hi, i unes parets amples ofereixen la flexibilitat necessària per acollir diferents estils d'abordatge. Al web de l'NRICH hi ha [una bona explicació dels problemes de llindar baix i sostre alt](#) i, a més, s'inclou una pàgina amb [propostes d'aquest tipus per a secundària](#). Al web del CREAMAT es pot trobar una [descripció del web de l'NRICH](#).

Per cuidar l'autoconfiança, a classe serà important prestar atenció a les subtilitats del llenguatge. Per exemple, expressions que poden semblar positives, com «Això és fàcil» o «Això és obvi», poden fer que alguns alumnes amb dificultats perdin confiança en les seves capacitats per treballar les matemàtiques, simplement perquè no els és tan fàcil ni tan obvi.

L'avaluació també és un recurs valuós per fomentar l'autoconfiança. El professorat ha de tenir cura que aquesta contribueixi a construir, sense desanimar ni erosionar la confiança en les pròpies capacitats matemàtiques. L'avaluació no ha de tancar portes, sinó obrir-ne. Un comentari elogiós, una observació encoratjadora, una reflexió sobre aspectes a reforçar, una apreciació positiva d'una bona aportació, o un suggeriment sobre vies de millora poden ser molt més efectius que una simple qualificació.

- E. Convicció que tothom pot reeixir en el treball matemàtic, superant qualsevol idea limitadora, independentment del context sociocultural i personal, i tenint especialment en compte la perspectiva de gènere.

El professorat ha de vetllar per evitar qualsevol biaix en les activitats matemàtiques, promovent la participació de tothom en un ambient de respecte. Això implica acollir totes les intervencions, evitar valoracions que puguin desincentivar noves aportacions, fomentar l'argumentació entre l'alumnat, intervenir amb preguntes suggeridores, promoure enfocaments constructius i mantenir una actitud empàtica.

Cal tenir en compte que el llenguatge no és neutre; transmet creences, valors, prejudicis i estereotips. És important fer servir un llenguatge inclusiu, especialment respectuós amb el gènere. En particular, en redactar problemes o guions d'activitats, s'han d'emprar continguts i imatges inclusius, tot assegurant una representació equilibrada de noies i nois en els enunciats. És essencial contribuir al màxim a superar qualsevol idea limitadora. Jo Boaler, en el seu llibre *Mentalidades matemáticas* (Boaler, 2020, p.163), afirma:

«Alguns alumnes s'enfronten a obstacles i desavantatges addicionals, que hem d'abordar de manera deliberada si volem tenir una societat més igualitària».

El treball en aquest saber també inclou una acollida curosa a l'alumnat nouvingut. Hi ha un vocabulari matemàtic pensat per a aquest alumnat, elaborat pel professor Sergio Gracia, que pot ser útil en el seu procés d'incorporació. Es pot consultar en aquest [enllaç](#). El Departament d'Educació i Formació Professional disposa d'un lloc web amb [instruments d'avaluació inicial per a l'alumnat de nova incorporació al sistema educatiu català](#) en un gran ventall d'idiomes, incloent-hi sistemes alfabètics no llatins. En el web indicat també hi ha documents amb orientacions per al professorat sobre l'ús d'aquests instruments d'avaluació.

- F. Constància en la resolució de problemes, establint i millorant estratègies de manera creativa i flexible, i valorant els resultats en el seu context.

A través de la pràctica i de les orientacions del professorat per concretar i clarificar idees, l'alumnat ha d'anar adquirint estratègies eficaces per a la resolució de problemes. Serà fonamental planificar i seguir el pla, així com desenvolupar l'agilitat per canviar de perspectiva, veure el problema des d'un nou angle, descompondre'l, redefinir-lo o simplificar-lo.

Caldrà, també, fomentar la creativitat per considerar enfocaments i solucions no convencionals, i explorar procediments alternatius. Aquesta idea està directament relacionada amb el desenvolupament d'heurístiques necessari per elaborar estratègies de resolució creatives i productives. En efecte, un dels aspectes que influeixen de manera rellevant en la capacitat per resoldre problemes és l'ús d'eines heurístiques, suggeriments heurístics i destreses amb potencial heurístic (Schoenfeld, 1985, Lester, 1987, Guzman, 1991), que són tres grans grups interrelacionats, però diferents, en què podem classificar el conjunt d'heurístiques.

Sovint es fa una separació entre coneixements i heurístiques per resoldre problemes, en el sentit que les heurístiques no es poden ensenyar (només practicar), però això depèn del tipus d'heurística. Per exemple, fer un diagrama en arbre (eina heurística) es pot mostrar de manera explícita, mentre que pensar en un problema similar conegut (suggeriment heurístic) no té el caràcter d'eina de l'anterior, ja que depèn directament del resolutor. D'altra banda, les destreses amb potencial heurístic són les habilitats que l'alumnat desenvolupa al llarg del temps i que els permeten aplicar eines i suggeriments

heurístics de manera flexible i creativa en diferents contextos. Un comentari ampli sobre aquests aspectes, juntament amb d'altres que influeixen en el procés de resolució de problemes, es poden trobar en l'article «Aprender a pensar matemáticamente en ambientes de resolución de problemas» (Deulofeu & Vila, 2021).

L'acompanyament del professorat en la resolució de problemes sovint s'ha de fer des del silenci, intervenint-hi només quan sigui necessari amb preguntes adequades. És important que el professorat es mantingui en segon pla, permetent que l'alumnat faci el seu propi camí. Així com el millor moment per elaborar un mapa d'un territori és després d'haver-lo explorat, sovint el moment òptim per clarificar una idea relacionada amb la resolució d'un problema és després que l'alumnat hagi tingut l'oportunitat de treballar-lo i explorar-lo a fons. Deia el matemàtic Paul Richard Halmos que «la part més dura de l'aprenentatge a partir de la formulació de preguntes a l'alumnat és la de tenir la boca tancada i aguantar. No expliquis, pregunta!».

En el llibre *Cómo plantear y resolver problemas* (Pólya, 1965), George Pólya distingeix quatre fases en la resolució d'un problema:

- Comprendre el problema.
- Concebre un pla.
- Executar el pla.
- Examinar la solució obtinguda.

Per a cadascuna d'aquestes fases suggereix preguntes guia que es pot fer l'estudiant o que, si cal, pot formular el docent per evitar un bloqueig.

En la resolució de problemes, a vegades es pot arribar a una situació d'impàs. En aquests casos, és recomanable no insistir en el mateix enfocament, sinó canviar de perspectiva o deixar el problema temporalment per reprendre'l més endavant. Les idees matemàtiques no segueixen un fil conductor únic, sinó que formen una xarxa: sovint, les dificultats per arribar a un punt es poden superar explorant altres camins dins d'aquesta xarxa.

En el procés de resolució de problemes, sovint és útil animar l'alumne a crear representacions visuals com gràfics, dibuixos o esquemes. Un cop el problema ha estat resolt o treballat, és recomanable demanar que es descriguin els procediments seguits, valorant la creativitat i els camins de resolució explorats, i subratllant la diversitat d'enfocaments possibles. En finalitzar la resolució, serà interessant donar al problema noves vides «estirant-lo» tot formulant noves preguntes, com per exemple del tipus «I si...?».

- G. Consciència que en la resolució d'un problema emergeixen emocions diverses, gratificants o angoixants, la gestió de les quals és rellevant per arribar a la solució.

S'aprèn a resoldre problemes no tan sols de manera pràctica, resolent problemes, sinó també reflexionant sobre els camins de resolució, tant pel que fa a les estratègies matemàtiques emprades com a la identificació i gestió de les emocions que es posen en joc. Un recurs que pot contribuir a prendre consciència d'això és convidar l'alumne a revisar els seus processos de pensament i els sentiments viscuts en el transcurs de la resolució d'un problema. En el llibre *Para pensar mejor. Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos* (Guzmán, 1991), Miguel de Guzmán proposa elaborar i analitzar un «protocol del procés» (i n'aporta exemples), en què es deixi constància, en la mesura del possible, del que s'ha fet, pensat i sentit, així com dels estats emocionals experimentats durant la resolució d'un problema. Se suggereix que aquest protocol s'elabori paral·lelament a la resolució, prenent notes breus a intervals regulars. L'anàlisi posterior del protocol

ajudarà a adquirir la consciència a la qual es refereix el **saber #SOE.CE.G** i a millorar l'habilitat per resoldre reptes matemàtics. Els alumnes poden elaborar protocols d'aquest tipus amb anotacions molt breus, com ara «fulls de ruta», de manera similar als *tracks* que descriuen rutes de muntanya. El fet de prendre notes pot facilitar el trajecte, i l'anàlisi posterior, sigui personal o compartida, pot resultar molt profitosa. El llibre de Miguel de Guzmán inclou altres reflexions interessants sobre resolució de problemes, també des de la perspectiva socioemocional, i és ple d'exemples de problemes bonics.

Naturalment, això requereix temps. El temps és un recurs indispensable per fer bons aprenentatges; és un bé escolar tan valuós com limitat. Cada alumne té el seu propi ritme i necessita temps per fer progressos, per petits que siguin, en el seu aprenentatge: temps per entendre l'enunciat d'un problema, temps per enfrontar-se a un repte matemàtic, temps per assimilar bé una idea nova, per donar-hi significat, per reflexionar-hi, per establir connexions amb altres idees; temps per treballar en grup compartint, contrastant i discutint. No hi ha receptes per a una educació matemàtica accelerada. El temps, ben gestionat, és un recurs didàctic molt valuós i, en tot cas, és fonamental en la resolució de problemes. Permeteu-nos una transposició de rols: als docents de matemàtiques ens agrada fer problemes, però aquesta experiència que ens resulta gratificant probablement perdrà el seu encant si es viu sota la pressió d'un temps massa limitat.

- H. Satisfacció per l'èxit en la resolució de reptes matemàtics, interpretant-lo com una oportunitat per generar noves preguntes.

A continuació es comenten dos recursos que poden contribuir a desenvolupar el **saber #SOE.CE.H**: la promoció de l'èxit de cada alumne i l'oferiment de bones retroaccions (*feedbacks*).

Pel que fa a la promoció de l'èxit matemàtic de cada alumne, hi ha dos aspectes importants que cal tenir en compte:

- En primer lloc, els docents de matemàtiques hem de ser facilitadors d'oportunitats d'èxit per a l'alumnat, proporcionant problemes matemàtics que, tot i requerir esforç, siguin assequibles per a cada estudiant. Els problemes de «llindar baix, sostre alt i parets amples» són especialment útils en aquest sentit.
- En segon lloc, durant el treball entorn d'un repte matemàtic, el professorat ha d'evitar «robar» a l'alumnat l'èxit de trobar la solució o aproximar-s'hi. Cal intervenir sense interferir, preferiblement plantejant preguntes més que no pas oferint respostes.

Pel que fa a l'oferiment de bones retroaccions, cal tenir en compte els aspectes següents, tal com s'ha comentat en l'apartat de descripció i orientacions:

- És fonamental proporcionar retroaccions que reconeguin l'esforç que ha fet l'alumnat. Aquest reconeixement és valuós per a ells i contribueix a alimentar la seva motivació per continuar aprenent.
- Cal prestar atenció al moment en què es fa la retroacció perquè sigui útil i no resulti incòmoda per a l'alumne: pot ser en públic a classe, en privat o com un comentari circumstancial.
- És convenient escollir retroaccions que destaquin aspectes concrets de la tasca feta, la dedicació i l'esforç, més que no pas qualitats generals com el talent innat o la intel·ligència. Això ajuda a promoure una mentalitat de creixement en l'alumne, convida a fer nous aprenentatges, fomenta la seva autoconfiança i col·labora a modificar estereotips i creences.
- En el llibre *¿Cómo aprendemos? Una aproximación científica al aprendizaje y la enseñanza* (Ruiz Martín, 2020), Héctor Ruíz Martín presenta moltes idees interessants sobre educació. En particular, fa consideracions entorn de la retroacció (apartat 5.2) que poden contribuir a l'assoliment tant del **saber #SOE.CE.H** com del **saber #SOE.CE.I**.

En la redacció del **saber #SOE.CE.H**, «Satisfacció per l'èxit en la resolució de reptes matemàtics, interpretant-lo com una oportunitat per generar noves preguntes», és important destacar la segona part de la frase, que subratlla la transformació dels èxits en la resolució de problemes en oportunitats per generar noves preguntes. Aquest enfocament permet que els èxits no siguin punts finals, sinó punts de partida per a nous aprenentatges i per afrontar nous reptes. El professorat, en funció del tipus de problema i del perfil de l'alumne, pot contribuir-hi de diverses maneres:

- Proposant reexplorar el problema modificant-ne alguna condició («Què passaria si...?»).
- Convidant a generalitzar el resultat en altres contextos (per exemple, «Aquest resultat per a triangles equilàters es podria generalitzar a altres tipus de triangles?»).
- Fomentant l'establiment de connexions («Podries aplicar el resultat d'aquest problema a un altre context?»).
- Proposant canvis en l'estratègia de resolució («Podríem trobar un altre camí per resoldre aquest mateix problema? Ens hi pot ajudar conèixer-ne ja el resultat?»).
- Suggestint inventar problemes semblants.
- Promovent l'autoreflexió sobre el procés seguit.
- Fomentant, quan sigui adient, la conversa col·lectiva entorn del problema.

- I. Acceptació de l'error en l'aprenentatge de les matemàtiques, veient-lo com una oportunitat per aprendre més, en comptes d'un obstacle.

A continuació, es recullen algunes idees i recursos per contribuir a l'adquisició d'aquest saber, aprofitant l'error com una oportunitat per millorar l'aprenentatge matemàtic.

Per disminuir la càrrega negativa associada a l'error en les classes de matemàtiques i fomentar una gestió educativa més serena, una primera estratègia consisteix a limitar l'ús de la paraula *error* i optar més sovint pels termes *errada* o *equivocació*.

