

TOR 4t d'ESO: Sentit numèric

Consideracions generals.....	1
Blocs de sabers.....	1
Comptatge.....	1
Sabers.....	1
Descripció i orientacions.....	1
Reflexions inicials.....	1
Comentaris sobre les connexions.....	1
Recursos i activitats.....	2
Recursos i activitats per treballar sabers concrets.....	2
Quantitat.....	4
Sabers.....	4
Descripció i orientacions.....	4
Reflexions inicials.....	4
Comentaris sobre les connexions.....	5
Observacions sobre alguns sabers específics.....	5
Recursos i activitats.....	5
Recursos i activitats generals per al bloc de sabers.....	5
Recursos i activitats per treballar sabers concrets.....	9
Sentit de les operacions.....	15
Sabers.....	15
Descripció i orientacions.....	15
Reflexions inicials.....	15
Comentaris sobre les connexions.....	15
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació.....	15
Observacions sobre alguns sabers específics.....	15
Recursos i activitats.....	16
Recursos i activitats per treballar sabers concrets.....	16
Relacions.....	20
Sabers.....	20
Descripció i orientacions.....	20
Reflexions inicials.....	20
Comentaris sobre les connexions.....	20
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació.....	20
Observacions sobre alguns sabers específics.....	20
Recursos i activitats.....	21
Recursos i activitats per treballar sabers concrets.....	21
Educació financera.....	23

Sabers.....	23
Descripció i orientacions.....	23
Reflexions inicials.....	23
Comentaris sobre les connexions.....	23
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació.....	23
Observacions sobre alguns sabers específics, no calen tots.....	23
Recursos i activitats.....	23
Recursos i activitats generals per al bloc de sabers.....	23
• «Analitzem la rendibilitat d'una inversió»: en aquesta activitat s'analitza la inversió que el Xavier va fer fa un any, fet que permet a l'alumnat familiaritzar-se amb conceptes clau de l'educació financera, com el càlcul de rendibilitat, la importància dels dividends i la variació del valor dels actius en el temps.....	24
Recursos i activitats per treballar sabers concrets.....	25
2. Segona columna: despeses. Si bé tenim clars els ingressos, les despeses són més difícils de controlar. Aquesta columna serà més detallada, ja que s'hi han de registrar les despeses i classificar-les segons diverses tipologies:.....	26
Blocs de competències: processos matemàtics i gestió socioemocional.....	27
Resolució de problemes (CE 1 i CE 2).....	27
Sabers.....	27
Recursos.....	28
Raonament i prova (CE 3 i CE 4).....	28
Sabers.....	28
Recursos.....	29
Connexions amb altres parts de la matemàtica (CE 5).....	29
Sabers.....	29
Recursos.....	30
Connexions amb altres matèries i amb l'entorn (CE 6).....	30
Sabers.....	30
Recursos.....	30
Comunicació i representació (CE 7).....	31
Sabers.....	31
Recursos.....	32
Gestió socioemocional (CE 8 i CE 9).....	32
Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 8:.....	32
Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 9:.....	33

Consideracions generals

El sentit numèric és essencial en totes les àrees de les matemàtiques i resulta fonamental per afrontar amb èxit els continguts de 4t d'ESO. En aquest curs, es consolida el treball dels blocs de comptatge, quantitat i sentit de les operacions, i s'amplia amb la incorporació dels nombres irracionals. Alhora es continua treballant el bloc de relacions i es reprèn el d'educació financera, introduït a 2n d'ESO.

Les activitats proposades parteixen dels coneixements previs de l'alumnat, fomenten l'ús d'estratègies pròpies i eviten l'aprenentatge mecànic. Com en els cursos anteriors, és important plantejar problemes que afavoreixin la reflexió, permetin establir connexions entre les propietats dels nombres i les seves operacions, i promoguin la valoració de la coherència i la precisió dels resultats dels càlculs.

En aquest nivell, es completa el conjunt de nombres reals amb la introducció dels nombres irracionals. Es treballa amb nombres reals en contextos significatius i s'enforteix la comprensió de patrons matemàtics, que permeten abordar recomptes i càlculs de forma més abstracta i general.

Blocs de sabers

Comptatge

Sabers

- A. Aplicació de diferents estratègies de comptatge, com ara diagrames d'arbre o tècniques de combinatòria, per resoldre problemes i abordar situacions diverses. [#EST.PI](#)

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

La proposta introdueix estratègies de comptatge a través d'activitats manipulatives, com ara fitxes de colors o cartes, que permeten a l'alumnat explorar casos concrets abans de formalitzar els conceptes. Aquest enfocament facilita la comprensió d'agrupacions, variacions, permutacions i combinacions. Mitjançant el raonament inductiu, els estudiants detecten patrons i dedueixen fórmules a partir de l'experimentació.

Eines com els diagrames d'arbre o les llistes sistemàtiques connecten l'experimentació amb la formalització matemàtica i preparen l'alumnat per afrontar situacions més abstractes i complexes.

Comentaris sobre les connexions

Les tècniques de comptatge són fonamentals en estadística, especialment en el càlcul de probabilitats, ja que permeten determinar el nombre total de resultats possibles en experiments o esdeveniments aleatoris. Conceptes com les variacions, les permutacions, les combinacions i la regla del producte faciliten l'anàlisi i el recompte dels casos favorables o possibles, un pas fonamental per al càlcul de probabilitats.

Recursos i activitats

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

L'activitat [Fitxa de colors](#), inclosa a l'[ARC](#), té com a objectiu explicar una manera estructurada de plantejar el problema general de la combinatòria. L'activitat busca fomentar el raonament sobre els criteris de formació d'agrupacions i facilitar la deducció de fórmules de recompte. Per assolir aquests objectius, es treballa amb l'ús de fitxes de colors com a recurs manipulatiu i visual.

Per desenvolupar l'activitat, es formen grups de tres alumnes, i a cada equip se li dona quatre pilons de fitxes, cadascun d'un color diferent. Per a alguns exercicis serà necessari utilitzar un piló addicional, mentre que en altres s'haurà de prescindir d'un dels pilons.

Tot seguit, se'ls demana: «Formeu tots els grups possibles amb 3 fitxes». L'enunciat d'aquesta activitat és intencionadament ambigu per provocar que l'alumnat es qüestioni la necessitat d'establir criteris com ara si importa o no l'ordre i si es permet o no la repetició de fitxes.

Es recomana que el professorat deixi que els diferents grups reflexionin durant una estona sobre aquestes qüestions abans d'intervenir. Un cop tots els grups ho hagin analitzat, es pot introduir la idea que, segons la resposta que es doni a aquestes dues preguntes, es poden obtenir diferents tipus d'agrupacions, cadascuna amb el seu nom específic: variacions, variacions amb repetició, permutacions i combinacions.

Com a primer exercici, es demana als grups que formin agrupacions «tenint en compte que l'ordre importa i que no es poden repetir fitxes». L'alumnat anirà treballant fins que ja no trobi més agrupacions (n'hi ha 24, tot i que no ho sàpiga d'entrada). És important que els alumnes discuteixin quines agrupacions sobren en alguns casos i quines falten en altres. Aquesta reflexió els portarà a establir que hi ha exactament 24 agrupacions possibles.

Arribats a aquest punt, se'ls pot preguntar: «Com sabeu que no n'hi ha més?». Aquesta pregunta conduirà l'alumnat a establir i explicar uns criteris de construcció, a partir dels quals es podrà deduir fàcilment la fórmula de les variacions.

Un cop completat aquest exercici, es repetirà el procés amb altres tipus d'agrupacions. Si considerem que «m» és el nombre de colors diferents disponibles en cada cas, i «n» és el nombre de fitxes que formen cada agrupació, un possible ordre d'activitats seria el següent:

$$m = 4, n = 3, \text{ importa l'ordre, no es poden repetir: } V_4^3 = 24$$

$$m = 4, n = 2, \text{ importa l'ordre, no es poden repetir: } V_4^2 = 12$$

$$m = 5, n = 2, \text{ importa l'ordre, no es poden repetir: } V_5^2 = 20$$

$$m = 3, n = 3, \text{ importa l'ordre, no es poden repetir (Permutacions): } P_3 = 6$$

$$m = 4, n = 4, \text{ importa l'ordre, no es poden repetir (Permutacions): } P_4 = 24$$

$$m = 4, n = 2, \text{ importa l'ordre, sí que es poden repetir: } VR_4^2 = 16$$

$$m = 3, n = 2, \text{ importa l'ordre, sí que es poden repetir: } VR_3^2 = 9$$

El cas de les combinacions és una mica més difícil d'introduir. Comencem construint totes les agrupacions possibles segons les variacions: V_4^3

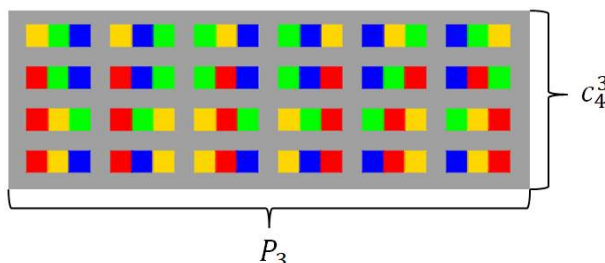
Un cop fet això, sobre la taula, les reordenem de manera que formin un rectangle. En aquest rectangle, cada fila inclou totes les agrupacions de fitxes que tenen els mateixos tres colors.

La base del rectangle tindrà un nombre d'elements corresponent a: P_3

Cada fila representarà una combinació, i l'altura del rectangle serà: C_4^3

L'àrea total del rectangle correspon a la totalitat de les agrupacions: V_4^3

A partir d'aquí, podem establir la relació: $V_4^3 = P_3 \cdot C_4^3$



Font: Elaboració pròpia

Aïllant les combinacions, obtenim la fórmula en el cas concret: $C_4^3 = \frac{V_4^3}{P_3}$

Aquest enfocament és fàcilment generalitzable i ens permet deduir la fórmula de les combinacions en el cas general.

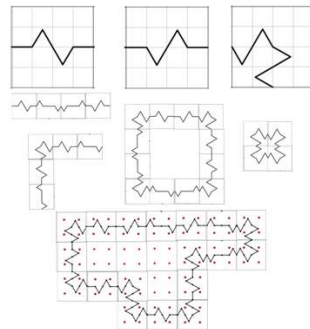
Una altra activitat que també treballa el **saber #4.NUM.CO.A** és la plantejada a la situació d'aprenentatge [Quin cademat és més segur?](#), que proposen Berta Barquero, Marianna Bosch i Susana Vásquez. Es parteix d'una qüestió sobre la seguretat dels cadenats per il·lustrar la proposta dels recorreguts d'estudi i investigació com a metodologia per al disseny i implementació de situacions d'aprenentatge.

Partint d'una situació real i significativa, l'activitat permet treballar conceptes com el comptatge i la combinatòria. L'alumnat ha de determinar el nombre de combinacions possibles per a diferents tipus de cadenats, aplicant la regla del producte: multiplicar el nombre de possibilitats de cada roda. Això introdueix conceptes clau, com les variacions amb repetició, ja que els codis permeten repetir dígit i l'ordre és important. Aquest enfocament promou la comprensió de les matemàtiques de manera aplicada i contextualitzada.

L'activitat també ajuda a reflexionar sobre com canvia la seguretat dels cadenats segons el nombre de rodes o dígit, i fomenta el raonament crític i la capacitat d'extrapolació. A més, connecta amb la probabilitat, calculant la probabilitat d'encertar el codi per atzar. És una eina didàctica ideal per a 4t d'ESO, ja que combina la teoria de la combinatòria amb l'aprenentatge actiu i interdisciplinari, de manera que millora la resolució de problemes i el pensament matemàtic en un context pràctic.

En el cicle de conferències de perspectives matemàtiques del CREAMAT, les autores van explicar l'activitat [Com dissenyar i implementar situacions d'aprenentatge? El cas dels cadenats a segon cicle de l'ESO](#).

L'activitat [Línies poligonals](#) proposada per Anton Aubanell a l'[ARC](#) aplica conceptes de combinatòria en un context geomètric i ofereix múltiples possibilitats educatives en l'àmbit de l'ESO, concretament pot resultar útil per treballar el **saber #4.NUM.CO.A.**



Font: [Línies poligonals](#)

En aquesta [activitat](#) l'alumnat ha de calcular el nombre de línies possibles combinant diverses peces geomètriques, amb diferents orientacions i moviments. Això implica aplicar la regla del producte per comptar les configuracions totals i considerar restriccions (com crear circuits tancats). També hi ha la possibilitat de programar-ho amb Snap! o Scratch.

Aquest enfocament reforça conceptes de comptatge treballats a 4t d'ESO connectant-los amb geometria i contextos pràctics. A més, l'ús d'eines digitals com GeoGebra facilita la verificació visual dels càlculs i potencia l'aprenentatge actiu.

Quantitat

Sabers

- A. Aproximació històrica dels nombres irracionals.
- B. Ús dels nombres irracionals en diferents contextos. **[ESS]**
- C. Ús de diferents mètodes geomètrics per representar nombres irracionals.
- D. Representació a la recta real dels diferents conjunts numèrics així com d'interval·ls i semirectes. **[ESS]**
#ALG.ID
- E. Estimació i aproximació dels nombres reals per excés i per defecte analitzant els errors absolut i relatiu. **#MES.ER**
- F. Introducció de les potències amb exponent fraccionari i representació amb radicals. **[AMP]**

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

El bloc de quantitat proporciona una comprensió profunda dels diferents tipus de nombres i les seves aplicacions, amb un enfocament especial en els nombres irracionals. Aquest bloc explora la seva necessitat històrica, en destaca la contribució al desenvolupament de les matemàtiques i n'analitza l'ús en diversos contextos pràctics, com el càlcul del nombre π o les arrels quadrades no exactes. També s'introdueixen

diferents mètodes per aproximar aquests nombres i se'n treballa la construcció geomètrica, fet que ofereix una perspectiva visual i intuïtiva de la seva existència.

Cal no perdre de vista la importància dels nombres racionals, que s'han de continuar treballant fins i tot quan no figuren explícitament en els sabers. Aquests nombres són essencials per a la resolució de problemes i per establir connexions entre els diferents conjunts numèrics, incloent-hi els irracionals. En aquest sentit, se'n fomenta la comprensió mitjançant activitats com la representació dels nombres a la recta real, el treball amb intervals i semirectes, així com l'anàlisi de l'aproximació i l'estimació de nombres reals. Això inclou també l'estudi dels errors absolut i relatiu, fonamentals per entendre la precisió i l'exactitud en el càlcul.

Finalment, s'introdueixen conceptes fonamentals com les potències amb exponent fraccionari i els radicals, que amplien la comprensió dels nombres i les seves operacions. Tot plegat, aquest bloc integra coneixements històrics, geomètrics i algebraics.

Comentaris sobre les connexions

La representació dels diferents conjunts numèrics, intervals i semirectes a la recta real, **saber #4.NUM.QU.D**, estableix una connexió directa i significativa amb l'àlgebra, **#ALG.ID**, ja que proporciona una base visual i conceptual per entendre, per exemple, les solucions de les inequacions.

El **saber #4.NUM.QU.E** es connecta amb el sentit de mesura, ja que aplica el càlcul de l'error per validar els resultats en un problema de mesura, **#MES.ER**.

Observacions sobre alguns sabers específics

La descoberta dels nombres irracionals marca una fita en la història de les matemàtiques **_saber #4.NUM.QU.A**, ja que va desafiar la creença que tots els nombres poden expressar-se com a fraccions. Aquesta comprensió és clau per entendre l'evolució de les idees matemàtiques i la capacitat de resoldre problemes més enllà dels nombres racionals.

En diferents sabers es presenten activitats que permeten aproximar els nombres irracionals de manera semblant a com ho van fer històricament personatges com Arquimedes, Pitàgores o Llull. Així, la història, vinculada al **saber #4.NUM.QU.A**, ofereix un context significatiu per treballar altres sabers de manera integrada.

Els nombres irracionals han tingut un paper essencial en altres moments de la història, com a l'època d'Euclides, durant el Renaixement o en la formulació del càlcul infinitesimal per part de Newton i Leibniz. Aquests contextos històrics poden ser una eina enriquidora per treballar a l'aula, si es considera adequat.

Recursos i activitats

Recursos i activitats generals per al bloc de sabers

Una proposta per treballar el **saber #4.NUM.QU.E** a partir de la història **_saber #4.NUM.QU.A** és la següent:

«El mètode d'Arquimedes per aproximar el valor de π »:

Arquimedes de Siracusa (287-212 aC) va desenvolupar una de les primeres aproximacions rigoroses del nombre π utilitzant mètodes geomètrics. Va aplicar un enfocament basat en polígons inscrits i circumscrits a una circumferència, la qual cosa va fitar el valor de π amb gran precisió. Aquest mètode s'explica en el

vídeo [Arquímedes y el Descubrimiento del número Pi](#).

L'objectiu d'aquesta proposta és que l'alumnat compregui i sigui capaç d'aplicar el mètode d'Arquímedes per aproximar el valor de π , tot reflexionant sobre com augmenta la precisió de l'aproximació a mesura que s'incrementa el nombre de costats dels polígons utilitzats.

Es recomana que l'activitat es dugui a terme en grups de 3 o 4 alumnes per fomentar la col·laboració i la discussió.

A partir d'una circumferència donada (manualment o mitjançant un programari com GeoGebra), cada grup ha de dibuixar:

- Un polígon regular inscrit.
- Un polígon regular circumscribit.

Es treballarà amb polígons de diferents nombres de costats (per exemple, 6, 8 i 12).

Es demana que calculin:

- Els perímetres del polígon inscrit i del circumscribit.
- La mitjana dels valors dels perímetres obtinguts per aproximar el nombre π :

$$\pi \approx \frac{\text{Perímetre del polígon inscrit} + \text{Perímetre del polígon circumscribit}}{2}$$

- Els errors absolut i relatiu.

Es fan les reflexions següents:

- Com afecta el nombre de costats dels polígons a la precisió de l'aproximació de π ?
- Quines limitacions té el mètode d'Arquímedes i com es poden superar amb eines modernes?
- Per què és significatiu aquest mètode en la història de les matemàtiques?

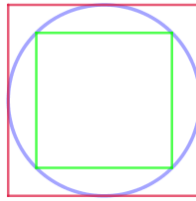
Una ampliació de l'activitat és utilitzar GeoGebra per treballar amb polígons de més costats (48, 96, o més). Això permet comprovar la precisió del mètode d'Arquímedes amb més detall i obtenir gràficament la convergència del valor de π .

Una altra activitat per treballar els sabers **#4.NUM.QU.A** i **#4.NUM.QU.E** fa referència a Ramon Llull i la quadratura del cercle:

Al web del CESIRE hi ha publicada l'entrada [Llull i les matemàtiques \(II\): La quadratura del cercle](#), en què s'explica com Llull aborda la [quadratura del cercle](#):

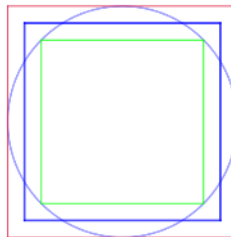
Es pot traslladar a l'aula el mètode utilitzat per Llull seguint els canons de la geometria clàssica:

Llull proposa dibuixar els quadrats inscrit i circumscribit a una circumferència.



Font: [Llull i les matemàtiques \(II\): La quadratura del cercle](#)

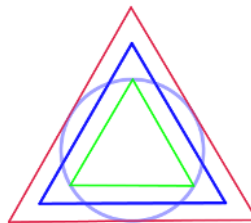
Tot mesurant el costat dels dos quadrats, calculava el costat d'un quadrat nou que tingués com a mesura del costat la mitjana dels altres dos.



Font: [Llull i les matemàtiques \(II\): La quadratura del cercle](#)

Segons Llull, aquest quadrat, l'àrea del qual era més gran que la del quadrat inscrit però més petita que la del circumscribit, coincidia amb l'àrea del cercle.

El mètode es podia aplicar també a altres polígons, com el triangle.



Font: [Llull i les matemàtiques \(II\): La quadratura del cercle](#)

Després de realitzar la construcció, es pot plantejar a l'alumnat la següent pregunta: «És certa aquesta afirmació? Si no ho és, quin és l'error?»

Per investigar les proporcions entre les àrees, es pot utilitzar una eina com el [Geogebra](#).

Com a curiositat, es pot veure, a la tomba de Llull, una escultura que fa referència a la quadratura del cercle:



Font: [diari Ara Balears](#)

La construcció i ús d'una corda Pitagòrica és una activitat vivencial que permet treballar els **sabers**

#4.NUM.QU.A i **#4.NUM.QU.C**.