Seguint aquesta línia de gestió constructiva de l'error, i adaptant un text d'Oskar Cymerman, hauríem de deixar clar que a les classes de matemàtiques...

Esperem els errors
Acolлим els errors
Respectem els errors
Analitzem els errors
Corregim els errors
Aprenem dels errors

En algunes aules es penjen pòsters amb frases com aquestes per consolidar una actitud d'acceptació i aprofitament de l'error.

L'acceptació de l'error com una oportunitat per aprendre està molt vinculada a un ús constructiu de la paraula *encara*: «Això no ho he fet bé... *encara*», «Això no em surt... *encara*». Frases com aquestes miren endavant amb optimisme i obren el camí a nous aprenentatges. També hi ha aules on es penja un pòster amb la paraula *encara* per recordar constantment aquesta perspectiva.

La mateixa descoberta i verbalització dels errors pot ser un factor d'aprenentatge poderós. A vegades, es pot dedicar un temps a identificar i posar en comú errors comesos en una tasca matemàtica, compartint arguments per justificar-ne la incorrecció i valorant els camins correctes. En el pensament computacional, la depuració d'errors és un aspecte important en el desenvolupament de programes.

La tecnologia digital pot contribuir a evitar una valoració excessivament negativa de l'error. El fet que sigui l'ordinador, i no una persona, qui detecta l'error, i que la seva correcció sigui fàcil i ràpida, quasi

normalitza l'errada, li dona una clara interpretació de camí cap a la millora i l'allunya d'una idea massa negativa.

J. Assumpció del fet que el raonament és un component imprescindible en les matemàtiques.

La millor manera perquè l'alumnat compregui que el raonament és un element clau en les matemàtiques és assegurar que aquest sigui present en totes les activitats matemàtiques de l'aula. És crucial que el docent, a través dels seus propis raonaments, aprofiti cada ocasió per tal que l'alumnat prengui consciència de la importància d'aquest aspecte en la pràctica matemàtica. Quan es presentin propietats que no es poden demostrar formalment en l'ESO, convé que el professor cerqui enfocaments intuïtius que ajudin a comprendre o donar significat a la propietat, apel·lant al raonament plausible. L'experimentació pot ser una eina valuosa en aquest sentit; tot i que no ofereix la solidesa d'una demostració formal, proporciona una comprensió més profunda basada en l'experiència pràctica. Sigui quin sigui el tipus o nivell de raonament, és imprescindible argumentar-ho tot. En cas contrari, només es fomenta la memorització mecànica de fórmules i regles, en lloc de desenvolupar una veritable comprensió matemàtica.

Així mateix, és fonamental animar l'alumnat a verbalitzar els seus raonaments explicant el procediment seguit en la resolució d'un problema, argumentant una idea, conjecturant una regularitat, establint un patró, utilitzant un contraexemple per rebutjar una conjectura, o identificant aspectes comuns i diferents entre objectes matemàtics. Preguntes com les següents poden estimular l'argumentació i generar bones interaccions: «Per què...?», «Per què creus que el teu enfocament del problema és el més adequat?», «Ens ho pots explicar?», «Per què passa això?», «Què passaria si...?», «En què et bases per fer aquesta afirmació? ». Aquestes preguntes es poden formular en una gran varietat de contextos: propietats aritmètiques, construccions geomètriques, anàlisis estadístiques, gràfics funcionals, patrons, algorismes, etc.

Un recurs molt interessant per treballar l'argumentació i destacar la importància del raonament en matemàtiques és el WODB (*Which One Doesn't Belong?*, que a vegades es tradueix al català com a QUELI, «QUin És L'Intrús?»). En aquesta activitat es presenten quatre imatges (nombres, figures geomètriques, objectes, gràfics, diagrames...) i es demana a l'alumnat que identifiqui quina d'elles no pertany al conjunt, quina presenta una característica que la fa diferent de les altres, o quina té un atribut que la fa singular. Després de donar temps als alumnes perquè reflexionin, se'ls demana que assenyalin quina de les figures és «la intrusa» i que ho argumentin sòlidament. Si les quatre imatges estan ben escollides, serà sorprenent observar que cadascuna d'elles podria ser considerada com la intrusa, ja que cada una té una característica que la diferencia de les altres tres. Entre els alumnes sorgiran opinions que defensaran la característica diferencial de cada imatge i hauran d'oferir arguments que mostrin que la seva elecció és lògica. Aquesta és una activitat excel·lent per treballar el raonament, l'argumentació, la comunicació i el maneig del vocabulari matemàtic, així com per subratllar la importància i la necessitat de disposar de recursos i estratègies. Al final, es descobreix que, de fet, no hi ha cap intrús, ja que totes les imatges tenen alguns atributs que les fan diferents de les altres i molts atributs que les fan coincidents. En la comunicació *De WODB fins a QUELI: reflexionar, deduir i defensar arguments a l'aula de matemàtiques* presentada per Cecília Calvo i David Obrador al Congrés Català d'Educació Matemàtica (C²EM) l'any 2016, es fa [una presentació molt detallada d'aquest tipus d'activitats](#). També es pot consultar una proposta del CREAMAT titulada [Fora de sèrie!](#)

K. Valoració de la importància d'utilitzar correctament les representacions i el llenguatge matemàtic per a una bona comunicació.

El recurs més efectiu per contribuir a l'assoliment d'aquest saber és incorporar, tant com sigui possible, la comunicació en les activitats de classe, fent descobrir els avantatges de la claredat i la precisió i els

inconvenients de la seva absència, i subratllant així la importància d'utilitzar correctament el llenguatge matemàtic i la potència de les representacions per a la comprensió de les idees i la resolució de problemes.

Per ajudar l'alumne a valorar la rellevància de la claredat i la precisió en la comunicació, és clau fomentar tant l'expressió de les idees pròpies com l'escolta de les idees d'altres persones. Això es pot fer en una àmplia varietat de contextos, com ara:

- Explicar la resolució d'un problema
- Fer lectures de gràfics
- Argumentar una proposta
- Escoltar les explicacions i els arguments d'altres persones
- Interpretar diagrames estadístics
- Debatre sobre dades presentades en taules
- Descriure una figura geomètrica
- Exposar un raonament
- Mantenir una conversa matemàtica
- Presentar el que s'ha après en una activitat matemàtica

Alguns alumnes poden tenir dificultats a l'hora de fer intervencions públiques. El professorat haurà d'estar atent a aquestes situacions, oferint suport i ajuda per superar-les sense forçar circumstàncies que poden resultar angoixants per a l'alumne.

Convé tenir cura que l'expressió d'idees matemàtiques sigui clara, precisa i coherent, utilitzant una terminologia adequada i incorporant-hi progressivament notacions, símbols, expressions simbòliques, taules, gràfics, diagrames i esquemes propis del llenguatge matemàtic. Tot i que per a una persona acostumada a utilitzar termes i llenguatge matemàtic això pot semblar senzill, sovint és un pas complicat per a l'alumnat, del qual cal ser conscients. Per aquesta raó, és important acollir les idees expressades de manera incorrecta o amb poca claredat, convidant l'alumnat a corregir-les o a enriquir-les. Així mateix, serà convenient acostumar l'alumnat a explicar, amb comentaris significatius, les idees que es posen en joc en les proves escrites i els treballs.

Una activitat interessant per treballar l'expressió i la comprensió és la que, a vegades, s'anomena «dictat de formes geomètriques» o «formes per telèfon» (en al·lusió a la coneguda obra de Gianni Rodari *Contes per telèfon*, és a dir, sense contacte visual). Es treballa en parelles (a i b), en què un membre dicta (a) i l'altre escolta i reproduïx la figura (b):

- En la versió plana, la persona a té un full amb una o diverses figures geomètriques compostes, mentre que la persona b disposa d'un llapis i un full en blanc, sobre el qual ha de reproduir la composició del full que té a seguint només les indicacions de a . En alguns casos, es poden fer servir fulls quadriculats.
- En la versió tridimensional, la persona a té un objecte policúbic format per cubs encaixables (per exemple, 10 o 12), i la persona b disposa d'un munt de cubs solts. La persona b , a partir de les indicacions de a , haurà de construir un objecte policúbic idèntic al que té a .

Aquests reptes fomenten l'atenció en la comunicació, emprant un llenguatge precís i conceptes relacionats amb la representació. Tot i el que pugui semblar, no són reptes gens senzills.

Les representacions són fonamentals en matemàtiques. Quan un concepte o relació es pot representar mitjançant un gràfic, un dibuix, una figura geomètrica, una taula, un material manipulable, un símbol, o un diagrama de flux, es desenvolupa una comprensió més profunda de la idea representada i es creen

connexions dins les matemàtiques. Sovint, el canvi de representació és una eina estratègica per a la resolució de problemes. Són especialment valuoses les representacions amb una base visual, les visualitzacions, que sovint estan lligades al camp de la geometria. Un tipus de recurs basat en la visualització és el «model de barres», particularment útil en la resolució de problemes aritmètics i algebraics, que utilitza dibuixos de barres rectangulars que es divideixen en parts iguals, es comparen o representen situacions abans i després d'un canvi. Els reglets de Cuisenaire o de Maria Antònia Canals (amb diferents colors i models lineals, quadrats i cúbics) són exemples de representacions numèriques, fets amb material manipulable, que permeten visualitzar operacions i relacions matemàtiques.

Les activitats tipus [*Notice and Wonder*](#) (a vegades es tradueixen com «Què observes i què et preguntes») poden ser molt útils per treballar aquest saber. Es dona a l'alumnat una imatge, o diverses, i es demana que expliquin què hi observen, des de la mirada matemàtica, i quines preguntes els venen al cap. Hi ha molta informació sobre aquestes activitats al web de l'NCTM, encara que la majoria dels articles no estan en obert. Al web de Multiplicity Lab es poden trobar [informació](#) i [propostes d'imatges](#). Aquestes activitats també poden ser útils per treballar el **saber #SOE.CE.L**.

- L. Interès per establir connexions entre conceptes matemàtics amb altres disciplines i per analitzar i comprendre el món amb una mirada matemàtica.

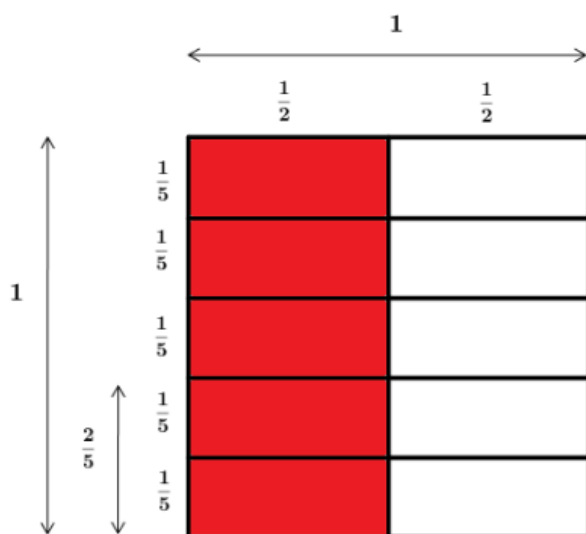
Les connexions internes en matemàtiques permeten que l'alumnat vegi els conceptes des de perspectives diferents, cosa que millora la seva comprensió i contribueix a entendre la matemàtica com un conjunt sòlid de coneixements, esborrant les fronteres entre els diferents sentits. Per això, és rellevant destacar aquestes connexions i despertar l'interès de l'alumne per descobrir-ne de noves. Posar en relleu enllaços entre diverses parts de la matemàtica és l'objectiu de les propostes de connexions que es fan en aquest exemple de desplegament del currículum, però més enllà d'aquestes i no menys importants seran les que estableixin les mirades de docents i d'alumnes. És clau promoure l'interès de l'alumnat per descobrir noves connexions. Cadascun d'aquests enllaços és una oportunitat didàctica que s'hauria d'aprofitar tant per reforçar la comprensió dels conceptes que es vinculen com per transmetre la idea de la forta connectivitat interna del coneixement matemàtic.

La diversitat de representacions d'un mateix concepte facilita establir connexions internes interessants. Tenen especial importància les connexions amb la geometria, que aporten imatges visuals, visualitzacions, de conceptes i relacions de les altres parts de la matemàtica. Dins el sentit espacial, hi ha el bloc de sabers Visualització i modelització geomètrica, que ofereix connexions internes riques i abundants. A continuació, es presenta un exemple de visualització a partir d'una connexió entre sentit numèric i sentit espacial.

Seria possible visualitzar la divisió de fraccions $\frac{1}{2} \div \frac{2}{5} = \frac{5}{4}$?

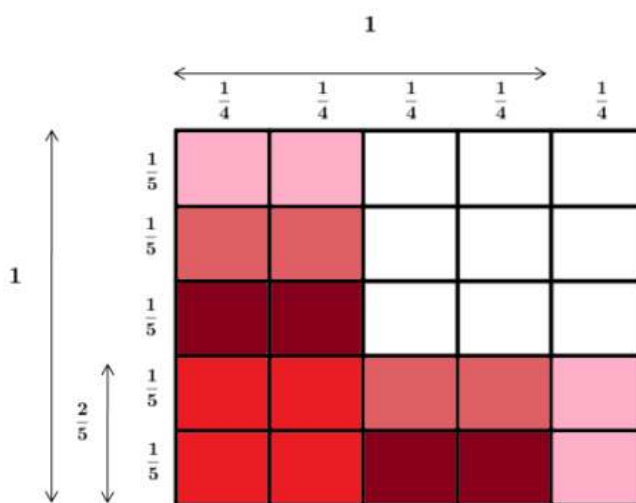
Farem la interpretació geomètrica següent: entendrem que $1/2$ és una àrea i cercarem un rectangle que tingui àrea $1/2$ i un costat que sigui $2/5$. L'altre costat serà el resultat de la divisió.