Aquesta proposta, inspirada en l'època pitagòrica, explora la descoberta dels nombres irracionals mitjançant l'ús d'una corda de Pitàgores, una eina senzilla i pràctica que permet construir triangles rectangles de dimensions precises, aprofitant la propietat fonamental del teorema de Pitàgores.

La corda de Pitàgores es basa en un conjunt de nombres enters que compleixen la relació: $a^2 + b^2 = c^2$ en què a , b i c són els costats del triangle rectangle (ternes pitagòriques).

Per construir-la, caldrà:

- Una corda o cordill flexible, però no elàstic.
- Marcadors, com ara nusos, llaços, cintes o anelles.

Primer de tot cal mesurar i marcar segments d'igual longitud a la corda. Cada segment representarà una unitat.

A continuació es representaran triangles rectangles amb diferents ternes pitagòriques.

Per exemple, per representar el triangle de costats 3-4-5:

- Es trien els primers 3 nusos per al primer costat.
- Els següents 4 per a l'altre costat.
- Els 5 per al tercer costat del triangle.

S'uneixen els extrems corresponents per formar un triangle rectangle i s'observa que l'angle recte està entre els dos costats més curts.

Es repeteix el procediment amb altres ternes pitagòriques. D'aquesta manera, s'aprofundeix en la comprensió del teorema de Pitàgores i la seva representació amb la corda.

Una vegada s'ha entès com cal utilitzar la corda, es pot fer servir per representar nombres irracionals com ara $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, etc., construint els triangles rectangles corresponents:

- Per representar $\sqrt{2}$, es construeix un triangle rectangle amb els dos catets de longitud 1 unitat cadascun. La hipotenusa del triangle serà $\sqrt{2}$.
- Per a $\sqrt{3}$, es construeix un triangle rectangle amb un catet d'1 unitat i l'altre catet de $\sqrt{2}$.

- Continua aquest procés per representar altres nombres irracionals.

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

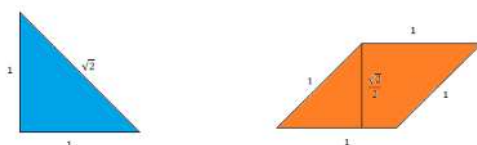
La proposta [La irracionalitat de \$\sqrt{2}\$ i un mosaic molt especial](#), inclosa en les *Orientacions pràctiques per a la millora de la geometria a l'ESO* d'Anton Aubanell, ofereix un excel·lent context per treballar amb nombres irracionals. Aquesta activitat es basa en la lliçó titulada «Iniciación al cálculo con irracionales cuadráticos», extreta del llibre *Didáctica Matemática Eurística* (1956) de P. Puig Adam (Puig Adam, 1956), que se centra en la irracionalitat del nombre $\sqrt{2}$, **saber #4.NUM.QU.B.**

L'activitat descrita presenta una aplicació geomètrica sorprenent de la incommensurabilitat d'una magnitud respecte a una unitat. Es tracta de construir un mosaic amb peces de dos tipus:

- Triangles rectangles isòsceles, tots iguals entre si.
- Rombes amb costats de la mateixa longitud que els catets dels triangles.

Puig Adam proposa als alumnes manipular aquestes peces i els planteja calcular els valors dels angles i la hipotenusa del triangle, prenent com a unitat el valor de la longitud dels costats i les àrees de cadascuna de les peces.

L'àrea del triangle és $\frac{1}{2}$, i la del rombe $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



Font: [La irracionalitat de \$\sqrt{2}\$ i un mosaic molt especial](#)

A continuació, se'ls convida a construir diverses figures amb aquestes peces.

Se'ls planteja la següent pregunta: és possible construir una figura formada exclusivament per triangles que tingui la mateixa àrea que una figura formada exclusivament per rombes? La descoberta que això és impossible es basa en la incommensurabilitat de $\sqrt{2}$. Una bonica connexió entre l'aritmètica i la geometria!

A continuació, es destaca el que exposa Puig Adam: «Tota figura composta per triangles i rombes tindrà una part racional procedent exclusivament dels triangles i una part irracional derivada únicament dels rombes».

Es mostra a l'alumnat un quadrat format per una combinació de triangles i rombes, però immediatament es tapa i es deixa visible només una petita franja en un dels costats, tal com es veu en la figura següent:



Font: [La irracionalitat de \$\sqrt{2}\$ i un mosaic molt especial](#)

Observant la imatge, deduïm que la mesura del costat d'aquest quadrat és $4 + 2\sqrt{2}$, i que la seva àrea serà:

$$(4 + 2\sqrt{2})^2 = 16 + 2 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{2} + 4 \cdot 2 = 24 + 16\sqrt{2}$$

Tota la part racional d'aquesta expressió $24 + 16\sqrt{2}$ correspon als triangles, cadascun amb una àrea de $\frac{1}{2}$, per la qual cosa hi ha d'haver 48 triangles. D'altra banda, tota la part irracional $16\sqrt{2}$ prové dels rombes, que tenen una àrea de $\frac{\sqrt{2}}{2}$, de manera que hi haurà d'haver 32 rombes.

És sorprenent veure com, gràcies a una certa independència entre la part racional i la part irracional de l'expressió de l'àrea, només observant una petita franja d'un dels costats del quadrat, hem pogut deduir la seva composició completa.

Això es podrà repetir amb diverses distribucions de quadrats que construeixin els mateixos alumnes i també amb rectangles (en aquest cas, per esbrinar el nombre de peces de cada tipus caldrà conèixer tant la base com l'altura).

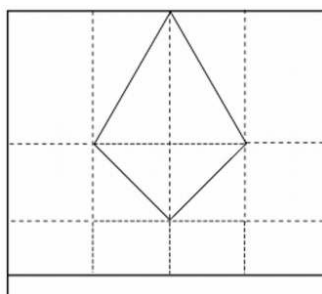
El grup cúbic presenta una activitat del [Mosaic de Puig Adam i generalització a Pattern Blocks](#) inspirada en aquesta proposta, «Iniciación al cálculo con irracionales cuadráticos».

L'activitat [Estrella fractal](#), de Carme Garcia, disponible a l'ARC, **saber #4.NUM.QU.B**, consisteix a crear, mitjançant papiroflèxia, una bonica estrella fractal dissenyada per Francesco Decio. En aquesta activitat es treballen conceptes bàsics de geometria i es fan càlculs amb nombres irracionals que sorgeixen de les proporcions entre les peces i les mides de la figura.



Font: [Estrella fractal](#)

L'activitat explica com construir l'estrella fractal de Francesco Decio pas a pas. És ideal per treballar en grup, ja que cada alumne pot encarregar-se de confeccionar una part de la figura. Cada iteració de l'estrella consta de 12 mòduls iguals, formats per romboides. Aquests romboides es divideixen en dos triangles: un triangle equilàter i un altre triangle rectangle i isòsceles.

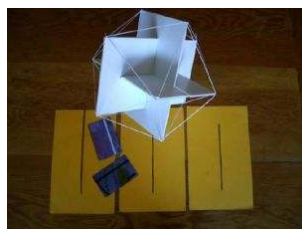


Font: [Estrella fractal](#)

A partir de la construcció de l'estrella, es poden plantejar diverses preguntes a l'alumnat per fomentar la reflexió i el càlcul amb nombres irracionals:

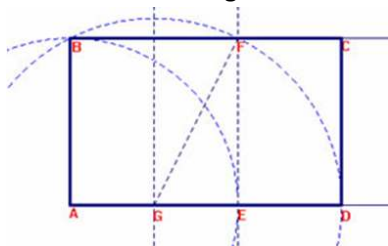
- Quina relació hi ha entre els costats del romboide?
- Quina relació hi ha entre el paper utilitzat i l'altura del primer mòdul?
- Quin diàmetre tindrà l'estrella en funció de la mida del paper utilitzat en el primer mòdul?
- Quina proporció hi haurà entre els papers de dues iteracions consecutives?
- Quina relació hi ha entre les àrees dels romboïdes de dues iteracions consecutives?

Per treballar el **saber #4.NUM.QU.B**, es pot utilitzar l'activitat [Icosaedres i rectangles auris](#), d'Anton Aubanell, disponible a l'ARC. Aquesta activitat explica com construir un icosaedre a partir de tres rectangles auris i inclou una proposta didàctica per aplicar aquest material a l'aula.



Font: [Icosaedres i rectangles auris](#)

L'activitat detalla el procediment per construir els rectangles auris.



Font: [Icosaedres i rectangles auris](#)

En aquest context, es considera que el rectangle ABCD compleix les proporcions del rectangle auri.

$$\frac{AD}{AB} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \Phi$$

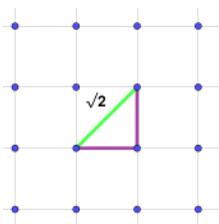
Font: [Icosaedres i rectangles auris](#)

A més, s'hi pot afegir una tasca perquè l'alumnat demostrï aquesta relació utilitzant el teorema de Pitàgores. Aquesta proposta fomenta el raonament matemàtic i facilita la introducció de conceptes de geometria i del nombre auri. És interessant veure com es passa d'un rectangle auri, de dimensió 2, a

l'icosaedre, de dimensió 3.

Els nombres irracionals es poden representar fent ús del geoplà, **saber #4.NUM.QU.C**, com es proposa a l'activitat [Nombres irracionals](#) publicada al web del CREAMAT.

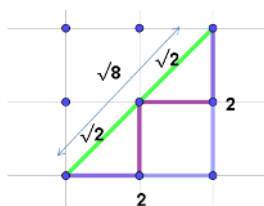
A partir dels triangles rectangles, podem treballar el càlcul de la hipotenusa aplicant el teorema de Pitàgores. D'aquesta manera obtenim nombres irracionals representats geomètricament:



Font: Elaboració pròpia

També podem saber geomètricament que dues vegades $\sqrt{2}$ és $\sqrt{8}$, és a dir, $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$:

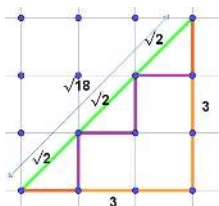
$$2^2 + 2^2 = 8 \Rightarrow \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$$



Font: Elaboració pròpia

I també podem saber quant val 3 vegades $\sqrt{2}$:

$$3^2 + 3^2 = 18 \Rightarrow \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18}$$



Font: Elaboració pròpia

Es pot demanar a l'alumnat que representi els radicals dels primers nombres naturals i que busqui quins són construïbles amb el geoplà:

«Podem representar les arrels de tots els nombres naturals fins al més gran que càpiga al geoplà?»

Al mateix [web](#) hi ha uns enllaços per accedir a geoplans en format digital al [GeoGebra](#) o bé [The Mat Learning Center](#).

Podem trobar altres activitats amb materials manipulatius que també permeten introduir i representar els nombres irracionals, **saber #4.NUM.QU.C**, de manera visual i intuïtiva, en els webs següents:

- PuntMat: [Nombres irracionals i materials manipulatius](#) inclou tasques per treballar amb Tangrams, Pattern Blocks, Puig Blocs, Geoplans.
- CREAMAT: [Geopals](#) és una proposta interessant per representar nombres irracionals de manera pràctica i significativa.



Font: "[Geopals](#)"

És convenient proposar diferents contextos en què calgui fer estimacions i aproximacions de nombres, **saber #4.NUM.QU.E**. Es poden plantejar diferents escenaris, com per exemple l'activitat de l'ARC [\[3actes\]](#) [Caravana de cotxes](#), que convida a plantejar-se una pregunta a partir d'una imatge:



Font: [\[3actes\]](#) [Caravana de cotxes](#)

«Quants cotxes hi ha en aquest cercle?»

Aquesta activitat, original de Dan Meyer, segueix l'estructura de les seves Activitats en 3 actes. Els tres actes presenten dades de manera progressiva, fet que afavoreix que l'alumnat tradueixi la situació a una representació matemàtica, formuli conjectures, cerqui estratègies per modelitzar el problema i faci una estimació del resultat. A més, la pregunta inicial permet interpretacions i respostes obertes, per tal de generar converses enriquidores a l'aula.

Primer acte: Es mostra la imatge inicial i es planteja la pregunta: «Quants cotxes de joguina hi ha en aquest cercle?». Aquesta pregunta, oberta a diferents interpretacions, convida l'alumnat a fer una estimació del nombre de cotxes sense cap informació addicional. Les estratègies per fer aquesta estimació poden ser diverses, i és important acollir totes les idees. Les diferències entre estimacions i estratègies utilitzades pels diferents grups es poden aprofitar per fomentar el raonament, la justificació i les converses matemàtiques.

Segon acte: En aquest acte, es demana a l'alumnat identificar quina informació és necessària per respondre la pregunta inicial. Les respostes poden ser variades, cosa que enriqueix el procés de reflexió. Posteriorment, es proporciona informació addicional a través de tres noves imatges: la mida d'un cotxe, el diàmetre del cercle i el preu d'un cotxe. Amb aquestes dades, es demana una nova estimació del nombre de cotxes.

Durant aquest procés, és possible que alguns grups trobin dificultats per avançar. En aquests casos, poden ser útils preguntes que ajudin a desbloquejar el raonament sense desvelar solucions ni guiar-los excessivament.

***Tercer acte:** Finalment, es presenta la resposta correcta, cosa que dona peu a generar noves converses per contrastar les estratègies i estimacions dels diferents grups. Aquest moment és clau per reflexionar sobre els errors i encerts, i per analitzar els passos seguits durant el procés.*

A partir del que s'ha treballat, l'activitat es pot ampliar amb noves preguntes per fomentar més anàlisi i exploració:

- Quin és el percentatge d'error de la teva resposta?
- Si fem la mitjana de totes les respostes, quin és el percentatge d'error?
- S'estima que, des del 1967, l'empresa Hot Wheels ha produït 10.000 cotxes de joguina diferents.
- Quina seria la mida del cercle que es podria formar amb tots aquests cotxes?

Agafa un tros llarg de cordill i dibuixa una circumferència al pati utilitzant el cordill com a radi. Estima quants cotxes hi cabrien i després calcula-ho. Quin seria el cost d'emplenar-la amb cotxes?

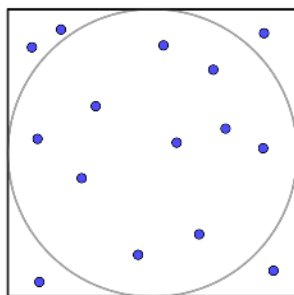
D'altra banda, el «mètode de Montecarlo» és una tècnica matemàtica i estadística que s'utilitza per resoldre problemes complexos mitjançant la simulació d'experiments aleatoris. A l'aula, es pot aplicar per estimar el valor de π , que permet treballar el **saber #4.NUM.QU.E:**

Es dibuixa un quadrat en un full de paper i, dins d'aquest, un cercle inscrit. Tot seguit, es llancen grans d'arròs sobre el full i es compta quants n'han caigut dins del cercle i quants fora. El valor de π s'estima utilitzant la fórmula següent:

$$\pi \approx 4 \cdot \frac{\text{Grans d'arròs dins del cercle}}{\text{Total grans d'arròs}}$$

Aquesta activitat es pot repetir diverses vegades per observar si l'aproximació del valor de π millora amb més dades i calcular l'error comès en cada cas.

A més, la miniaplicació del Geogebra, [El Método Monte Carlo. Estimación del Valor de Pi](#), de Rafael Pérez, permet repetir l'experiment milers de vegades. Aquesta eina genera punts aleatoris dins del quadrat de manera automàtica i calcula la proporció de punts que cauen dins del cercle, per tal de facilitar una estimació més precisa del valor de π .



Font: Elaboració pròpia

Sentit de les operacions

Sabers

- A. Resolució d'operacions amb potències d'exponent fraccionari i relació amb el càlcul amb radicals. [AMP]
- B. Ús de la calculadora i recursos digitals per resoldre problemes i explorar propietats aritmètiques relacionades amb les arrels i altres nombres irracionals.
- C. Ús de les propietats de les potències per introduir el concepte de logaritme. [AMP]
- D. Resolució de problemes en què apareixen nombres reals en diferents contextos. Interpretació i validació dels resultats. Recerca d'alternatives en cas que no siguin coherents.
- E. Resolució de problemes centrats en la recerca de patrons i regularitats amb nombres reals (creixement de poblacions...).

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

En aquest bloc s'aprofundeix en el sentit de les operacions aplicant conceptes relacionats amb les potències, els radicals i els nombres reals. La resolució d'operacions amb potències no només introdueix el concepte de radicals, sinó que també estableix les bases per comprendre els logaritmes, un component essencial de les matemàtiques avançades.

A més, l'ús d'eines digitals, com ara calculadores i fulls de càlcul, afavoreix la construcció i exploració de coneixements aritmètics. Aquestes eines fan que els conceptes siguin més accessibles i aplicables a situacions de la vida quotidiana, i milloren la comprensió i l'ús pràctic dels nombres reals.

Pel que fa als sabers relacionats amb la resolució de problemes, aquests constitueixen una continuació del treball dut a terme al llarg de tota l'ESO. La incorporació de nous tipus de nombres permet abordar situacions reals més complexes.

Comentaris sobre les connexions

Tot i que les operacions amb nombres reals s'utilitzen en la resolució de problemes en diversos àmbits de les matemàtiques, a 4t d'ESO ja no hi ha connexions directes amb els sabers dels altres sentits.

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

Els sabers **#4.NUM.SO.A** i **#4.NUM.SO.C** es consideren d'ampliació perquè, tot i que el càlcul amb radicals i el concepte de logaritme són continguts propis del batxillerat, es poden introduir a 4t d'ESO mitjançant les propietats de les potències i la seva definició. Això permet que l'alumnat es familiaritzi amb aquests conceptes de manera gradual, en facilita la comprensió i redueix la dificultat que puguin prestar quan els tornin a abordar en cursos superiors.

Observacions sobre alguns sabers específics

Per treballar els sabers **#4.NUM.SO.D** i **#4.NUM.SO.E**, és important dissenyar activitats que permetin als alumnes aplicar els nombres reals en diferents contextos, identificar patrons i regularitats, i reflexionar sobre la coherència dels resultats. Són interessants els exercicis de pràctica productiva i d'altres amb una contextualització propera a l'alumnat.

Recursos i activitats

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

En l'activitat [Power countdown](#) de NRICH, es planteja un context per jugar amb potències, **saber #4.NUM.SO.A**. L'objectiu del joc és aconseguir un nombre objectiu a partir d'un conjunt de nombres donats, utilitzant exclusivament les operacions següents:

- Calcular la potència d'un nombre.
- Fer l'invers d'un nombre.
- Multiplicar dos nombres.

Per començar l'activitat, es proposa utilitzar els nombres 2, 3, 4, 5, 16, 32 per aconseguir el 8.

2	3	4	5	16	32	8
---	---	---	---	----	----	---

Font: [Power countdown](#)

Es presenten algunes possibles solucions:

$$\begin{aligned}
 2^3 &= 8 \\
 32^{\frac{1}{5}} \times 16^{\frac{1}{2}} &= 8 \\
 (16^{\frac{1}{4}})^3 &= (16^{\frac{3}{4}})^{\frac{1}{4}} = 8
 \end{aligned}$$

Font: [Power countdown](#)

A partir d'aquí, es plantegen preguntes com «Hi ha alguna altra manera d'aconseguir el 8? És possible fer-ho utilitzant tots els nombres?».

Un cop l'alumnat s'ha familiaritzat amb el joc, se li pot plantejar un nou repte: quantes maneres diferents hi ha d'aconseguir el 125 amb aquests nombres?:

2	4	5	25	27	81	125
---	---	---	----	----	----	-----

Font: [Power countdown](#)

L'alumnat pot treballar en parelles, discutint les diverses possibilitats. En el moment de respondre la pregunta «Quantes maneres hi ha?», es fomenta el debat sobre l'ordre de les operacions i les estratègies emprades.

A continuació, es proporcionen un conjunt de nombres i cinc nombres objectiu:

2	5	16	243	343	512	
49	89	1024	216	64		

Font: [Power countdown](#)

L'alumnat haurà de respondre: «De quantes maneres diferents pots aconseguir cadascun dels nombres objectiu? Hi ha algun objectiu que no puguis aconseguir?».

L'ús de recursos digitals, com ara calculadores i fulls de càlcul, per a la construcció de coneixement sobre les propietats aritmètiques d'arrels i altres nombres irracionals, **saber #4.NUM.SO.B**, és fonamental en l'aprenentatge actual de les matemàtiques. Aquests recursos permeten explorar i comprovar propietats de manera ràpida i precisa, i faciliten la comprensió de conceptes complexos mitjançant simulacions i visualitzacions. A més, fomenten l'autonomia i la investigació, ja que ofereixen l'oportunitat d'experimentar amb dades reals i abstractes, i afavoreixen una anàlisi més profunda dels resultats.