En la imatge següent, prenent com a unitat el quadrat 1×1 , l'àrea vermella val $1/2$:



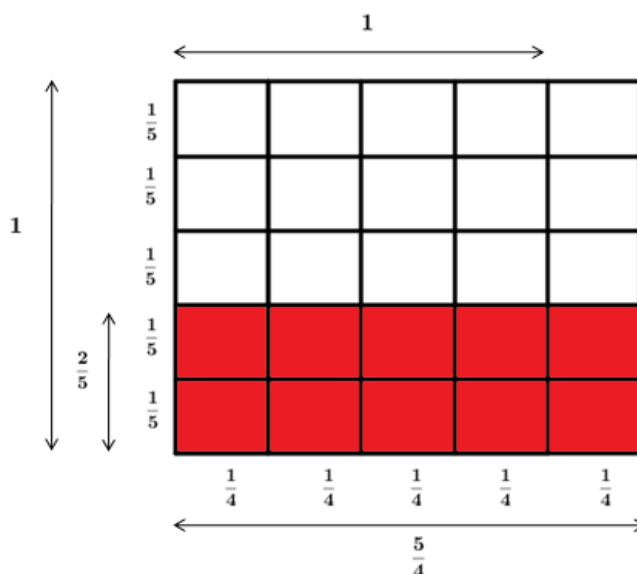
Font: elaboració pròpia.

Ara hi afegim una columna d'amplada $\frac{1}{4}$ i reordenem l'àrea vermella per aconseguir un rectangle amb un costat que sigui $\frac{2}{5}$:



Font: elaboració pròpia.

Observem que tota l'àrea vermella inicial queda reordenada en forma d'un rectangle l'altura del qual mesura $\frac{2}{5}$.



Font: elaboració pròpia.

La base del rectangle mesura $5/4$ i l'àrea, $1/2$. Una visualització bonica que dona sentit geomètric a una divisió de fraccions.

Aquest és un exemple possible entre moltíssims que se'n podrien assenyalar (en aquest desplegament se'n descriuen alguns). Però mai no hem d'oblidar el fet que, a través d'exemples com aquests, ens proposem donar més significat a les idees matemàtiques que es treballen a classe i, alhora, promoure que l'alumnat faci les seves connexions, cerqui enllaços que consideri significatius.

Les connexions externes es proposen enllaçar idees matemàtiques amb altres àmbits i amb tot el que ens envolta. Quasi sempre es fan a partir de la presència (formes, patrons, estructures...) o de l'aplicació a situacions contextualitzades, sovint a través de models matemàtics que en descriuen el comportament.

Hauríem de convidar l'alumnat a ser «capturadors» de matemàtiques en l'entorn, en els mitjans de comunicació, en objectes, en edificis, en l'exercici de determinats oficis, en la pintura, en la literatura... Es pot fer una exposició de «captures matemàtiques» demanant que s'indiqui per quina raó es pensa que és una «bona captura matemàtica». Sovint la raó és molt interessant, ja que sorgeix del diàleg entre l'objecte i la mirada, una mirada matemàtica atenta i curiosa.

Poques activitats són més representatives del foment de la mirada matemàtica que els concursos de fotografia matemàtica. Algunes de les associacions de la FEEMCAT organitzen aquests concursos, alguns d'ells amb una tradició ja àmplia: [ABEAM](#), [APMCM](#), [ADEMGI](#).

Una altra manera d'apropar-nos al món que ens envolta, tot connectant amb el sentit estocàstic, és a través del treball estadístic, que aplica la matemàtica a l'anàlisi, la interpretació i la representació de dades que quantifiquen aspectes diversos: demografia, economia, recursos naturals, medi ambient, educació, sanitat, alimentació, energia... Hi ha webs que permeten disposar de dades reals per treballar a classe, per exemple: [Idescat](#), [Worldometer](#), [Gapminder](#).

En els mitjans de comunicació abunden els diagrames estadístics. Una bona activitat és convidar l'alumnat a cercar-hi gràfics, analitzar-los per entendre'ls bé i, eventualment, detectar-hi errades. Revistes com *Scientific American* o *National Geographic* són plenes de belles representacions de dades que conviden a aturar-s'hi per fer-ne una lectura atenta. La visualització de dades estadístiques s'ha

convertit en un art que va més enllà dels diagrames «clàssics». Els alumnes haurien de tenir interès per llegir aquestes visualitzacions, bases matemàtiques per entendre-les bé i criteris per interpretar-les. Es tracta d'un aspecte fonamental per a l'educació de ciutadans crítics i responsables. Per aquest motiu, en el bloc d'Inferència del sentit estocàstic s'han inclòs sabers sobre l'ús ètic de les dades estadístiques.

L'atzar és molt present en el nostre entorn personal i social, des de la presa de decisions fonamentades en contextos amb cert grau d'incertesa del camp de la sanitat fins als jocs d'atzar, que tenen una forta presència social. La valoració correcta de la informació relacionada amb la probabilitat, la interpretació racional i equilibrada de situacions en què intervé l'atzar i la comprensió dels riscos associats als jocs d'atzar, són aspectes clau en la formació de l'alumnat. En aquesta línia s'han incorporat diversos sabers dins el bloc de Predictibilitat i incertesa del sentit estocàstic.

Unes activitats especialment interessants, perquè parteixen de situacions reals, són les «activitats matemàtiques en 3 actes» de Dan Meyer. En aquestes activitats les situacions són exposades de manera directa i visual, i conviden l'alumnat a formular les seves pròpies preguntes. D'alguna manera, els alumnes no actuen tan sols com a solucionadors de problemes, sinó que abans es plantegen les preguntes que configuren el problema i demanen les dades que necessiten per respondre-les. Es poden trobar moltes d'aquestes situacions a l'enllaç: [Dan Meyer: Three-Act Math Tasks](#). El professor Sergi del Moral ha fet un treball important entorn de les propostes de Dan Meyer. A l'enllaç [Sergi del Moral: \[3actes\] Piràmide de monedes](#) es pot consultar la proposta «Piràmide de monedes», i a l'enllaç [Sergi del Moral: A conversation with Dan Meyer](#) hi ha una entrevista feta al mateix Dan Meyer. A l'enllaç [PuntMat: Activitats en 3 actes](#), el web PuntMat recull diverses propostes de Dan Meyer i d'altres autors. A l'ARC també es pot consultar l'activitat matemàtica en 3 actes Caravana de cotxes de Dan Meyer: [ARC: \[3ACTES\] Caravana de cotxes](#).

Assenyalar aplicacions de la matemàtica també és una manera d'establir connexions externes. El curs 2013-2014, el CREAMAT va dur a terme una campanya anomenada «Matemàtiques en acció», que agrupa un conjunt de petites entrevistes en què diferents matemàtics i matemàtiques professionals expliquen com utilitzen les matemàtiques a la seva feina. Responen a preguntes com «De quina manera fas servir les matemàtiques?», «En què consisteix la teva feina?» o «Què li respondries a un estudiant que et diu: "Profe, per a què serveixen les matemàtiques?"». Algunes d'aquestes entrevistes, que es poden consultar a l'enllaç [Matemàtiques en acció](#), són:

- Álvaro Corral, investigador del Centre de Recerca Matemàtica (CRM), parla d'«Huracans, terratrèmols i fitxes de dominó».
- Tània Arnau, gestora de la informació a My News, SL, parla de «L'estadística de les notícies».
- Tim Myers, investigador del Centre de Recerca Matemàtica (CRM), parla de «Futbol, gel i mosques».
- Marta García-Matos, investigadora de l'Institut de Ciències Fotòniques (ICFO), parla d'«Atzar, fotons i Einstein».
- Miquel Roig, del Banc de Sabadell, parla d'«Economia, riscos i probabilitat».

Pot ser bo visualitzar aquestes entrevistes amb l'alumnat i després continuar el treball amb preguntes com «Què t'ha sorprès més d'aquesta entrevista?», «Què més li haguessis preguntat?», «Quina altra entrevista suggeriries de fer?», «Per preguntar-li què?», etc.

Entre aquestes propostes de recursos, no hi pot faltar el vídeoMAT, matemàtiques per respondre preguntes. El [vídeoMAT](#) es defineix com un projecte col·lectiu que es proposa contribuir a encomanar a l'alumnat de tots els nivells educatius l'interès per desenvolupar una mirada matemàtica dirigida a la cerca de la presència i la incidència de les matemàtiques en el seu entorn, proper i no tan proper. A la [col·lecció permanent del vídeoMAT](#) hi ha un munt de connexions externes a partir de preguntes que es formulen equips d'alumnes i que responen a través d'un vídeo curt. Aquesta col·lecció és el resultat de l'esforç de molts docents i del seu alumnat per cercar matemàtiques en l'entorn.

- M. Apreciació de l'interès dels processos de modelització com a forma atractiva d'enllaçar les matemàtiques amb la realitat sobre la qual es vol actuar.

Presentar les matemàtiques com una eina per analitzar, comprendre i actuar sobre l'entorn contribueix a oferir una visió funcional i aplicada de la matèria. En aquest sentit, els processos de modelització proporcionen un context atractiu perquè l'alumnat pugui explorar problemes propers, aplicant-hi conceptes matemàtics de manera tangible. Aquesta connexió emocional amb els problemes que s'han de resoldre fa que l'aprenentatge sigui més rellevant i significatiu, tot estimulant la curiositat i el desig d'aprendre.

Molts problemes oberts poden donar peu a formular models i contrastar-ne la bondat. Per exemple, l'organització d'un viatge en tren recurrent diverses ciutats portarà a considerar diverses alternatives d'horaris, de preus, de visites possibles..., o estudiar el temps que trigaríem a escriure a mà un milió de vegades el nostre nom (sense fer-ho!). Es poden trobar exemples en molts camps: situacions en què cal mesurar distàncies, àrees i volums, les triangulacions en geodèsia, algunes aplicacions en astronomia, el món de l'arquitectura, els grafs, la decoració, la interpretació matemàtica de la creació artística, els diagrames estadístics, empaquetaments i envasos, la moda en el vestir (formes, talles, patrons), el processament d'imatges, l'economia (preus, hipoteques, cotitzacions de borsa...), la fotografia i el cinema, el món de la salut, la cuina, l'ecologia, l'esport...

En els llibres *Mathematics: Modeling Our World* del projecte Arise, impulsat pel consorci COMAP (Consortium for Mathematics and its Applications) sota la direcció de Salomon Garfunkel, s'hi poden trobar moltes idees per treballar la modelització a classe de matemàtiques. Normalment, es parteix d'una situació real o d'un problema ben contextualitzat i es fan aproximacions matemàtiques successives per a la seva resolució, posant èmfasi també en la comprensió dels conceptes matemàtics implicats i en la pràctica d'habilitats (Garfunkel *et al.*, 1998-2000). Cal citar també el llibre *Mathematical Modelling – Teaching and Assessment in a Technology-Rich World*, de P. Galbraith, W. Blum, G. Booker i Ian D. Huntley, que explora l'ús del modelatge matemàtic com a eina per a l'ensenyament i l'avaluació a través de situacions reals en un marc educatiu en què la tecnologia té un paper fonamental (Galbraith *et al.*, 1998).

Cal esmentar l'International Mathematical Modeling Challenge (IM²C), un concurs per equips d'estudiants de secundària que proposa la resolució de reptes de modelització matemàtica. La [fase espanyola](#) està organitzada per la Universitat de València. Els dos equips guanyadors de la fase espanyola podran participar en la [fase internacional](#).

- N. Gaudi del plaer de resoldre reptes propis de la matemàtica recreativa.

La millor manera de descobrir el gust per enfrontar-se i resoldre reptes propis de la matemàtica recreativa és des de la pràctica. Els docents hem d'intentar que els alumnes, en diversos moments del seu pas per l'ESO, tinguin oportunitat de conèixer aquests reptes i gaudir-ne. Són abundants les col·leccions de recreacions matemàtiques, però cal citar dos clàssics: la [Cyclopedia of Puzzles](#), de Sam Loyd (Loyd, 1914) i els [Amusements in Mathematics](#), de Henry E. Dudeney (Dudeney, 1917). De totes dues obres, n'hi ha reimpressions actuals i disponibles de domini públic.

Els recursos materials també plantegen bons reptes matemàtics: des dels tangrams fins als poliòminos (figures formades per quadrats que poden donar peu a recerques interessants i divertides), des dels trencaclosques basats en disseccions de polígons fins a la construcció de peces tridimensionals... No es poden oblidar els jocs i videojocs que també presenten reptes interactius (torres de Hanoi, Tetris, sudokus...).

Dins la matemàtica recreativa, s'hi poden incloure activitats que combinen màgia i matemàtiques, sovint anomenades de «matemàgia». En aquest àmbit, cal destacar la tasca excel·lent que duen a terme professors com [Fernando Blasco](#) i [Sergio Belmonte](#).

Cal no oblidar els jocs de taula, tant els d'estratègia com els d'atzar, que serveixen per proposar bons problemes matemàtics. En particular, la recerca d'estratègies guanyadores en petits jocs d'estratègia (com els jocs de NIM, el joc d'alineacions, els jocs de cercar i els jocs de connexions). També, molts dels jocs de taula moderns poden ser font d'activitats matemàtiques rellevants (per exemple, el SET, el Can't Stop o el Ricochet Robots, entre molts d'altres). Una bona col·lecció de jocs per treballar a classe de matemàtiques es pot trobar en les publicacions del grup SET de l'ABEAM, per exemple, en l'article «Aprendre matemàtiques amb jocs de taula» (Grup d'ABEAM SET, 2022, p. 93-102). També, l'activitat Fem matemàtiques, que organitza la FEEMCAT i que trobareu a <https://fm.feemcat.org/>, conté una bona col·lecció de jocs per treballar a l'aula, ja que cada any, dins la proposta de problemes, s'hi inclou un joc.