A continuació, es descriu l'activitat [The root of the problem](#), del web del NRIC, que permet treballar el **saber #4.NUM.SO.A** i, alhora, utilitzar recursos digitals, **saber #4.NUM.SO.B**. Aquesta activitat destaca la importància d'utilitzar aquests recursos de manera adequada i fomenta la reflexió sobre l'eficiència de les eines digitals, així com la valoració de quina eina és més útil en cada situació.

Planteja el repte de calcular la suma:

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$$

Aquesta activitat ofereix una oportunitat per practicar la racionalització d'arrels i posa de manifest la importància de no arrodonir els resultats abans d'hora. Si es mantenen els radicals en el càlcul i se simplifica tant com sigui possible, s'arriba a una conclusió interessant: el resultat final és un nombre enter. Aquest resultat pot passar desapercebut si els estudiants fan el càlcul amb calculadora.

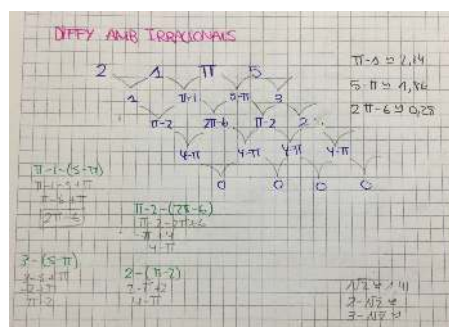
Per resoldre el repte, es pot utilitzar un full de càlcul, en què l'alumnat pot començar trobant una expressió per a $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ i anar afegint termes progressivament.

L'entrada [Pràctica productiva: restes \(3\)](#) del blog PuntMat presenta una tasca inspirada en el problema anomenat Diffy, que permet treballar el **saber #4.NUM.SO.D**. Es tracta d'un joc en què es practica la diferència entre nombres, restant sempre el menor del major. El resultat final, independentment de la quaterna inicial escollida, és una fila formada per quatre zeros. L'activitat es pot dur a terme amb qualsevol quaterna de nombres: enters, racionals o irracionals.

Es crea un diagrama seguint les normes següents:

- Cada fila conté quatre cel·les. La fila inicial correspon a la quaterna d'inici.
- A partir de la segona fila, a cada cel·la s'escriu la diferència entre els valors de les dues cel·les situades directament a sobre.
- A la darrera cel·la de cada fila, la diferència es calcula entre el darrer valor i el primer de la fila anterior.
- El diagrama finalitza quan totes les cel·les d'una fila són iguals a zero.

Alguns exemples que proposa el blog per treballar amb l'alumnat són els següents:



Font: [Pràctica productiva: restes \(3\)](#)

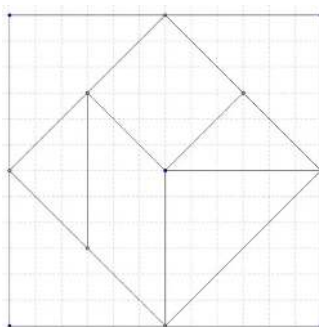
0	$\sqrt{2}$	π	e
$\sqrt{2}$	$\pi - \sqrt{2}$	$\pi - e$	e
$\pi - 2\sqrt{2}$	$e - \sqrt{2}$	$2e - \pi$	$e - \sqrt{2}$
$e - \pi + \sqrt{2}$	$e - \pi + \sqrt{2}$	$e - \pi + \sqrt{2}$	$e - \pi + \sqrt{2}$
0	0	0	0

Font: [Pràctica productiva: restes \(3\)](#)

Les transformacions en expressions decimals poden ajudar a determinar quin valor és més gran i, així, poder calcular la resta corresponent (el major menys el menor).

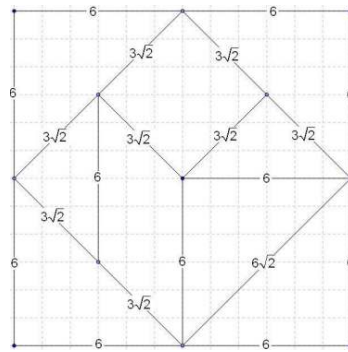
Una altra activitat per treballar el mateix saber, **saber #4.NUM.SO.D**, és [El Tangram de nueve piezas y las raíces cuadradas](#), que es pot trobar al blog d'Ana García Azcárate. Es proposa treballar les arrels quadrades a partir del Tangram de nou peces.

Primer es demana a l'alumnat que construeixi el Tangram sobre una quadrícula unitària, sigui amb Geogebra o amb cartolina:



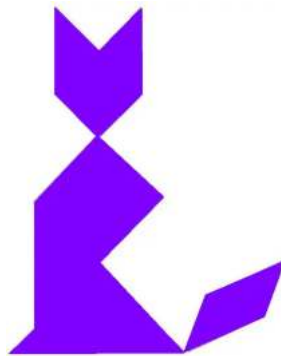
Font: [El Tangram de nueve piezas y las raíces cuadradas](#)

A continuació, es demana que calculin, utilitzant el teorema de Pitàgores, els costats de cadascuna de les peces, per trobar-ne el perímetre.



Font: [El Tangram de nueve piezas y las raíces cuadradas](#)

Finalment, construint diferents figures, se'ls demana també que en calculin el perímetre. Per exemple, si construïm la figura següent:



Font: [El Tangram de nueve piezas y las raíces cuadradas](#)

El seu perímetre és: $48 + 36\sqrt{2}$

Referent al **saber #4.NUM.SO.E** es poden plantejar problemes de l'estil següent:

- Cicle de reproducció bacteriana: un bacteri es reproduceix per bipartició cada hora. Això vol dir que el bacteri mare es divideix en dues parts idèntiques, desapareixent però generant dos bacteris fills. Una hora després, cadascun d'aquests bacteris es divideix de la mateixa manera, i produeixen dos nous fills cadascun. Aquest procés es repeteix contínuament a mesura que passa el temps.
- Propagació d'un virus: un virus molt contagiós entra al cos d'una persona. Després d'una setmana, aquesta persona és capaç d'infectar tres noves persones abans que el virus sigui destruït pel seu sistema immunitari. El procés continua i la setmana següent, cadascun dels tres nous infectats transmet el virus a tres noves persones, i el cicle es repeteix amb el mateix patró.

A partir d'aquests enunciats, es pot demanar a l'alumnat que:

- Elabori una taula que resumeixi el nombre de bacteris o persones infectades al llarg del temps.
- Utilitzi la taula per construir una gràfica que visualitzi l'evolució del nombre de bacteris o d'infeccions.
- Faci prediccions sobre quants bacteris o persones infectades hi haurà després d'un període de temps determinat.

Relacions

Sabers

- A. Comparació i ordenació de nombres reals a partir de la seva representació exacta o aproximada sobre la recta numèrica. [ESS]
- B. Ús del triangle aritmètic per resoldre problemes. #EST.PI
- C. Utilització del triangle aritmètic per estudiar les propietats dels nombres combinatoris. [AMP] #EST.PI

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

En aquest curs s'incorporen els nombres irracionals, amb els quals es completa el conjunt dels nombres reals. Aprendre a situar-los correctament sobre la recta numèrica és fonamental per fer-ne la comparació i ordenació.

Per altra banda, el triangle aritmètic, també anomenat triangle de Tartaglia o triangle de Pascal, ofereix una eina potent per resoldre problemes i explorar les propietats dels nombres combinatoris, i d'aquesta manera promou la descoberta de patrons i relacions matemàtiques. Aquests sabers fomenten la connexió entre diferents àmbits de la matemàtica, com l'àlgebra, la probabilitat i la combinatòria, i desenvolupen un pensament matemàtic més profund i interdisciplinari.

Comentaris sobre les connexions

Els **sabers #4.NUM.RE.B** i **#4.NUM.RE.C** se centren en l'estudi del triangle aritmètic i els nombres combinatoris, i ofereixen una comprensió més profunda de la combinatòria i les seves aplicacions. Aquest enfocament permet establir connexions amb el bloc del sentit estocàstic de predictibilitat i incertesa.

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

El **saber #4.NUM.RE.A** es considera essencial perquè la representació de nombres sobre la recta numèrica és un procés progressiu que s'ha treballat al llarg de tots els cursos, començant pels nombres naturals i enters, seguint amb els racionals, i culminant a 4t d'ESO amb els irracionals. És clau considerar l'origen i la unitat triada per garantir la precisió en la col·locació dels valors. Conceptes com l'ordenació dels nombres, el comportament davant el canvi de signe, la intercalació entre racionals i irracionals, la densitat d'aquests i la representació d'interval·ls i semirectes, són fonamentals per desenvolupar una visió completa de la continuïtat i l'estructura de la recta numèrica.

El **saber #4.NUM.RE.C** es considera d'ampliació, especialment en l'apartat que estableix la connexió entre els nombres del triangle aritmètic i els nombres combinatoris. Les propietats del triangle, però, es poden treballar de manera independent, ja que ofereixen una activitat rica i significativa fins i tot sense necessitar una relació directa amb els nombres combinatoris.

Observacions sobre alguns sabers específics

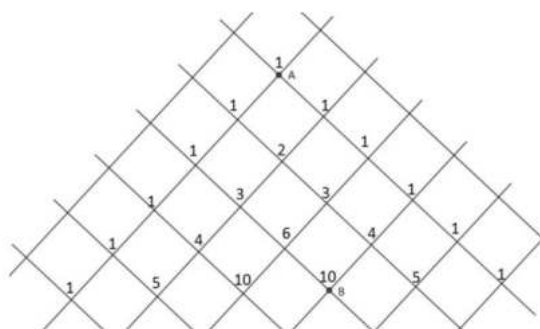
L'ús del triangle aritmètic, referent al **saber #4.NUM.RE.B**, és necessari perquè facilita la resolució de problemes relacionats amb els nombres combinatoris i altres aplicacions matemàtiques com la probabilitat. A més, ajuda a identificar patrons numèrics i simetries, cosa que fa més accessible la comprensió d'estructures matemàtiques i promou el raonament lògic i la connexió entre conceptes.