- O. Valoració d'aportacions matemàtiques fetes per persones, dones i homes, en llocs diversos i en diferents moments de la història.

Un recurs excel·lent per treballar aquest saber consisteix a destacar, de tant en tant, una efemèride, l'aniversari del naixement o de la mort d'algun matemàtic o matemàtica rellevant. De fet, pràcticament cada dia podríem celebrar alguna efemèride. Es tracta d'assenyalar l'efemèride, de presentar breument la vida i el context del personatge, i de connectar-lo amb algun aspecte matemàtic que estigui a l'abast de l'alumnat. Dues bones webs per cercar efemèrides matemàtiques són:

- [MacTutor](#), de l'School of Mathematics and Statistics de la University of St. Andrews, a Escòcia. Entre d'altres, conté una secció dedicada a les dones matemàtiques i també a matemàtics i matemàtiques de diferents regions i cultures.
- [Pat'sBlog](#), que, a vegades, conté informacions ben curioses i interessants per portar a classe.

El professorat, amb anticipació, pot fer un repàs d'efemèrides i demanar a equips d'alumnes que les preparin per exposar-les breument el dia corresponent. Convé posar atenció a assegurar una perspectiva inclusiva en la selecció.

És important que l'alumnat participi en aquestes activitats que intenten contribuir a posar en valor les persones que hi ha darrere els coneixements matemàtics, dones i homes que hi han dedicat treball i il·lusió. Però, fent encara un pas més, convé promoure que les activitats siguin suggerides per l'alumnat, que siguin els alumnes els qui descobreixin personatges, estableixin connexions amb fets històrics, es facin preguntes, cerquin respostes...

Una bona activitat és fer una línia del temps en una de les parets de l'aula, incloent-hi matemàtics i matemàtiques rellevants. També hi ha línies del temps digitals, com la de [Mathigon](#). Els pòsters amb imatges o frases de figures destacades en la història de les matemàtiques poden contribuir a fer que els alumnes les coneguin millor. A continuació, es mostra una fotografia d'una aula de 2n d'ESO publicada pel professor David Virgili amb el text «Al suro de 2n d'ESO, s'hi han acumulat els Matemàtics del Mes de què hem anat parlant: Sophie Germain, Euler, Hipàcia, Galois, Ada Lovelace, Cantor...».



Font: David Virgili.

Per reconèixer la diversitat de talents i fomentar la inclusió i l'equitat de gènere en les matemàtiques, la Societat Catalana de Matemàtiques (SCM, IEC) ha creat l'exposició «[#JovesMatemàtiquesCatalanes](#)». Pot ser interessant visitar-la amb els alumnes.

Entre els recursos associats a aquest saber, cal citar pel·lícules basades en biografies de matemàtics o matemàtiques:

- *Àgora* (dedicada a la figura d'Hipàcia d'Alexandria)
- *L'home que coneixia l'infinit* (*The Man Who Knew Infinity*, sobre la vida del matemàtic indi Srinivasa Ramanujan)
- *Figuras ocultas* (*Hidden Figures*, una història entorn del treball científic de tres dones afroamericanes a la NASA, una d'elles, Katherine Johnson)
- *Desxifrant l'Enigma* (*The Imitation Game*, sobre la biografia d'Alan Turing i el seu treball en la descodificació de missatges durant la Segona Guerra Mundial)
- *Una ment meravellosa* (*A Beautiful Mind*, sobre la vida de John Nash)

És important destacar dies especials per a la comunitat matemàtica vinculats a efemèrides personals. Entre aquests dies, cal subratllar el 12 de maig, una jornada que hauríem de promoure activament als nostres centres (proposant debats entorn del tema, visionant documentals sobre alguna matemàtica destacada, veient alguna pel·lícula de recreació històrica...):

- Se celebra el Dia Escolar de les Matemàtiques, coincidint amb l'aniversari del naixement de Pere Puig Adam.
- Se celebra l'International Women in Mathematics Day, Dia Internacional de les Dones Matemàtiques, commemorant el naixement de Maryam Mirzakhani.
- Se celebra el Dia Internacional de la Infermera, commemorant el naixement de la infermera i estadística britànica Florence Nightingale.

També cal destacar l'Ada Lovelace Day, que cada any té lloc el segon dimarts d'octubre per celebrar i donar a conèixer les contribucions de les dones en l'àmbit STEM.

Hi ha temes matemàtics que permeten subratllar la importància de les aportacions a les matemàtiques fetes per cultures diverses i dels fluxos culturals que, a través de la geografia i al llarg del temps, han permès l'intercanvi i la millora d'idees. En són exemples:

- El llegat de Mesopotàmia, Egipte i Roma en la numeració. La numeració maia, la numeració xinesa, els sistemes de comptatge en llocs diversos.
- L'ús de l'àbac.
- L'origen i la transmissió del sistema de numeració posicional i del zero, l'Índia i el món àrab.
- L'origen de l'àlgebra.
- Els calendaris, formidables organitzadors del temps en cultures diverses i en diferents moments.

Les anècdotes de matemàtics i matemàtiques poden ser també una font de coneixement i de motivació. En aquesta línia, cal citar el llibre de Claudi Alsina *Los matemáticos serios son los que no se rien nunca* (Alsina, 2024).

- P. Percepció de la matemàtica com una part crucial del patrimoni cultural de la humanitat, tant per la seva funció instrumental com per l'harmonia, la bellesa i la potència del seu cos de coneixement.

El recurs més important per contribuir a desenvolupar aquest saber és el treball a classe. Sovint els alumnes veuen les matemàtiques com una assignatura de càlculs i de regles mecàniques per donar respostes correctes a exercicis rutinaris. Seria bo que el treball a classe contribuís a fer-ne descobrir la bellesa, la coherència lògica, la connectivitat interna i la utilitat per donar sentit a molt del que ens envolta. I aquesta contribució es pot produir de forma natural si, com s'ha esmentat en molts altres punts d'aquest document, d'una banda el treball a classe es basa en situacions d'aprenentatge riques i ricament treballades, en una planificació no centrada en la compartimentació, en què s'admet i es valora la varietat d'enfocaments, el pensament divergent..., i d'altra banda, també si l'avaluació integra i posa en valor aquesta percepció de la matemàtica.

La decoració de l'aula també pot contribuir a crear un ambient matemàtic. S'hi poden incloure elements com un fris cronològic de les matemàtiques, referències a efemèrides, fotografies i pòsters rellevants, frases i imatges de personatges històrics de la matemàtica, escales d'ordres de magnitud, els primers decimals del número π , els sòlids platònics, el repte de la setmana, murals amb diagrames estadístics... Una decoració que pot ser el resultat natural de situacions d'aprenentatge viscudes a l'aula i que, alhora, pot ajudar a desenvolupar-ne d'altres.

En reconeixement a la importància de les matemàtiques, la 40a Conferència General de la UNESCO, l'any 2019, va proclamar el dia 14 de març de cada any (3/14 en la notació de dates emprada als Estats Units) com a Dia Internacional de les Matemàtiques. De fet, ja feia temps que el 14 de març se celebrava el [Dia Pi](#), una efemèride que el físic Larry Shaw va iniciar l'any 1988 a l'Exploratorium de San Francisco. Els alumnes haurien de conèixer aquest fet, i s'hauria de promoure que els centres celebrin, encara que sigui amb alguna activitat puntual, el Dia Internacional de les Matemàtiques. La fotografia següent mostra unes esplèndides pi-galetes que, amb el motlle de l'MMACA, va fer l'alumnat del cicle de pastisseria de l'Institut Dertosa de Tortosa per celebrar el 14 de març.



Font: Núria Serra.

El repte 8 dels que es van establir en el Congrés Català d'Educació Matemàtica de l'any 2020 (C²EM) afirma: «Promourem activitats participatives en què els docents, els alumnes i les seves famílies puguin gaudir plegats d'experiències matemàtiques positives (fires, activitats de carrer, visites, concursos, jocs, tertúlies, etc.)». Els tipus d'activitats que s'esmenten, especialment si són participades directament per l'alumnat, poden contribuir, d'una banda, a fer que els alumnes, i també les seves famílies, descobreixin aspectes de la matemàtica especialment motivadors i gratificants, i de l'altra, a modificar «mites socials» molt arrelats, que influeixen a l'hora de crear sistemes de creences de l'alumnat que dificulten la generació d'actituds positives envers les matemàtiques.

La comunitat matemàtica ha anat creant «visites matemàtiques» en llocs diversos (una ciutat, un barri, un monument, un indret d'especial interès...). Aquestes visites són el resultat de la presència de les matemàtiques arreu i de la potència de la mirada matemàtica per posar-ho de manifest. En elles els alumnes, més enllà de les parets de l'aula, hi descobriran aplicacions sorprenents de la matemàtica i la seva estreta vinculació amb el patrimoni cultural.

Resulta especialment recomanable visitar, amb l'alumnat, el Museu de Matemàtiques de Catalunya (MMACA) i les seves exposicions. Cadascun dels seus mòduls presenta un repte i convida a una conversa matemàtica. És una manera esplèndida de donar suport a l'educació matemàtica des de fora de l'escola i en formats no acadèmics.

Treball en equip i presa de decisions

Sabers

- A. Actitud positiva per participar en el treball matemàtic en equip, mostrant interès a connectar, raonar i comunicar idees matemàtiques de manera clara i precisa, i a escoltar i valorar amb respecte les idees de les altres persones.
- B. Responsabilitat en el treball en equip i implicació en la presa de decisions conjuntes: compromís amb l'organització, voluntat per arribar a acords, i compliment de les tasques matemàtiques i de la planificació establerta.
- C. Consciència que, en el treball matemàtic en equip, tothom pot fer aportacions valuoses, superant així idees preconcebudes limitadores sobre les capacitats pròpies o alienes, com ara estereotips referents al gènere o a suposades habilitats matemàtiques innates.
- D. Actitud empàtica dins l'equip, ajudant a identificar i superar dificultats matemàtiques, contribuint a l'èxit col·lectiu i a l'aprenentatge compartit.
- E. Valoració i selecció de tècniques i entorns virtuals com a eines per compartir i construir coneixement matemàtic en equip.

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

Aquest bloc de sabers se centra en el desenvolupament de les destreses socials necessàries per al treball matemàtic en equip. Inclou aspectes com el respecte, la cooperació i la responsabilitat en la compartició i construcció del coneixement matemàtic, la participació activa, la valoració de les aportacions, l'escolta atenta, la comunicació assertiva i, sobretot, l'empatia cap a les altres persones en un ambient d'igualtat.

El **saber #SOE.TP.A** se centra principalment en l'actitud i els processos matemàtics dins el treball en equip, el **saber #SOE.TP.B** es relaciona amb la responsabilitat i l'organització, el **saber #SOE.TP.C** aborda les creences, el **saber #SOE.TP.D** posa l'accent en l'empatia, i el **saber #SOE.TP.E** tracta sobre tècniques i eines que faciliten el treball col·laboratiu.

Comentaris sobre les connexions

Els sabers d'aquest bloc s'han de treballar de manera integrada en totes les activitats matemàtiques que es facin en equip. Segons el tipus d'activitat, es pot posar l'atenció més directament en uns sabers o en uns altres, però tots han de tenir-se en compte. Per aquest motiu, no s'han explicitat enllaços amb sabers concrets d'altres sentits, tot i que en la redacció s'ha procurat destacar processos matemàtics i aspectes específics de la matemàtica.

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

Aquests sabers han de tenir una presència constant al llarg de tots els cursos de l'ESO i requereixen una atenció contínua. Per aquesta raó, no s'han identificat sabers essencials ni d'ampliació.

Observacions sobre alguns sabers específics

Tot seguit es fan observacions sobre els diferents sabers d'aquest bloc.

- A. Actitud positiva per participar en el treball matemàtic en equip, mostrant interès a connectar, raonar i comunicar idees matemàtiques de manera clara i precisa, i a escoltar i valorar amb respecte les idees de les altres persones.

L'Informe Cockcroft, *Las matemáticas sí cuentan: informe Cockcroft*, de l'any 1985, ja indicava que «L'ensenyament de les matemàtiques en tots els àmbits hauria d'incloure oportunitats per a la discussió entre professorat i alumnat, i entre el mateix alumnat» (Cockcroft, 1985). Una de les millors oportunitats per estimular la conversa matemàtica entre alumnes és el treball en grup entorn de la resolució de problemes. Aquesta és una de les expressions més clares de la dimensió social de l'aprenentatge matemàtic. El treball en equip ben fet pot aportar:

- Una comprensió més profunda de les idees matemàtiques, derivada de la necessitat de raonar, argumentar i justificar, per tal que totes les persones de l'equip comparteixin coneixement.
- Una valoració de la diversitat de perspectives que hi ha en el grup, dels mètodes d'abordatge, de les formes d'entendre i de raonar, derivada de la necessitat d'expressar-se i fer-se entendre, així com d'escoltar activament idees matemàtiques.

L'alumnat ha de ser conscient de l'aportació que fa a la seva formació un bon treball matemàtic en equip. Per tal que aquest treball doni bons resultats, cal cuidar, entre d'altres, dos aspectes:

- Proposar una tasca «rica» que permeti un primer abordatge individual, en què cada participant pugui avançar satisfactòriament, seguit d'un treball en equip que demostrï, de manera convincent per a tothom, que la col·laboració facilita un aprofundiment més gran.
- Crear dinàmiques de cooperació en què tothom fa aportacions, en què les aproximacions de cada alumne són escoltades, valorades i mai descartades, sinó més aviat millorades, complementades amb d'altres o «desades per pensar-hi més endavant».