Recursos i activitats

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

L'activitat [Recompte de camins mínims entre dos punts d'una quadrícula](#), proposada en el document [Orientacions per a la millora de la geometria](#) (Aubanell, 2015, p. 63) convida l'alumnat a calcular el nombre de camins de longitud mínima en una quadrícula que connecten dos punts específics, des del vèrtex A fins al vèrtex B. Aquesta tasca requereix aplicar conceptes combinatoris per determinar totes les possibles rutes que compleixen amb les condicions donades, **saber #4.NUM.RE.B.**

L'activitat estableix una connexió entre la combinatòria, la probabilitat i la geometria, i destaca que el nombre de camins mínims que arriben a cada punt de la quadrícula des del punt inicial coincideix amb els nombres del triangle aritmètic.



Font: [Quaderns d'Avaluació núm. 31](#)

Aquesta activitat és similar a la proposta que es va fer a la primera fase del concurs Fem Matemàtiques de l'any 2022, [Aneu on l'atzar us porti](#), a 1r i 2n d'ESO. Pot servir de guia per aplicar les propietats del triangle en la resolució del problema plantejat.

Per treballar les propietats del triangle aritmètic, relacionades amb el **saber #4.NUM.RE.C.**, es poden utilitzar dues opcions complementàries. D'una banda, l'activitat interactiva de Mathigon, [Seqüència de Mathigon per descobrir patrons](#), permet descobrir patrons i explorar visualment aquesta estructura matemàtica. D'altra banda, l'activitat [Triangle de Pascal](#) explicada al blog Matemàtiques a l'INS Baix a Mar ofereix una aproximació més manual.

Ambdues activitats proporcionen una exploració detallada del triangle aritmètic. Es focalitzen en la construcció del triangle, mostrant com cada fila es genera a partir de la suma dels nombres superiors, que corresponen als coeficients binomials. A més, permeten identificar patrons numèrics rellevants, com els nombres naturals, els nombres triangulars i altres seqüències conegudes.

També fomenten el descobriment de propietats, com la simetria del triangle, per tal d'enriquir la comprensió de l'alumnat a través d'enfocaments interactius i visuals. Aquestes propietats observades en el triangle es relacionen progressivament amb els nombres combinatoris, utilitzant el següent triangle com a punt de partida:

$$\begin{array}{c}
 \binom{0}{0} \\
 \binom{1}{0} \quad \binom{1}{1} \\
 \binom{2}{0} \quad \binom{2}{1} \quad \binom{2}{2} \\
 \binom{3}{0} \quad \binom{3}{1} \quad \binom{3}{2} \quad \binom{3}{3} \\
 \binom{4}{0} \quad \binom{4}{1} \quad \binom{4}{2} \quad \binom{4}{3} \quad \binom{4}{4} \\
 \binom{5}{0} \quad \binom{5}{1} \quad \binom{5}{2} \quad \binom{5}{3} \quad \binom{5}{4} \quad \binom{5}{5}
 \end{array}$$

Font: Elaboració pròpia

Una activitat complementària a l'anterior és [Harmonic Triangle](#), del portal NRICH, que proposa construir un triangle harmònic, una estructura numèrica en què cada entrada és una fracció unitària. La característica principal d'aquest triangle és que cada fracció és igual a la suma de les dues fraccions situades directament a sota.

$$\begin{array}{cccccccc}
 & & & & \frac{1}{1} & & & \\
 & & & & \frac{1}{2} & & \frac{1}{2} & \\
 & & & \frac{1}{3} & & \frac{1}{6} & & \frac{1}{3} \\
 & & \frac{1}{4} & & \frac{1}{12} & & \frac{1}{12} & & \frac{1}{4} \\
 & \frac{1}{5} & & \frac{1}{20} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{20} & & \frac{1}{5} \\
 \frac{1}{6} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{60} & & \frac{1}{60} & & \frac{1}{30} & & \frac{1}{6} \\
 & & & & \dots & & & & & &
 \end{array}$$

Font: [Harmonic Triangle](#)

L'objectiu de l'activitat és identificar patrons de les diagonals del triangle i trobar una expressió general per a la fracció que apareix en una posició determinada de la fila n . S'arriba a la solució que es mostra a continuació:

$$\begin{array}{c}
 \frac{0!}{1} \\
 \frac{0!}{2} \quad \frac{1!}{1 \times 2} \\
 \frac{0!}{3} \quad \frac{1!}{2 \times 3} \quad \frac{2!}{1 \times 2 \times 3} \\
 \frac{0!}{4} \quad \frac{1!}{3 \times 4} \quad \frac{2!}{2 \times 3 \times 4} \quad \frac{3!}{1 \times 2 \times 3 \times 4} \\
 \frac{0!}{5} \quad \frac{1!}{4 \times 5} \quad \frac{2!}{3 \times 4 \times 5} \quad \frac{3!}{2 \times 3 \times 4 \times 5} \quad \frac{4!}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}
 \end{array}$$

Font: [Harmonic Triangle](#)

Educació financera

Sabers

- A. Anàlisi i explicació de mètodes per resoldre problemes sobre augments i disminucions percentuals, interessos i taxes en contextos financers reals **#ALG.PC**
- B. Ús del full de càlcul per simular i avaluar els compromisos financers que es poden assumir en la vida adulta. **[AMP]** **#ALG.PC**

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

Els sabers d'aquest bloc milloren tant l'alfabetització financera com la capacitat per prendre decisions informades de l'alumnat. Això no només els ajuda a gestionar les seves finances personals, sinó que també els dota d'habilitats útils per al futur professional.

Comentaris sobre les connexions

L'anàlisi dels problemes i els mètodes utilitzats per resoldre'ls, **saber #4.NUM.EF.A**, així com l'ús de fulls de càlcul i eines informàtiques, **saber #4.NUM.EF.B**, faciliten el desenvolupament del pensament computacional, corresponent al sentit algebraic. Aquest tipus de pensament implica identificar patrons, establir relacions lògiques i dissenyar algorismes que permetin trobar solucions de manera eficient.

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

El **saber #4.NUM.EF.B** es considera d'ampliació a 4t d'ESO perquè integra conceptes matemàtics amb situacions de la vida real en un context financer complex. La resolució de problemes amb l'ús del full de càlcul per simular compromisos financers desenvolupa habilitats avançades d'anàlisi i presa de decisions.

Observacions sobre alguns sabers específics, no calen tots

Recursos i activitats

Recursos i activitats generals per al bloc de sabers

És important que l'alumnat conegui i es familiaritzi amb conceptes financers a través de situacions pràctiques que els permetin aplicar i consolidar els coneixements d'aquest bloc. Treballar aquests aspectes de manera contextualitzada facilita la comprensió de la gestió econòmica i fomenta el desenvolupament d'habilitats per a la presa de decisions responsables. A més, l'ús d'un full de càlcul per analitzar i valorar les situacions pot ser una eina útil per a l'avaluació i la resolució de problemes financers.

Dues situacions pràctiques que poden ajudar a treballar els sabers d'aquest bloc són:

- [Economia domèstica](#), disponible al portal ARC, té com a objectiu aplicar conceptes financers a situacions quotidianes i pràctiques. Es basa en un dossier que conté problemes contextualitzats,

enfocats en diversos aspectes de l'economia domèstica. A més, es fomenta l'ús del full de càlcul com a eina per resoldre problemes i fer prediccions sobre situacions del dia a dia.

Alguns dels temes que es treballen són:

- Factura del gas i llum: anàlisi i càlcul de consums i costos a partir d'exemples reals de factures.
- Dipòsits bancaris: càlculs relacionats amb interessos, rendiments i estalvis.
- Descomptes i rebaixes: resolució de problemes que impliquen percentatges i càlculs d'estalvis en compres.
- Impostos: interpretació i càlcul de l'IVA i altres tributs associats a la compra de productes i serveis.

L'activitat és especialment adequada per treballar en grup, ja que fomenta un aprenentatge significatiu i promou la participació activa de l'alumnat. Enforteix la capacitat d'aplicar els coneixements en contextos propers i rellevants. També permet a l'alumnat interpretar dades i gràfics, i reflexionar sobre com les decisions econòmiques afecten l'àmbit personal i familiar.

A més, es poden utilitzar les factures i exemples que presenta l'activitat de l'ARC, o bé animar l'alumnat a portar les seves pròpies factures per ajudar-los a prendre consciència de la seva economia familiar.

- «Analitzem la rendibilitat d'una inversió»: en aquesta activitat s'analitza la inversió que el Xavier va fer fa un any, fet que permet a l'alumnat familiaritzar-se amb conceptes clau de l'educació financera, com el càlcul de rendibilitat, la importància dels dividends i la variació del valor dels actius en el temps.

El Xavier va invertir un total de 14.000 € en un fons d'inversió fa justament 12 mesos, distribuïts segons la taula següent.

VALORS	INVERSIÓ	INTERESSOS	DIVIDENDS	VENDA	GUANY/ PÈRDUA	RENDIBILITAT (%)
DEUTE PÚBLIC	2000 €	100 €	-----			
ACCIONS INDITEX	5000 €	---	40 €	4800 €		
ACCIONS REPSOL	2000 €	---	-----	2100 €		
FONS RENDA 4 GESTORA	5000 €	400 €	-----			
TOTAL						

Font: Elaboració pròpia

1. Calcula el guany o la pèrdua de cadascun dels valors, així com la seva rendibilitat.
2. Calcula el guany o la pèrdua total i la rendibilitat total.
3. Per què és important diversificar les inversions, com ha fet el Xavier?

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

Una activitat per treballar el **saber #4.NUM.EF.A** és la Planificació d'una compra en línia. Aquest tipus d'activitat permet aplicar conceptes com els descomptes, impostos i costos d'enviament i fomenta la presa de decisions informades en compres en línia.

L'alumnat simularà la compra en línia d'una sèrie de productes alimentaris per a una setmana, ajustant-se a un pressupost establert. Hauran de comparar preus, considerar descomptes, calcular impostos i tenir en compte els costos d'enviament per optimitzar la seva compra.

L'activitat és adient per treballar en grup; a cadascun dels grups se'ls facilitarà:

- Un llistat de supermercats en línia o plataformes de comerç electrònic que puguin utilitzar per a l'activitat.
- Un pressupost determinat per a la compra setmanal.
- Un llistat de productes essencials que han d'incloure en la seva compra (per exemple, pa, llet, ous, fruita, verdura, etc.).