En el llibre *Building Thinking Classrooms in Mathematics* (Liljedahl, 2020, cap. 2), Peter Liljedahl afirma que, en general, els criteris de formació de grups responen a objectius educatius (raons pedagògiques, de productivitat, de creativitat) o a objectius socials (diversitat, integració, socialització). Tant aquest tipus d'agrupament, que podríem anomenar estratègic, com l'agrupament lliure tenen dificultats. L'autor es manifesta clarament a favor de grups escollits de forma visiblement aleatòria i canviant-los de manera freqüent (per exemple, a cada classe). Liljedahl aporta raons molt rellevants per escollir aquesta opció: augment de la voluntat de col·laboració, eliminació de barreres socials, increment de la mobilitat del coneixement, augment de l'entusiasme per l'aprenentatge matemàtic, i reducció de l'estrès social.

- B. Responsabilitat en el treball en equip i implicació en la presa de decisions conjuntes: compromís amb l'organització, voluntat per arribar a acords, i compliment de les tasques matemàtiques i de la planificació establerta.

La responsabilitat en el treball en equip és un aspecte clau per aconseguir una col·laboració efectiva entre les persones que el formen i per assolir els seus objectius. Aquest principi general és del tot aplicable al treball matemàtic en un entorn educatiu. L'alumnat ha de comprendre clarament la importància de l'organització dels equips, el respecte per les funcions assignades a cada membre, la planificació i temporització del treball, la serietat en el compliment de les tasques encomanades i la contribució a la creació d'un ambient de col·laboració constructiu. Per a projectes de llarga durada, és important visualitzar aquests elements establint esquemes d'organització, mapes de tasques i cronogrames. Aquesta planificació, elaborada pel mateix grup, ja és un exercici de lògica aplicada a la resolució d'un problema real i viscut personalment.

Els rols han de tenir funcions clares i, sovint, s'han d'assignar de manera rotativa per evitar que la seva consolidació reforci estereotips o limiti la participació. Entre els rols que es poden assignar als membres de l'equip, podem destacar:

- La persona encarregada de prendre nota del que es fa.
- La persona que coordina les tasques que s'han d'anar realitzant.
- La persona que s'ocupa de la inclusió, garantint i facilitant la participació de tothom.
- La persona que s'assegura que tothom entengui les idees.

Cada membre ha de ser responsable de les seves pròpies tasques, però també ha de contribuir al resultat global de l'equip i, per tant, assumir una responsabilitat col·lectiva. En alguns casos, pot ser recomanable establir un «contracte de grup» que defineixi rols, tasques i pautes de funcionament. El professorat ha de respectar aquests rols i tota l'organització establerta, proporcionant retroacció (*feedback*) per a la millora i tenint-ho en compte en l'avaluació.

En el treball matemàtic en equip, sovint cal prendre decisions, com prioritzar una manera d'abordar un problema. Això no vol dir descartar altres enfocaments possibles, sinó triar una opció per avançar conjuntament. Si és necessari, es pot recular més endavant i, de forma argumentada, prendre una nova decisió. És natural que puguin sorgir desacords i serà clau saber aprofitar la intel·ligència col·lectiva del grup, basada en la combinació de coneixements, habilitats i experiències de les persones que el formen, per arribar a bones decisions. En aquest procés, és fonamental que els alumnes es comuniquin amb claredat i coherència, escoltin amb atenció per comprendre els raonaments d'altres membres de l'equip, valorin diferents perspectives, reflexionin i argumentin. Cal que totes les veus siguin escoltades i que les decisions es prenguin de manera conjunta, respectuosa, inclusiva i eficient.

- C. Consciència que, en el treball matemàtic en equip, tothom pot fer aportacions valuoses, i superar així idees preconcebudes limitadores sobre les capacitats pròpies o alienes, com ara estereotips referents al gènere o a suposades habilitats matemàtiques innates.

En el capítol 10 del llibre *Para pensar mejor. Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos* (Guzmán, 1991), Miguel de Guzmán destaca, en relació amb el treball matemàtic en equip, la riquesa que aporta l'oportunitat d'aprendre a través de la comunicació entre els membres del grup. Ho expressa amb una analogia captivadora:

«Si la fisonomia dels nostres propis rostres pot diferir tantíssim, tot i comptar només amb uns pocs elements com els ulls, el nas o la boca per distingir-nos, és fàcil imaginar la gran varietat que han de presentar les nostres ments, tan immensament complexes. És evident que podem aprendre molt mitjançant la comunicació entre nosaltres sobre les nostres maneres d'actuar davant d'una mateixa situació-problema.»

Un treball col·laboratiu ben fet contribueix a assolir una comprensió profunda de les idees matemàtiques, al mateix temps que fomenta actituds inclusives i obertes en un entorn d'aprenentatge en què cada estudiant se sent capaç d'aportar idees valuoses al propòsit conjunt. Les experiències positives de treball matemàtic en equip ajuden a superar creences limitadores i falses sobre les capacitats matemàtiques pròpies o d'altres persones, com els estereotips de gènere o les suposades habilitats matemàtiques innates. Així, el treball matemàtic en equip pot contribuir a promoure una cultura de respecte que encoratgi la participació activa de tothom.

- D. Actitud empàtica dins l'equip, ajudant a identificar i superar dificultats matemàtiques, contribuint a l'èxit col·lectiu i a l'aprenentatge compartit.

L'empatia és un bé valuós en les relacions humanes. En el context d'un equip escolar de treball matemàtic, una actitud empàtica es manifesta en l'interès per comprendre i respectar les emocions i les necessitats educatives de les altres persones del grup. Això implica escoltar activament, prestar atenció a les reaccions dels companys de l'equip, i oferir suport i ajuda en l'aprenentatge quan sigui

necessari. L'empatia promou relacions positives i crea un ambient de col·laboració que facilita tant la millora acadèmica com el creixement emocional. Aquesta actitud ha de sustentar-se en:

- El foment de la cooperació, del desig de superació i del gust per la feina matemàtica ben feta, tot reduint la competitivitat i l'individualisme.
- La voluntat d'oferir ajuda sempre que calgui i de demanar-ne quan sigui necessari, sense que donar o rebre suport impliqui cap valoració de la vàlua personal en relació amb les matemàtiques. Sovint, l'alumne que ofereix ajuda es beneficia acadèmicament tant com l'alumne que la rep.
- El reconeixement i la gestió positiva de les emocions que es posen en joc en enfrontar-se a una tasca matemàtica en equip.

El propòsit fonamental d'un veritable treball col·laboratiu en matemàtiques no es limita a completar la tasca en si (com ara resoldre un problema, realitzar un projecte o dur a terme un estudi estadístic), sinó que s'estén a garantir que cada membre de l'equip aconsegueixi els aprenentatges corresponents. Tot l'equip dona suport a l'aprenentatge dels seus companys i assumeix una responsabilitat compartida per fer-ho possible. Aquesta «responsabilitat grupal» complementa la «responsabilitat individual, creant un entorn en què l'ajuda mútua contribueix significativament a l'aprenentatge de tothom.

- E. Valoració i selecció de tècniques i entorns virtuals com a eines per compartir i construir coneixement matemàtic en equip.

Actualment, les eines digitals aporten suport i eficiència al treball en equip i a la presa de decisions. És important que l'alumnat valori aquestes eines observant-ne els avantatges i inconvenients i, en conseqüència, vagi adquirint aquest saber. Tanmateix, això podria ser delicat en alguns aspectes:

- D'una banda, l'experiència de l'alumnat en relació amb l'ús i el funcionament d'eines digitals, especialment en els primers cursos de l'ESO, pot no ser prou àmplia per avaluar i seleccionar adequadament aquests recursos. Per això, el fet que el professorat porti diversitat en les opcions disponibles i observi com l'alumnat les valora contribueix a aquest saber.
- D'altra banda, aquesta observació prolongada no és fàcil, a causa de la complexitat i la volatilitat de les aplicacions proposades, ja sigui per les actualitzacions que s'hi realitzen, pels canvis en les polítiques de privacitat o per l'obsolescència del programari utilitzat.

L'ús reflexiu de les eines digitals en el treball en equip al voltant de les matemàtiques és clau per desenvolupar en l'alumnat un criteri propi sobre aquestes eines i en aquest entorn col·laboratiu.

Recursos i activitats

Recursos i activitats generals per al bloc de sabers

Els sabers d'aquest bloc s'han de treballar en el marc d'activitats matemàtiques en equip. No obstant això, tenen un caràcter general que els fa aplicables a activitats d'equip en diverses matèries, projectes o altres contextos escolars. Per tant, l'adquisició d'aquests sabers també s'ha d'impulsar des d'aquests àmbits.

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

A continuació, es presenten algunes idees sobre recursos i activitats que poden contribuir a l'aprenentatge dels sabers d'aquest bloc.

- A. Actitud positiva per participar en el treball matemàtic en equip, mostrant interès a connectar, raonar i comunicar idees matemàtiques de manera clara i precisa, i a escoltar i valorar amb respecte les idees de les altres persones.

Per fomentar una actitud positiva envers la participació en activitats matemàtiques en equip, el professorat ha de cuidar tant l'activitat com l'equip. Pel que fa a l'activitat, és essencial triar tasques de qualitat, especialment problemes que fomentin la interacció, la investigació, la diversitat de perspectives, la conversa i l'argumentació. Els problemes amb «llindar baix, sostre alt i parets amples» en són un bon exemple. Com ja s'ha comentat, pot ser útil un primer abordatge individual, seguit d'un treball en equip que evidencii els avantatges de la col·laboració. Pel que fa a l'equip, és important utilitzar un criteri adequat per seleccionar-ne els membres (tal com s'indica en l'apartat «Descripció i orientacions» corresponent a aquest saber) i establir dinàmiques positives de treball en grup, en què tothom faci aportacions que siguin valorades i mai descartades.

Les dinàmiques proposades per Peter Liljedahl en el llibre *Building Thinking Classrooms in Mathematics* (Liljedahl, 2020) donen excel·lents resultats per construir a classe un autèntic ambient de pensament matemàtic.

La gestió del reconeixement per part del professorat pot ser també un recurs molt valuós. És recomanable reconèixer no només les competències matemàtiques demostrades, sinó també les actituds positives, com l'ajuda mútua, la perseverança i la creació d'una relació constructiva en l'equip. La gestió curiosa de l'atribució de mèrits per part del professorat és essencial; això inclou subratllar certes intervencions, destacar enfocaments interessants i donar importància a propostes que podrien passar desapercebudes o ser poc valorades. Aquestes accions poden ajudar a trencar idees limitadores sobre les possibilitats matemàtiques tant pròpies com d'altres persones.

Per impulsar una actitud positiva cap al treball matemàtic en equip, pot ser útil oferir, després d'aquestes activitats, l'oportunitat de reflexionar i compartir opinions responen a preguntes com les següents i rebent retroacció per part del professorat:

- T'ha resultat agradable i profitós treballar en equip, o hauries preferit treballar individualment?
- Què ha funcionat bé durant l'activitat en equip?
- Què es podria millorar en el futur?
- Com podries contribuir a aquesta millora?

Aquestes reflexions ajuden a identificar els punts forts i les àrees de millora, afavorint una col·laboració més efectiva i enriquidora.

En la resolució de problemes, es pot utilitzar la dinàmica 1-2-4: treball individual, en parella i en grup. Es planteja un problema a tota la classe i es lliura a cada alumne un full dividit en tres columnes numerades 1, 2 i 4. La columna 1 està destinada al treball individual; la columna 2, al treball en parella, i la columna 4, al treball en grup de quatre persones. Inicialment, es dona un temps determinat (per exemple, 5 minuts) perquè cada alumne reflexioni i avanci en la resolució del problema de manera individual, anotant els seus progressos a la columna 1. A continuació, es formen parelles i es dona un altre període de temps (per exemple, 10 minuts) perquè les parelles treballin juntes en la resolució del problema, registrant les seves idees a la columna 2. Finalment, es formen grups de quatre persones, als quals se'ls dedica un temps (per exemple, 15 minuts) perquè acordin la millor manera de resoldre el problema i documentin la solució a la columna encapçalada pel 4. La fase de treball individual és un moment per pensar personalment, comprendre què es demana i començar a definir una estratègia; permet explorar i familiaritzar-se amb el problema. La fase de treball en parella serveix per començar a verbalitzar les idees, compartir estratègies, detectar errades i ajustar plantejaments. Això permet a l'alumne explicar, escoltar, consolidar o corregir punts de vista, avançar amb un company i guanyar confiança. La fase de treball en grups de quatre és l'oportunitat per comparar i contrastar propostes, descobrir noves estratègies, refinar solucions i construir coneixement matemàtic de manera col·lectiva.

En el document [A Brief Guide for teachers and administrators - Classroom Challenges](#) del [Mathematics Assessment Project](#) de la Universitat de Califòrnia, a Berkeley, i el Shell Center de la Universitat de Nottingham, es descriu un procediment de treball en grup interessant al voltant de la resolució de problemes:

- Abans de la classe dedicada a la resolució del problema, el professor planteja el problema perquè els alumnes el treballin individualment durant una estona (entre 10 i 15 minuts). Naturalment, és recomanable que sigui un problema no rutinari.
- El docent revisa les respostes, observant els enfocaments i les dificultats trobades, i ofereix algunes retroaccions mitjançant preguntes adequades.
- Durant la classe de resolució del problema, els alumnes comencen revisant individualment les seves pròpies solucions al problema plantejat, tenint en compte la retroacció del professorat. A continuació, es formen petits grups per comparar i desenvolupar les seves estratègies de resolució. El professor observa els enfocaments dels diferents grups i dona suport a la resolució col·lectiva mitjançant preguntes. Després, es comparteixen els diferents enfocaments en una discussió general amb tota la classe. El professorat selecciona grups perquè expliquin les seves estratègies i promou una discussió rica.
- Finalment, els alumnes treballen individualment per millorar les seves solucions inicials i participar en una reflexió final sobre allò que han après.

Les posades en comú que s'incorporen en aquests processos o els conclouen tenen una importància clau per arrodonir l'aprenentatge. Caldrà posar atenció a les dinàmiques que s'estableixin per portar-les a terme. Una d'aquestes dinàmiques, especialment interessant, és la posada en comú del grup classe amb portaveus molt acuradament seleccionats.

Una activitat molt interessant per fer en equip és la construcció conjunta d'un mapa conceptual sobre un tema de matemàtiques. Es tracta d'una tasca d'estructuració i síntesi, en la qual les diverses perspectives aportades pels membres de l'equip poden contribuir a recapitular, organitzar i consolidar les seves idees matemàtiques.

El sentit socioemocional ha de ser present en el treball entorn de tots els altres sentits, també en els àmbits que puguin semblar més tecnificats. Per exemple, les activitats matemàtiques vinculades al bloc de pensament computacional del sentit algebraic ofereixen excel·lents oportunitats per fomentar el treball en equip i la col·laboració. Algunes d'aquestes activitats poden ser:

- L'elaboració de construccions geomètriques amb programes de geometria dinàmica.
- L'anàlisi de gràfics de famílies de funcions, ja sigui amb calculadores, fulls de càlcul o programes de geometria dinàmica.
- La identificació de patrons en successions numèriques.
- La creació o millora d'algorismes per resoldre problemes. El [projecte Euler](#) té un [banc d'arxiu](#) molt adequat al respecte, així com [la campanya Investiguem](#) del CREAMAT.
- La simulació d'experiments aleatoris, ja siguin de realització real manipulable o a través de la programació. Sobre aquest últim tipus de simulació, es pot consultar el [mòdul 2: Probabilitat i simulació](#) del Programem matemàtiques amb Snap!

- B. Responsabilitat en el treball en equip i implicació en la presa de decisions conjuntes: compromís amb l'organització, voluntat per arribar a acords, i compliment de les tasques matemàtiques i de la planificació establerta.

Alguns elements clau per fomentar la responsabilitat en el treball en equip en matemàtiques són:

- Crear un entorn físic i relacional que afavoreixi la col·laboració.
- Assignar rols dins els equips assegurant que cada membre tingui una funció activa i rotativa, evitant fixar rols específics que puguin perpetuar estereotips.



- Descriure clarament la tasca proposada perquè tots els membres n'entenguin els objectius i les expectatives.
- Fer un seguiment proper de l'activitat, intervenint-hi quan sigui necessari per estimular el pensament sense interrompre el flux creatiu.
- Reconèixer i celebrar els èxits de l'equip i les contribucions individuals de cada membre.
- Oferir temps per a la reflexió grupal sobre el treball realitzat, la gestió de les responsabilitats i la manera de funcionament del grup.

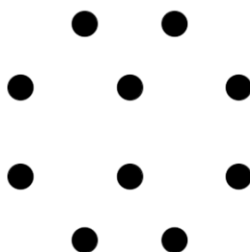
En el treball matemàtic en equip, especialment en la resolució de problemes, sovint serà necessari escollir entre diferents opcions de procediments, estratègies i enfocaments. En el bloc de Model matemàtic dins el sentit algebraic, ja s'ha inclòs un saber que subratlla la importància de la presa de decisions en la resolució de problemes. És crucial que l'alumnat aprengui a gestionar aquests processos de presa de decisions de manera inclusiva i eficient. Alguns recursos que poden facilitar aquest aprenentatge són:

- Fomentar la creació d'un ambient de confiança en què tothom se senti segur expressant les seves idees, sense por de crítiques i sense adoptar actituds de conformitat passiva.
- Assegurar que totes les opinions siguin escoltades, incloses aquelles que poden ser menys convencionals o minoritàries.
- Valorar la diversitat de pensament i la discrepància d'opinions com una oportunitat per enriquir el procés de resolució de problemes.
- Emprar mètodes clars per a la presa de decisions. Utilitzar tècniques organitzades, racionals i justes, com el consens o la votació, per garantir que les decisions es prenguin de manera col·lectiva.
- Reflexionar posteriorment sobre les decisions preses per tal d'aprendre dels errors i celebrar els encerts.

Entre els recursos esmentats per treballar el **saber #SOE.TP.A**, s'han destacat les dinàmiques presentades per Peter Liljedahl en el llibre *Building Thinking Classrooms in Mathematics* (Liljedahl, 2020). En aquesta línia, per al **saber #SOE.TP.B**, se suggereix utilitzar la metodologia de treball en equips de tres persones dempeus davant de superfícies verticals no permanents (com pissarres blanques, vidres de finestres o paper de cel·lofana), amb un únic retolador per equip. Normalment, la persona encarregada del retolador s'escull aleatòriament, i se li demana que només anoti les idees que li indiquen els companys i les companyes de l'equip, no les pròpies. El fet que els grups treballin amb certa proximitat (sense estar apilats) permet el contacte visual entre el que estan fent i facilita així la mobilitat del coneixement entre ells. Els estudis realitzats per Peter Liljedahl mostren un augment significatiu en la implicació de l'alumnat.

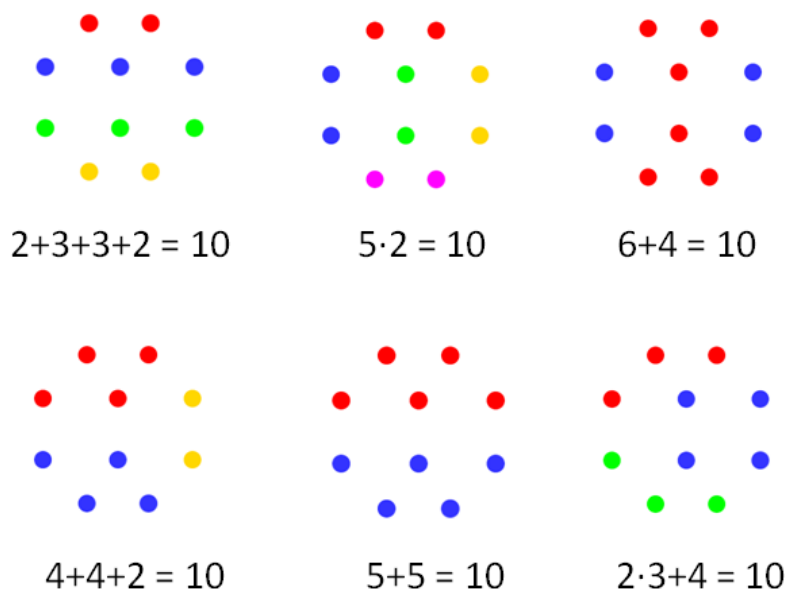
- C. Consciència que, en el treball matemàtic en equip, tothom pot fer aportacions valuoses, per tal de superar idees preconcebudes limitadores sobre les capacitats pròpies o alienes, com ara estereotips referents al gènere o a suposades habilitats matemàtiques innates.

Una de les riqueses del treball en equip és la confluència i la valoració de la diversitat de mirades entorn d'una tasca matemàtica (problema, projecte, situació d'aprenentatge, etc.). Convé que l'alumnat en prengui consciència. L'activitat que es descriu a continuació és una bona activitat per fer a l'inici de curs, abans de començar a treballar en equip, per tal de visualitzar la necessitat de respectar i valorar tots els punts de vista. Aquesta diversitat de mirades es posa de manifest, d'una manera sorprenent, si es demana a un grup de persones que comptin el nombre de punts que hi ha en una imatge que se'ls mostrarà tan sols uns segons. Per exemple, observeu la imatge següent feta a partir de [youcubed at Stanford University - Bruce McCandliss's research on groupitizing](#).



Font: elaboració pròpia a partir d'[aquest enllaç](#).

Si, després de veure-la uns segons, l'ocultem i demanem als alumnes que indiquin quants punts hi ha, probablement la majoria dirà que n'hi ha 10. Tanmateix, la pregunta interessant ve després: «Quina estratègia ha seguit cadascú/una per saber-ho?». Observarem una rica varietat de respostes basades en diferents agrupaments (els grups es representen per colors), per exemple:



Font: elaboració pròpia.

Si un procés mental aparentment tan simple dona lloc a aquesta diversitat de perspectives (que corresponen a una diversitat d'expressions aritmètiques equivalents), imaginem l'àmplia varietat de punts de vista que es poden generar en la resolució d'un problema interessant, i la riquesa que això pot aportar al treball del grup.

Després d'una activitat matemàtica en equip, pot ser interessant plantejar a l'alumnat preguntes que convidin a la reflexió sobre l'acollida de les idees i les intervencions de totes les persones de l'equip. Per exemple:

- Heu sabut recollir les idees proposades per totes les persones de l'equip i fer-les créixer conjuntament? O no s'han sabut tenir en compte les aportacions de tothom?
- Com ha anat la discussió en el grup? Hi has participat de manera respectuosa, assertiva i constructiva? Ha servit per aprendre?
- Com creus que pots abordar adequadament una discrepància amb algú durant les activitats de resolució de problemes en equip?
- Tens la sensació de no haver pogut expressar allò que t'hauria agradat aportar? Per què creus que ha estat així?

Preguntes com aquestes conviden a revisar el funcionament del grup i a fer que l'alumnat prengui consciència de la necessitat d'establir dinàmiques assertives que promoguin una comunicació clara, respectuosa i directa, en un ambient en què totes les persones participants se sentin valorades i escoltades, i en què les diferències es gestionin de manera constructiva.

La retroacció també pot contribuir a l'assoliment del **saber #SOE.TP.C**, si se centra en el procés d'aprenentatge i no només en la correcció de les respostes, reconeixent els esforços de tothom i valorant el progrés individual i conjunt.

- D. Actitud empàtica dins l'equip, ajudant a identificar i superar dificultats matemàtiques, contribuint a l'èxit col·lectiu i a l'aprenentatge compartit.

L'enfocament actitudinal d'aquest saber en subratlla la importància, però també adverteix que la seva adquisició pot requerir temps i esforç per part de l'alumnat, així com una atenció acurada del professorat. En el capítol 3.4 del llibre *¿Cómo aprendemos? Una aproximación científica al aprendizaje y la enseñanza* (Ruíz Martín, 2020, cap. 3.4), Héctor Ruíz Martín examina la dimensió social de l'aprenentatge, amb especial atenció a l'aprenentatge en grups col·laboratius:

«Amb freqüència, s'afirma que les activitats d'aprenentatge col·laboratiu ensenyen als estudiants una habilitat tan important per a la vida com és la col·laboració. No obstant això, la veritat és que això no és així necessàriament. El que les activitats col·laboratives proporcionen realment és una oportunitat per practicar la col·laboració. Però si no es guia els estudiants sobre com fer-ho i s'espera que ho aprenguin espontàniament, l'oportunitat per practicar la col·laboració perd bona part del seu potencial, tant per ajudar-los a desenvolupar aquesta habilitat com per promoure l'aprenentatge gràcies a ella. En canvi, si proporcionem als estudiants unes pautes bàsiques per comunicar-se, organitzar el treball en equip i resoldre conflictes, llavors l'aprenentatge col·laboratiu resulta molt més efectiu».

L'aprenentatge matemàtic dels alumnes es pot beneficiar del treball col·laboratiu en equip, però, per aconseguir el millor resultat possible, és essencial implementar recursos que ajudin a crear un clima d'empatia, base del compromís personal en l'aprenentatge col·lectiu i en l'aprenentatge matemàtic de cada membre del grup. Entre aquests recursos, es poden destacar tres aspectes principals:

- La promoció de la comunicació efectiva i assertiva: expressar idees matemàtiques de manera clara i precisa, atendre els arguments d'altres persones, esforçar-se per entendre i ser entès, veure la discrepància com una oportunitat de millora, i garantir una participació equilibrada de tothom en les converses. Segons el tipus de treball que faci el grup, pot ser interessant emprar notes adhesives per visualitzar idees i fomentar la participació.
- L'interès directe en l'aprenentatge matemàtic de cada company del grup: implicar-se activament en l'aprenentatge dels altres i contribuir-hi de manera constructiva.
- La gestió emocional en el treball matemàtic en equip: assegurar que tothom se senti còmode en el grup, fomentant un entorn en què ningú tingui por de compartir idees o cometre errors. Cal evitar les crítiques destructives i les reaccions desproporcionades, promoure l'ajuda mútua, valorar les aportacions de cada membre i reconèixer tant els èxits col·lectius com els individuals.

Per impulsar l'actitud empàtica a què fa referència el saber, és important transmetre explícitament la rellevància d'aquests punts i proporcionar pautes per assegurar-se que es tinguin en compte.

Un tipus d'activitat interessant per posar de manifest el valor de l'aportació individual en el treball col·lectiu (encara que, en aquest cas, la idea d'equip sigui molt àmplia) són els *role-plays* matemàtics. Sovint, en aquests *role-plays*, els alumnes representen ens matemàtics que, a través de la seva posició, relació o acció, donen vida, realitat dinàmica, a situacions matemàtiques de les quals emergeixen idees rellevants des del punt de vista didàctic. En alguns casos, hi participa tot l'alumnat; en d'altres, tan sols

alguns alumnes. Tanmateix, aquest tipus d'activitats són molt inclusives, ja que ningú no queda exclòs d'una experiència viscuda de manera directa, encara que les interpretacions puguin ser diverses. Alguns exemples de *role-plays* matemàtics són: la representació de condicions algebraïques sobre punts de la recta o del pla, la representació de relacions funcionals (com ara la construcció de la corba tractriu, de corbes de persecució, o la descoberta de l'espiral logarítmica a partir del vol d'un falcó), la representació de diagrames estadístics, la representació de situacions combinatòries o la representació d'algorismes (per exemple, l'ordenació pel mètode de la bombolla). Es poden trobar descripcions detallades d'alguns d'aquests *role-plays* en els articles d'Anton Aubanell, «Construint matemàtiques. Nosaltres com a recurs: *role-plays* a classe de matemàtiques (1)» (Aubanell, 2017a) i «Construint matemàtiques. Nosaltres com a recurs: *role-plays* a classe de matemàtiques (2)» (Aubanell, 2017b), apareguts en els números 39 i 40 de la revista *Noubiaix*, respectivament. Els *role-plays* són una de les activitats docents en què, d'una manera més clara, es posa de manifest la construcció col·lectiva del coneixement, harmonitzant accions individuals en una representació conjunta que aporta valor afegit pel que fa a l'aprenentatge de l'alumnat.