Per la seva banda, l'alumnat haurà de fer el següent:

- Aplicar els descomptes disponibles i calcular l'IVA corresponent.
- Afegir els costos d'enviament, si n'hi ha, per obtenir el cost total de la compra.
- Ajustar el pressupost. Si el cost total supera el pressupost assignat, l'alumnat haurà de revisar la seva selecció de productes per ajustar-se al límit pressupostari.

Una bona activitat per treballar el **saber #4.NUM.EF.B** és [The Legacy](#), del portal NRICH, que planteja una situació en què:

L'escola rep una donació d'1.000.000 £ (lliures) amb les condicions següents:

- *Durada: ha de fer una inversió de 50 anys de durada.*
- *Benefici anual: cada any l'escola ha de gastar una part dels fons.*

L'objectiu és desenvolupar models d'inversió i despesa, considerant un tipus d'interès fix (per exemple, 4 %) i, opcionalment, diferents taxes d'inflació. Per fer-ho, l'alumnat haurà de fer el següent:

- *Analitzar com creix la inversió amb un interès compost anual del 4 %.*
- *Determinar quina quantitat es pot retirar cada any sense exhaurir els fons abans dels 50 anys.*
- *Considerar com l'augment dels preus afecta el valor real de les retirades anuals i ajustar les estratègies en conseqüència.*

L'activitat fomenta l'ús de fulls de càlcul per modelar diferents escenaris, fet que permet a l'alumnat experimentar amb variables com el tipus d'interès, la inflació i les quantitats retirades anualment.

Una altra activitat referent al **saber #4.NUM.EF.B** és Gestió del pressupost familiar: una decisió de consum i estalvi. En aquesta activitat, l'alumnat es posa en la pell d'una família que té dificultats per arribar a final de mes i ha d'afrontar una despesa inesperada. Mitjançant l'elaboració i l'anàlisi d'un pressupost realista, hauran d'identificar possibles ajustaments en les despeses i explorar solucions per gestionar millor els recursos disponibles.

Per prendre decisions econòmiques encertades i mantenir el control sobre l'economia familiar, és important gestionar un pressupost en què s'anoten tant els ingressos com les despeses personals i familiars. Això permet tenir una visió clara de la situació financera i planificar millor el consum i estalvi.

En aquesta activitat, l'alumnat elaborarà, amb l'ajut d'un full de càlcul, el pressupost d'una família, l'analitzarà detalladament i prendrà decisions per ajudar-los a millorar la seva situació econòmica:

La Clàudia és una dona de 40 anys, separada, amb una filla de 16 anys i un fill de 12. Els seus ingressos mensuals provenen del salari de 850 euros que guanya com a treballadora de la llar i de la manutenció de 325 euros que rep del pare dels seus fills. A més, la seva filla gran col·labora amb el pressupost familiar aportant els 90 euros mensuals que guanya fent de cangur.

Malgrat els esforços per administrar els diners, la família té dificultats per arribar a final de mes. A més, s'enfronten a una despesa imprevista: la nevera s'ha espatllat i han de substituir-la. El model més econòmic que han trobat costa 180 euros, però no disposen d'estalvis per fer-ne el pagament d'un sol cop. La botiga els ofereix la possibilitat de pagar-la en tres quotes mensuals de 60 euros, sense interessos.

Davant d'aquesta situació, hauràs d'analitzar el pressupost familiar, identificar possibles ajustos en les despeses i proposar una estratègia per ajudar la Clàudia i la seva família a gestionar millor els seus recursos, fent una elecció responsable en matèria de consum i estalvi.

Cada mes, la família de la Clàudia ha d'afrontar les següents despeses fixes:

- Transport: la Clàudia compra una targeta T-Usual per desplaçar-se, que costa 40 euros al mes. Els seus fills utilitzen la T-16, que els permet viatjar gratuïtament en transport públic.
- Despeses personals dels fills: la seva filla disposa de 50 euros al mes, i el seu fill, de 30 euros.
- Subministraments: la despesa mitjana en aigua, llum i gas és de 105 euros mensuals.
- Alimentació: gasten 269 euros en aliments i begudes.
- Habitatge: el lloguer social de l'habitatge, incloent-hi les despeses comunitàries, és de 450 euros al mes.
- Oci i perruqueria: la Clàudia es reserva 60 euros al mes per sortir amb les seves amigues i per anar a la perruqueria amb la seva filla.
- Comunicacions: paguen 62 euros mensuals per tres línies de mòbil i la fibra òptica de casa.
- Roba i complements: destinen 50 euros al mes a aquesta partida.
- Educació: l'escola pública té un cost de 80 euros per nen, és a dir, 160 euros en total.
- Higiene i salut: gasten 45 euros mensuals en productes de neteja, higiene personal i salut.
- Activitats extraescolars: el fill petit fa futbol com a activitat extraescolar, que costa 20 euros al mes.

Confecciona el pressupost familiar en un full de càlcul tenint en compte la informació següent:

1. Primera columna: ingressos. Aquí s'hi han d'anotar totes les entrades de diners de què disposa la vostra llar: sous, pensions, feines extres, negocis, subsidi d'atur o altres ajudes.
2. Segona columna: despeses. Si bé tenim clars els ingressos, les despeses són més difícils de controlar. Aquesta columna serà més detallada, ja que s'hi han de registrar les despeses i classificar-les segons diverses tipologies:
 - Fixes obligatòries: les que no es poden deixar de pagar ni variar-ne l'import. Segons la CNMV, aquest primer grup hauria de ser intocable, ja que deixar d'atendre aquestes obligacions amenaçaria l'estabilitat econòmica de la llar. Serien els casos del lloguer d'habitatge o les quotes de comunitat.
 - Variables necessàries: les que es poden reduir però no eliminar. Són aquelles despeses imprescindibles, però de les quals es pot reduir el cost si se'n modera l'ús. Exemple: les factures de gas, electricitat, aigua, telèfon, Internet... En el cas de l'electricitat, per exemple, val la pena conèixer els hàbits per estalviar en la factura de la llum.
 - Prescindibles: les que es poden eliminar. Aquí sí que es pot retallar en cas que sigui necessari (roba, viatges, àpats fora de casa, cinema o altres activitats de lleure...).

- Estalvi: cal detallar aquí la diferència entre els ingressos i les despeses, sempre que els ingressos siguin superiors a les despeses.
3. Tercera columna: % de despeses sobre els ingressos totals.

Blocs de competències: processos matemàtics i gestió socioemocional

El conjunt de sabers que constitueixen el sentit numèric, com tots els altres sentits, s'ha de relacionar amb el conjunt de competències del currículum. Sense un coneixement dels sabers difícilment es poden desenvolupar els processos per avançar en l'assoliment de les competències i, d'altra banda, la manera com s'introdueixen, es construeixen i s'utilitzen els sabers és clau per dur a terme un treball competencial.

Així doncs, tots els sabers poden contribuir a desenvolupar qualsevol competència si es treballen en activitats adequades. Igualment, un saber pot contribuir a desenvolupar diverses competències.

Es presenta la relació entre els sentits i les competències específiques a través dels processos: resolució de problemes (competències específiques CE 1 i CE 2), raonament i prova (competències específiques CE 3 i CE 4), connexions, entre les quals distingim les internes (competència específica CE 5) i les externes (competència específica CE 6), comunicació i representació (competència específica CE 7) i gestió socioemocional (competències específiques CE 8 i CE 9).

Aquesta relació, pel que fa al sentit numèric, es concreta, en el marc d'aquest exemple, de la manera que es descriu en els apartats següents, tot i que pot haver-hi altres anàlisis igualment vàlides.

Resolució de problemes (CE 1 i CE 2)

El sentit numèric és bàsic en la resolució de problemes. L'ús de diferents estratègies en la utilització dels nombres permet interpretar i resoldre les situacions plantejades a l'aula relacionades amb les mateixes matemàtiques i amb l'entorn. La comprensió dels nombres, de les relacions entre ells i del sentit de les operacions té un paper clau en la resolució de molts problemes matemàtics. En particular, a 4t d'ESO es treballen els nombres irracionals i s'amplia l'educació financera, que permet abordar un ampli ventall de problemes contextualitzats. El sentit numèric proporciona, doncs, moltes possibilitats per desenvolupar les competències específiques CE 1 i CE 2 vinculades a la resolució de problemes.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar la resolució de problemes són, entre altres:

- El **saber #4.NUM.CO.A** se centra explícitament en les estratègies de comptatge per a la resolució de problemes.
- El **saber #4.NUM.SO.D** posa l'atenció en la interpretació i validació dels resultats obtinguts en problemes contextualitzats, aspecte que contribueix al desenvolupament de la competència CE 2.
- El **saber #4.NUM.SO.E** destaca la resolució de problemes contextualitzats entorn de la recerca de patrons i regularitats.
- El **saber #4.NUM.RE.B** s'orienta a la resolució de problemes utilitzant el triangle aritmètic, i contribueix així al desenvolupament de la competència CE 1.
- El **saber #4.NUM.EF.A** subratlla la resolució de problemes en contextos financers, un àmbit contextual que només s'havia treballat a 2n.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers del sentit numèric fan referència directa al procés de resolució de problemes i poden contribuir al desenvolupament de les competències específiques CE 1 i CE2. Per exemple:

- L'activitat [3ACTES] Caravana de cotxes (a propòsit del **saber #4.NUM.QU.E**) posa en joc la competència 1, ja que cal traduir el problema formulat a través d'una fotografia en una representació utilitzant models geomètrics adequats. Aquesta tasca implica interpretar, analitzar i transformar informació visual en estructures matemàtiques que permeten la resolució.
- El Mosaïc de P. Puig Adam (a propòsit del **saber #4.NUM.QU.B**) permet treballar la resolució de problemes, atès que s'han d'aplicar diferents estratègies per a la seva resolució. Aquesta activitat fomenta la creativitat i el raonament matemàtic a través d'un enfocament pràctic.
- El Recompte de camins mínims entre dos punts d'una quadrícula (a propòsit del **saber #4.NUM.RE.B**) permet treballar bé les competències relacionades amb la resolució de problemes, ja que pot ser abordat de diverses maneres. Aquesta diversitat d'estratègies afavoreix la comprensió profunda del problema i desenvolupa habilitats d'anàlisi i planificació.
- El bloc d'educació financera també permet treballar interessants problemes en context (a propòsit del **saber #4.NUM.EF.A**). L'activitat Planificació d'una Compra en Línia, plantejada de forma vivencial, és una bona oportunitat per contribuir a desenvolupar el procés de resolució de problemes i les competències específiques CE 1 i CE 2. Aquesta activitat posa l'accent en l'aplicació pràctica dels conceptes matemàtics en situacions reals.