- E. Valoració i selecció de tècniques i entorns virtuals com a eines per compartir i construir coneixement matemàtic en equip.

Reflexionar i debatre per mitjà de fòrums de discussió, fent preguntes «innocents» adequades o introductòries d'un tema, pot fomentar el pensament crític i estimular opinions que, oralment, podrien no aparèixer. Exemples de preguntes d'aquest tipus poden ser: «Quin és el nombre més gran que coneixes? Quin és el nombre més gran que pots fer amb tres 9? Per què creus que les abelles utilitzen un patró de malla hexagonal per construir els seus ruscós?»

Un altre marc, especialment potent, per construir coneixement matemàtic en equip és la proposta principal que formula el llibre *Building Thinking Classrooms in Mathematics* (Liljedahl, 2020). Una peça clau d'aquesta proposta és l'elecció de bones tasques, les quals poden emprar-se també en els fòrums de discussió.

El [calendari matemàtic](#) que genera la Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana Al-Khwarizmi o el [recurs](#) extret del web de l'[Alicia Burdess](#) ofereixen problemes que poden ajudar a treballar en aquests dos marcs.

Blocs de competències: processos matemàtics i gestió socioemocional

El conjunt de sabers que constitueixen el sentit socioemocional, com tots els altres sentits, s'han de relacionar amb el conjunt de competències del currículum. Sense un coneixement dels sabers difícilment es poden desenvolupar els processos per avançar en l'assoliment de les competències i, d'altra banda, la manera com s'introdueixen, es construeixen i s'utilitzen els sabers és clau per realitzar un treball competencial.

Així doncs, tots els sabers poden contribuir a desenvolupar qualsevol competència si es treballen en activitats adequades. Igualment, un saber pot contribuir a desenvolupar diverses competències.

Es presenta la relació entre els sentits i les competències específiques a través dels processos: Resolució de problemes (competències específiques CE 1 i CE 2), Raonament i prova (competències específiques CE 3 i CE 4), Connexions, on distingim les internes (competència específica CE 5) i les externes (competència específica CE 6), Comunicació i representació (competència específica CE 7) i Gestió socioemocional (competències específiques CE 8 i CE 9).

Aquesta relació, pel que fa al sentit socioemocional, es concreta, en el marc d'aquest exemple, de la manera

que es descriu en els apartats següents, tot i que poden haver-hi altres anàlisis igualment vàlides.

Resolució de problemes (CE 1 i CE 2)

Resoldre problemes matemàtics desafiadors és, d'una banda, un repte que sovint es viu amb certa tensió, i de l'altra, una de les activitats més apassionants de la pràctica matemàtica. En aquesta tasca es posen en joc diverses emocions, la gestió de les quals contribueix a augmentar l'eficàcia personal en la resolució del problema i a desenvolupar la resiliència. En la resolució de problemes són essencials actituds com la perseverança, la creativitat, l'adaptabilitat, l'acceptació de l'error com a part del procés d'aprenentatge, la satisfacció per l'assoliment dels objectius... Sovint, la resolució de problemes es fa en grup i requereix habilitats socioemocionals relacionades amb el treball en equip, com el sentit de responsabilitat conjunta, la implicació activa, la disposició per arribar a acords i una gestió eficaç de la presa de decisions. Totes aquestes creences, actituds, emocions i habilitats contribueixen al desenvolupament de les competències específiques CE 1 i CE 2.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar la resolució de problemes són, entre d'altres:

- El **saber #SOE.CE.F** fomenta la perseverança, l'ús d'estratègies de resolució i la valoració crítica de les solucions, contribuint així a les competències CE 1 i CE 2.
- El **saber #SOE.CE.G** se centra explícitament en les emocions vinculades al procés de resolució de problemes i en la seva gestió adequada.
- Els **sabers #SOE.CE.H** i **#SOE.CE.I** fan referència a les actituds i emocions davant de l'èxit i de l'error en la resolució de reptes matemàtics, aspectes essencials per fomentar el gust per aquesta activitat.
- El **saber #SOE.CE.M**, que fa referència a l'apreciació de l'interès per la modelització matemàtica, està vinculat, de manera natural, a la resolució de problemes contextualitzats.
- Sovint, les recreacions matemàtiques consisteixen en la resolució de reptes, de petits o grans problemes. Per això, el treball entorn del **saber #SOE.CE.N** pot contribuir significativament al desenvolupament de les competències CE 1 i CE 2.
- El treball en grup és especialment idoni per a la resolució de problemes. Tots els sabers del bloc **#SOE.TP** contribueixen a promoure un treball d'equip constructiu, empàtic, inclusiu i eficient, fet que potencia les competències CE 1 i CE 2.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers fan referència directa al procés de resolució de problemes i ofereixen oportunitats per contribuir al desenvolupament de les competències CE 1 i CE 2. A continuació, se seleccionen cinc recursos que són força generals i molt rellevants:

- Els bons problemes, que generen interès, que permeten diferents formes d'abordatge, que són adequats per treballar en equip, que conviden a l'argumentació i la conversa. En particular, els problemes de «llindar baix, sostre alt i parets amples» (esmentats a propòsit dels **sabers #SOE.CE.A**, **#SOE.CE.B** i **#SOE.CE.D**).
- El temps (esmentat a propòsit del **saber #SOE.CE.G**) és un recurs essencial en la resolució de problemes, i permet una reflexió pausada i aprofundida.
- Els «protocols de procés» o «fulls de ruta» (esmentats a propòsit del **saber #SOE.CE.G**) ajuden a fer que l'alumne prengui consciència del trajecte seguit en el procés de resolució d'un problema.
- La dinàmica que proposen les «aules per pensar» o *thinking classrooms* (esmentada a propòsit, entre d'altres, dels **sabers #SOE.PT.A**, **#SOE.PT.B** i **#SOE.PT.E**) per treballar la resolució de problemes en equip és molt potent per promoure la participació activa de l'alumnat.

- Les activitats relacionades amb la resolució de problemes que estan organitzades per entitats com la FEEMCAT i la SCM (esmentades a propòsit del **saber #SOE.CE.B**) poden contribuir molt al desenvolupament de les competències CE 1 i CE 2.

Raonament i prova (CE 3 i CE 4)

Aquest procés exigeix cura i rigor, i contribueix a desenvolupar la capacitat d'anàlisi crítica de l'alumnat i evita arribar a conclusions precipitades o errònies. En matemàtiques, els errors són inevitables i cal considerar-los com a part de l'aprenentatge. La capacitat de raonar no només serà útil a l'alumnat en el camp matemàtic, sinó que també podrà aplicar-se en altres àmbits del coneixement i en la seva vida quotidiana. Una visió lògica contribuirà a desenvolupar el seu sentit crític i li permetrà argumentar de manera coherent i valorar amb rigor els arguments d'altres persones.

Cal assenyalar que la competència específica CE 4 està centrada en el pensament computacional com un àmbit d'aplicació del raonament.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar el raonament són, entre d'altres:

- El **saber #SOE.CE.J** fa referència directa al raonament com a element consubstancial al coneixement matemàtic, que contribueix especialment al desenvolupament de la competència específica CE 3.
- Les recreacions matemàtiques, a les quals fa referència el **saber #SOE.CE.N**, són oportunitats molt poderoses i motivadores per posar en pràctica el raonament matemàtic.
- El **saber #SOE.CE.P** dona l'oportunitat de posar en relleu el raonament com una característica genuïna de la matemàtica.
- En el marc del treball en equip, el **saber #SOE.TP.A** posa en relleu la importància d'exposar amb claredat i precisió raonaments propis i d'escoltar els d'altres persones.
- El **saber #SOE.TP.E**, centrat en l'ús adequat d'eines virtuals per compartir i construir coneixement matemàtic en equip, contribueix a educar el pensament computacional i a desenvolupar la competència CE 4.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers fan referència directa al procés de raonament i prova, i contribueixen al desenvolupament de les competències específiques CE 3 i CE 4. Per exemple:

- Les bones preguntes són un recurs important per convidar a construir o a verbalitzar raonaments: *Per què...? Què passaria si...? En què et bases...? Pots argumentar-ho...?* (esmentat a propòsit del **saber #SOE.CE.J**).
- Les activitats tipus *WODB* o *QUELI* (esmentades a propòsit del **saber #SOE.CE.J**) són una magnífica invitació a raonar i argumentar.
- Algunes activitats matemàtiques vinculades al pensament computacional (elaboració de construccions geomètriques amb programes de geometria dinàmica, identificació de patrons en successions numèriques, creació o millora d'algorismes per resoldre problemes...), esmentades a propòsit del **saber #SOE.TP.A**, ofereixen excel·lents oportunitats per treballar les competències CE 3 i CE 4.
- Les activitats tipus «aules per pensar» o *thinking classrooms* (esmentades a propòsit, entre d'altres, dels **sabers #SOE.TP.A** i **#SOE.TP.B**) són una formidable invitació a fer que l'alumnat raoni i argumenti mentre treballa en equip entorn de la resolució de problemes.

Connexions amb altres parts de la matemàtica (CE 5)

Veure les idees des de diferents perspectives pot contribuir a enriquir la comprensió matemàtica, fomentar la creativitat i desenvolupar una mentalitat flexible. El reconeixement de connexions tant explícites com subtils pot ajudar a apreciar i respectar la diversitat d'enfocaments possibles en matemàtiques. Les connexions internes, dins el cos de coneixements matemàtics, són una part de la seva bellesa i, en l'educació matemàtica, representen oportunitats per donar major significat als conceptes. Les connexions internes promouen el desenvolupament de la competència específica CE 5.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar les connexions internes són, entre d'altres:

- El **saber #SOE.CE.L** fa referència explícita a les connexions, en particular a les internes.
- El raonament matemàtic, al qual es dedica el **saber #SOE.CE.J**, és un eix clau en totes les àrees de la matemàtica, una característica genuïna d'aquesta disciplina.
- El llenguatge matemàtic, al qual fa referència el **saber #SOE.CE.K**, i de manera especial el llenguatge simbòlic, també enllaça les diferents branques de la matemàtica.
- Una part de l'harmonia i de la bellesa de la matemàtica, a la qual fa referència el **saber #SOE.CE.P**, prové de la seva connectivitat interna. El treball amb aquest saber està estretament vinculat amb el desenvolupament de la competència CE 5.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar els sabers del sentit socioemocional contribueixen a establir connexions internes dins el coneixement matemàtic i, per tant, al desenvolupament de la competència CE 5. Per exemple:

- La visualització geomètrica d'idees matemàtiques que provenen d'altres sentits (especialment dels sentits numèric i algebraic) és un tipus de connexió interna especialment rellevant des del punt de vista educatiu. Se n'ha posat un exemple a propòsit del **saber #SOE.CE.L**.
- A propòsit del **saber #SOE.CE.L**, també s'ha esmentat l'aplicació de les matemàtiques a la interpretació de gràfics estadístics. Aquesta interpretació (una clara connexió externa) sovint implica activar idees del sentit espacial, del sentit de la mesura i del sentit numèric, fet que crea connexions internes de gran interès.
- Entenent la història de les matemàtiques com una part del coneixement matemàtic, a propòsit dels **sabers #SOE.CE.O** i **#SOE.CE.P**, s'han esmentat recursos molt interessants: destacar dones i homes que han tingut un paper rellevant en la història de la matemàtica a través d'efemèrides del seu naixement o de la seva mort, proposar el matemàtic o matemàtica del mes, veure alguna pel·lícula o celebrar dies especials són accions que permeten connectar personatges amb conceptes matemàtics que hi estan relacionats.
- Una visita amb l'alumnat al Museu de Matemàtiques de Catalunya (esmentat a propòsit del **saber #SOE.CE.P**) és sempre una oportunitat per connectar idees matemàtiques a través de l'experiència.

Connexions amb altres matèries i amb l'entorn (CE 6)

Fer connexions entre les matemàtiques i els contextos quotidians pot contribuir a desenvolupar la capacitat de prendre decisions informades i fomentar el pensament crític. Les connexions externes en l'educació matemàtica (siguin amb altres matèries escolars o bé amb l'entorn natural, social o cultural de l'alumnat) són fonamentals perquè fan que l'aprenentatge sigui més rellevant, comprensible i significatiu per a l'alumnat: contextualitzen les idees matemàtiques, posen de manifest la presència i l'aplicació de les

matemàtiques, i plantegen problemes pràctics a partir de situacions quotidianes. En definitiva, les connexions externes ajuden a veure les matemàtiques no com una disciplina aïllada, sinó com una eina poderosa per comprendre i interactuar amb el món que ens envolta. Les connexions externes promouen el desenvolupament de la competència específica CE 6.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar les connexions externes són, entre d'altres:

- Els **sabers #SOE.CE.F i #SOE.CE.G** estan relacionats amb les creences, actituds i emocions associades a la resolució de problemes matemàtics. Quan aquests problemes es presenten dins contextos rellevants per a l'alumnat, estableixen connexions externes que fan l'aprenentatge més atractiu.
- El **saber #SOE.CE.L** posa l'accent en les connexions matemàtiques, en particular també en les connexions externes. Entre aquestes, cal destacar les que fan referència a la contribució de les matemàtiques a l'assoliment dels objectius de desenvolupament sostenible (ODS).
- La modelització és un dels processos matemàtics més importants per descriure i analitzar el món que ens envolta, establint connexions externes. L'apreciació de la importància de la modelització, a la qual fa referència el **saber #SOE.CE.M**, pot contribuir al desenvolupament de la competència CE 6.
- El **saber #SOE.CE.O** convida a fer connexions temporals a través de personatges històrics. Algunes d'aquestes connexions poden considerar-se internes, dins la història de la matemàtica, però també tenen una dimensió externa quan se situen els personatges en els seus contextos socials i històrics.
- El **saber #SOE.CE.P** destaca el paper instrumental de la matemàtica en altres àrees del coneixement, especialment en l'àmbit STEM.

Recursos

Alguns recursos esmentats per treballar diferents sabers del sentit socioemocional ofereixen bones oportunitats per establir connexions externes i contribuir així al desenvolupament de la competència CE 6. Per exemple:

- L'exposició virtual «Matemàtiques experimentals» (esmentada a propòsit del **saber #SOE.CE.A**) conté més de 200 situacions matemàtiques d'experimentació en cadascuna de les quals s'inclouen aspectes històrics i aplicacions en contextos diversos.
- Els concursos de fotografia matemàtica (esmentats a propòsit del **saber #SOE.CE.L**) són excel·lents oportunitats per educar la mirada matemàtica cap a l'entorn. Els alumnes es converteixen en cercadors de connexions externes, «capturades» a través d'imatges i lemes i contribueixen així al desenvolupament de la competència CE 6.
- La interpretació de dades estadístiques i de diagrames estadístics reals permet establir connexions diverses i potents. A propòsit del **saber #SOE.CE.L**, s'han esmentat els webs Worldometers, Gapminder i el de l'Idescat. Les infografies estadístiques, cada cop més, es transformen en petites obres d'art, i la capacitat per interpretar-les correctament és indispensable per comprendre el món que ens envolta.
- Les activitats matemàtiques en 3 actes de Dan Meyer (esmentades a propòsit del **saber #SOE.CE.L**) plantegen reptes matemàtics en situacions molt contextualitzades, establint connexions externes.

Comunicació i representació (CE 7)

Expressar clarament els propis pensaments amb confiança i respecte, escoltar activament i valorar els arguments dels companys i companyes, gestionar les pròpies emocions i comprendre les emocions dels altres contribueix a crear relacions positives i afavoreix el treball matemàtic col·laboratiu i inclusiu. La representació és una eina tant per comunicar com per construir i estructurar conceptes matemàtics. Les

diferents formes de representació (dibuixos, esquemes, construccions amb materials manipulables, taules, gràfics, símbols, diagrames, recursos TIC) proporcionen múltiples vies per apropar-se a les idees matemàtiques, facilitant-ne la comprensió i connectant conceptes. Representar un concepte o una relació matemàtica de diverses maneres no només dona més significat als conceptes representats, sinó que també pot ser una estratègia valuosa per al treball matemàtic. La comunicació i la representació contribueixen al desenvolupament de la competència específica CE 7.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar la comunicació i la representació són, entre d'altres:

- El **saber #SOE.CE.K** fa referència directament a la comunicació i la representació i, per tant, és essencial en el desenvolupament de la competència específica CE 7.
- En les descripcions i orientacions del **saber #SOE.CE.K**, es destaca la importància de les representacions visuals derivades d'interpretacions geomètriques de conceptes o relacions, que resulten molt útils per comprendre idees matemàtiques.
- Els **sabers #SOE.TP.A** i **#SOE.TP.C** subratllen la importància d'una comunicació eficient i respectuosa en el treball en equip, així com la necessitat de prendre consciència que tothom pot fer aportacions valuoses en aquest procés. Aquests sabers ajuden a desenvolupar la competència CE 7.
- El **saber #SOE.TP.E** posa en relleu la necessitat d'emprar tècniques i entorns virtuals adequats per representar, comunicar i construir coneixement matemàtic en equip.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers del sentit socioemocional fan referència al procés de comunicació i representació. Per exemple:

- L'activitat que s'ha anomenat «dictat de formes geomètriques» o «formes per telèfon» (esmentada a propòsit del **saber #SOE.CE.K**) és un gran exercici per descobrir la necessitat de claredat i precisió en la comunicació, així com per buscar bones maneres de representar. És una bona activitat per contribuir al desenvolupament de la competència CE 7.
- L'elaboració i, sobretot, la interpretació correcta de representacions de dades estadístiques (esmentada a propòsit del **saber #SOE.CE.L**) és essencial per a una persona informada i amb capacitat crítica.
- La representació geomètrica d'idees matemàtiques (de la qual s'ha donat un exemple interessant a propòsit del **saber #SOE.CE.L**) permet establir connexions internes de caràcter visual que donen molt de significat a les idees representades.
- El vídeoMAT (esmentat a propòsit del **saber #SOE.CE.L**) proposa una activitat excel·lent no només per a la cerca de connexions externes, sinó també per a la comunicació, fet que contribueix al desenvolupament de la competència CE 7.

Gestió socioemocional (CE 8 i CE 9)

La gestió socioemocional se centra en les habilitats i estratègies concretes per controlar i regular les pròpies emocions i les interaccions socials. Inclou l'aprenentatge de tècniques per manejar l'estrès, resoldre conflictes de manera constructiva, comunicar-se eficaçment i establir relacions saludables. Tots els sabers del sentit socioemocional del currículum de matemàtiques han de contribuir al desenvolupament de la capacitat de gestió socioemocional de l'alumnat. Mereix una atenció especial la gestió socioemocional en el treball matemàtic en equip. El treball matemàtic pot desencadenar diverses emocions, i, quan es fa en grup, sorgeixen noves emocions derivades de les interaccions entre els membres. Aquestes poden ser positives (com confiança, seguretat, entusiasme, motivació, satisfacció i orgull) o negatives (com inseguretat,

frustració, estrès, ansietat, enveja i competitivitat), les quals poden influir en la dinàmica de l'equip, la seva eficàcia i el benestar de l'alumnat. Per aprofitar al màxim les emocions positives i minimitzar els efectes de les negatives, és essencial gestionar-les adequadament. Això implica garantir que tothom se senti còmode dins el grup, promovent un entorn en què ningú tingui por de compartir idees o cometre errors. Per això cal evitar les crítiques destructives i les reaccions desproporcionades, fomentar l'ajuda mútua, valorar les aportacions individuals i reconèixer tant els èxits col·lectius com els personals.

La gestió socioemocional està vinculada a dues competències específiques:

- CE 8, relacionada amb el desenvolupament d'habilitats personals com les creences, les actituds i les emocions envers les matemàtiques.
- CE 9, centrada en el desenvolupament d'habilitats socials com el treball en equip i la presa de decisions.

A continuació s'indiquen alguns aspectes que, treballats des del sentit socioemocional, poden contribuir al desenvolupament de les competències CE 8 i CE 9.

Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 8

Per contribuir al desenvolupament de la competència CE 8, seran molt rellevants els sabers del bloc de Creences, actituds i emocions i les activitats que, a tall d'exemple, es proposen per treballar-los:

- Els **sabers #SOE.CE.A, #SOE.CE.B, #SOE.CE.C, #SOE.CE.D i #SOE.CE.E** se centren en les creences, actituds i emocions entorn de l'aprenentatge matemàtic en general.
- Els **sabers #SOE.CE.F, #SOE.CE.G, #SOE.CE.H i #SOE.CE.I** se centren en les creences, actituds i emocions entorn de la resolució de problemes.
- Els **sabers #SOE.CE.J, #SOE.CE.K, #SOE.CE.L, #SOE.CE.M, #SOE.CE.N, #SOE.CE.O i #SOE.CE.P** se centren en les creences, actituds i emocions entorn dels processos matemàtics i la matemàtica.
- El **saber #SOE.CE.C** es refereix a l'aprenentatge sobre la pròpia manera d'aprendre, un autoconeixement que permet a l'alumnat gestionar millor les seves emocions enfront dels reptes matemàtics i que afavoreix el desenvolupament de la competència específica CE 8.
- El **saber #SOE.CE.E** té un paper clau en la superació de creences limitadores i estereotips sobre les habilitats matemàtiques. A través d'aquest saber, es potencia la confiança de l'alumnat en les seves capacitats matemàtiques, la qual cosa és essencial per a la gestió socioemocional i contribueix de ple al desenvolupament de la competència específica CE 8.
- Apreciar la potència de la modelització matemàtica, a la qual fa referència el **saber #SOE.CE.M**, ofereix a l'alumnat una visió de la matemàtica aplicada i funcional, allunyada de falses creences sobre la seva manca d'utilitat en la vida quotidiana.
- L'activitat «Hola, com ets?» (esmentada a propòsit del **saber #SOE.CE.A**) és una excel·lent activitat d'acollida per posar de manifest les creences, actituds i emocions de l'alumnat entorn de les matemàtiques.
- Hi ha activitats dissenyades per promoure la presa de consciència i la reflexió sobre el que s'ha après, com ara els «tiquets de sortida» o la «carpeta d'aprenentatge» (que s'esmenten a propòsit del **saber #SOE.CE.C**).
- Els problemes matemàtics amb «llindar baix, sostre alt i parets amples» (esmentats a propòsit del **saber #SOE.CE.D**) són excel·lents recursos per fomentar l'autoconfiança en les possibilitats relacionades amb el treball matemàtic i la inclusivitat.
- El gaudi de les recreacions matemàtiques (a què fa referència el **saber #SOE.CE.N**) és un gran motor per generar interès en els reptes matemàtics i confiança en les pròpies capacitats per afrontar-los.
- Els vídeos de la sèrie «Matemàtiques en acció» (esmentats a propòsit del **saber #SOE.CE.L**) tenen com a objectiu mostrar a l'alumnat, d'una banda, aplicacions de la matemàtica i, de l'altra, la cara humana de les persones que les desenvolupen.
- Bons recursos per promoure l'interès de l'alumnat cap a les matemàtiques, la seva història i les seves aplicacions són les visites a exposicions matemàtiques, tant reals, per exemple, les del Museu de Matemàtiques de Catalunya (esmentades a propòsit del **saber #SOE.CE.P**), com virtuals, per

exemple, el web Experimentals, Matemàtiques experimentals (esmentat a propòsit del **saber #SOE.CE.A**).

Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 9

Per contribuir al desenvolupament de la competència CE 9, seran molt rellevants els sabers del bloc de Treball en equip i presa de decisions i les activitats que, a tall d'exemple, es proposen per treballar-los:

- El **saber #SOE.TP.A** té un paper important en les activitats matemàtiques en grup, ja que fomenta una actitud positiva cap a la col·laboració i promou una comunicació clara, precisa i respectuosa entre els membres del grup. Aquestes habilitats són essencials per gestionar les emocions en situacions de treball conjunt.
- El **saber #SOE.TP.B** és molt rellevant en la gestió socioemocional de l'alumne durant el treball matemàtic en equip, ja que promou la responsabilitat en la tasca matemàtica conjunta, el compromís per cooperar, la implicació emocional positiva i la voluntat de consens per prendre decisions durant el procés de resolució de problemes, fet que contribueix al desenvolupament de la competència CE 9.
- El **saber #SOE.TP.C** impulsa la consciència que tothom pot fer aportacions valuoses en el treball matemàtic col·laboratiu, superant estereotips limitadors i contribuint a crear un ambient de confiança i respecte, clau per a una gestió socioemocional positiva en el context matemàtic.
- El **saber #SOE.TP.D** fomenta una actitud empàtica en les tasques matemàtiques en equip i afavoreix la creació d'un espai d'aprenentatge compartit on l'ajuda mútua i l'esforç conjunt per superar les dificultats matemàtiques de cada membre de l'equip esdevenen naturals, promovent així un clima socioemocional saludable i contribuint a desenvolupar la competència CE 9.
- El **saber #SOE.TP.E** facilita el procés de col·laboració i l'intercanvi d'idees, ajuda a crear una dinàmica de treball fluida i eficient, millora la comunicació interna de l'equip, fomenta la participació de tothom i contribueix a generar un clima de confiança.
- Després de fer activitats matemàtiques en equip, és recomanable dedicar uns minuts a la reflexió, sovint guiada per preguntes adequades (com les esmentades en relació amb els **sabers #SOE.TP.A** i **#SOE.TP.C**). Aquest moment de reflexió és clau per revisar la dinàmica del grup, especialment pel que fa a l'acollida i la valoració de les idees aportades per cada membre.
- Entre els beneficis del treball en equip, destaca la riquesa que aporta la confluència de diverses perspectives en una mateixa tasca matemàtica. Una activitat molt adequada perquè l'alumnat descobreixi aquesta diversitat és el comptatge de punts en una imatge que es mostra només durant uns segons (esmentada a propòsit del **saber #SOE.TP.C**).
- La metodologia de les «aules per pensar» o *thinking classrooms* (esmentada en relació amb els **sabers #SOE.PT.A**, **#SOE.PT.B** i **#SOE.PT.E**, entre d'altres) és una eina excel·lent per fomentar el treball matemàtic en equip, ja que activa l'interès i la participació de tot l'alumnat.
- Les dinàmiques de grup per a la resolució de problemes matemàtics que combinen el treball individual, en petit grup i en gran grup (descrites en relació amb el **saber #SOE.TP.A**) ofereixen oportunitats valuoses per promoure una actitud positiva envers el treball matemàtic col·laboratiu.
- Les activitats tipus *role-play* (esmentades en relació amb el **saber #SOE.TP.D**) posen de manifest, de manera clara, el valor de les aportacions individuals en el treball col·lectiu i faciliten la construcció conjunta del coneixement. Per la seva naturalesa vivencial, aquestes activitats promouen la participació activa de tot l'alumnat i són eines didàctiques molt potents i inclusives.