Raonament i prova (CE 3 i CE 4)

El conjunt de sabers del sentit numèric contribueixen al desenvolupament de les competències CE 3 i CE 4 a través de l'exploració i aplicació de conceptes matemàtics fonamentals en diferents contextos. Aquests sabers fomenten la capacitat de formular conjetures i resoldre problemes de manera creativa i rigorosa, utilitzant el raonament lògic i l'argumentació matemàtica. En integrar eines tecnològiques com calculadores i fulls de càlcul, l'alumnat pot experimentar amb diverses estratègies de resolució de problemes, validar-ne els resultats i generar nou coneixement a partir de l'experimentació i la descoberta.

A més, el conjunt de sabers reforça l'ús del pensament computacional mitjançant l'organització de dades, la descomposició de problemes complexos en parts més manejables i el reconeixement de patrons i regularitats. Aquesta aproximació permet a l'alumnat crear i modificar algorismes, modelitzar situacions reals i desenvolupar solucions eficients i creatives.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar el raonament són, entre altres:

- El **saber #4.NUM.QU.E** desenvolupa la capacitat de raonar, formular conjetures sobre la precisió de les aproximacions i justificar els marges d'error.
- El **saber #4.NUM.SO.B** se centra en l'ús d'eines digitals per a la construcció de coneixement, i contribueix al desenvolupament del pensament computacional.
- El **saber #4.NUM.SO.E** contribueix al desenvolupament de les competències 3 i 4, ja que se centra en la recerca de patrons i regularitats que poden arribar a modelitzar el problema.
- El **saber #4.NUM.RE.C** utilitza el triangle aritmètic per estudiar les propietats dels nombres combinatoris, i contribueix d'aquesta manera a fer conjetures i argumentacions.

- Els **sabers #4.NUM.EF.A** i **#4.NUM.EF.B** analitzen i expliquen diferents mètodes financers i utilitzen el full de càlcul per simular i avaluar.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers fan referència directa al procés de raonament i prova. Per exemple:

- El treball de l'activitat Línies poligonals (relacionada amb el **saber #4.NUM.CO.A**) posa èmfasi en la representació gràfica de trajectes i el desenvolupament del pensament computacional. Això es manifesta tant en l'ús de GeoGebra com en les instruccions per seguir o dibuixar camins (pensament computacional «desendollat») i en activitats de programació.
- El Mosaic de P. Puig Adam (a propòsit del **saber #4.NUM.QU.B**) permet treballar especialment la competència 3 en generar preguntes de caràcter matemàtic i plantejar problemes.
- L'activitat [3ACTES] Caravana de cotxes (a propòsit del **saber #4.NUM.QU.E**) proposa respondre la pregunta «Quants cotxes de joguina hi ha en aquest cercle?» a partir d'una fotografia. Aquesta pregunta oberta i la informació que es dona progressivament als actes 2 i 3 conviden a mantenir una actitud de recerca davant el problema, i contribuir al desenvolupament de la competència 3.
- El treball amb el triangle aritmètic (a propòsit del **saber #4.NUM.RE.C**) permet l'exploració visual i el descobriment de patrons amb una eina interactiva com el Mathigon i d'una manera més manual amb l'experiència explicada al blog Matemàtiques a l'INS Baix a Mar.
- L'activitat The Legacy (a propòsit del **saber #4.NUM.EF.B**) planteja un problema financer en l'entorn escolar proper a l'alumnat.

Connexions amb altres parts de la matemàtica (CE 5)

El sentit numèric és la base per a la resta de sentits de la matemàtica, contribueix a la competència en connectar diversos elements matemàtics, com ara conceptes teòrics, procediments pràctics i models, per crear una visió integrada de les matemàtiques. Per exemple, la comprensió dels nombres irracionals i el seu ús en diferents contextos estableix una connexió entre l'àlgebra, la geometria i l'anàlisi.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar les connexions internes són, entre altres:

- El **saber #4.NUM.CO.A** relaciona conceptes i procediments de combinatòria i probabilitat, i fomenta la connexió entre eines gràfiques (diagrames) i tècniques analítiques.
- Els **sabers #4.NUM.QU.B** i **#4.NUM.QU.C** mostren com els nombres irracionals connecten models matemàtics diversos, com càlcul, geometria i mètodes numèrics per comprendre i apropar-se als nombres irracionals, integrant diferents eines matemàtiques.
- El **saber #4.NUM.QU.D** ajuda a connectar àlgebra, geometria i l'estructura dels conjunts numèrics, i a desenvolupar una comprensió integrada del sistema numèric.
- El **saber #4.NUM.SO.E** connecta l'estudi de nombres reals amb fenòmens pràctics i patrons matemàtics, integrant procediments d'anàlisi i modelització.
- Els **sabers #4.NUM.RE.B** i **#4.NUM.RE.C** relacionen conceptes combinatoris amb aplicacions en àlgebra, geometria i probabilitat, per tal de mostrar una connexió entre diverses àrees matemàtiques.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers aporten o utilitzen connexions internes. Per exemple:

- En l'activitat Línies poligonals (a propòsit del **saber #4.NUM.CO.A**) es treballen de manera significativa les connexions internes entre conceptes matemàtics, com ara les formes, les mesures, les fraccions i la combinatòria.
- Les diferents propostes de construcció de nombres irracionals (a propòsit del **saber #4.NUM.QU.C**) amb l'ús de la corda Pitagòrica, el mosaic de P. Puig Adam, els geoplans i els Geopals, tenen una base geomètrica important.
- L'activitat Root Problem (a propòsit del **saber #4.NUM.SO.B**) requereix connectar conceptes matemàtics com ara nombres irracionals, arrels quadrades i propietats algebraïques per resoldre els reptes proposats. A través d'aquesta activitat es vinculen procediments de càlcul amb models gràfics i arguments lògics per abordar el problema des de diferents perspectives.
- L'estudi de les propietats i els patrons que emergeixen de les activitats Recompte de camins mínims entre dos punts d'una quadrícula i El Triangle de Pascal (relacionats amb els **sabers #4.NUM.RE.B i #4.NUM.RE.C**) estableix connexions significatives entre la combinatòria, la probabilitat i la geometria.

Connexions amb altres matèries i amb l'entorn (CE 6)

La identificació dels nombres com a model permet aplicar a diferents contextos les seves propietats i representacions simbòliques, i així obtenir més informació sobre el context. Més enllà de l'ús instrumental de les matemàtiques, això possibilita una millor comprensió dels conceptes de les altres disciplines. Per exemple, l'ús de nombres irracionals com π en la geometria o l'estimació d'arrels quadrades en física demostra com les matemàtiques es poden integrar en altres disciplines per modelitzar fenòmens naturals i solucionar problemes reals. A més, l'aplicació de tècniques combinatòries per analitzar dades o la utilització del full de càlcul per avaluar compromisos financers relacionen directament els procediments matemàtics amb àrees com l'economia i la gestió empresarial.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar les connexions externes són, entre altres:

- La vinculació de les matemàtiques amb la història i l'evolució del coneixement científic, **saber #4.NUM.QU.A**, promou una visió interdisciplinària i enriqueix la comprensió del seu paper en altres disciplines.
- El **saber #4.NUM.SO.D** permet aplicar les matemàtiques a situacions reals i disciplines diverses, com l'economia, la ciència i la tecnologia.
- El **saber #4.NUM.SO.E** relaciona conceptes matemàtics amb l'estudi de fenòmens en biologia, demografia o ciències ambientals.
- Els **sabers #4.NUM.EF.A i #4.NUM.EF.B** connecten les matemàtiques amb l'economia i les finances, integren l'ús de la tecnologia i fomenten l'educació financera.

Recursos

Molts dels recursos descrits per treballar diferents sabers del sentit numèric ofereixen oportunitats per fer connexions externes. Per exemple:

- L'activitat [3ACTES] Caravana de cotxes (a propòsit del **saber #4.NUM.QU.E**) proposa l'estimació del nombre de cotxes de joguina a partir d'una fotografia; per tant, posa en joc la competència 6, ja que convida a aplicar idees matemàtiques a entorns no matemàtics.
- Icosaedre i rectangles auris (a propòsit del **saber #4.NUM.QU.B**) té una connexió natural amb educació visual i plàstica.
- L'activitat Analitzem la rendibilitat d'una inversió (relacionada amb el **saber #4.NUM.EF.B**) connecta les matemàtiques amb el món financer i l'economia familiar, i d'aquesta manera fomenta que l'alumnat reflexioni sobre com la diversificació de les inversions influeix en el seu rendiment.

Comunicació i representació (CE 7)

La comprensió, la representació i l'ús flexible dels números i les operacions pròpies del sentit numèric afavoreixen el fet de mostrar idees matemàtiques d'una forma adequada, utilitzant un vocabulari precís, i faciliten la capacitat de relacionar la comprensió de diferents idees. Per exemple, la representació de conjunts numèrics i intervals a la recta real, així com la construcció geomètrica de nombres irracionals, ajuda l'alumnat a utilitzar representacions visuals i gràfiques per expressar idees matemàtiques de manera clara i comprensible.

A més, l'ús de recursos digitals com fulls de càlcul i calculadores en la resolució de problemes amb potències i radicals promou l'ús del llenguatge multimodal per comunicar resultats. Aquest enfocament integra l'expressió oral, escrita i gràfica, i facilita la col·laboració i el diàleg col·lectiu en entorns d'aprenentatge. Així, l'alumnat desenvolupa la capacitat de presentar i argumentar els seus raonaments matemàtics de manera efectiva.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar la comunicació i la representació són, entre altres:

- Les estratègies de comptatge, **saber #4.NUM.CO.A**, impliquen l'ús de representacions visuals (com diagrames d'arbre), que faciliten la comprensió i l'explicació d'idees matemàtiques complexes. Això fomenta la comunicació col·lectiva i multimodal dels procediments.
- El **saber #4.NUM.QU.D** promou la representació gràfica, una eina fonamental per comunicar conceptes matemàtics de manera clara i precisa, especialment en contextos en què la visualització és clau per donar significat a les idees.
- La interpretació i validació dels resultats, del **saber #4.NUM.SO.D**, milloren la comunicació escrita i oral en relació amb la justificació de procediments i resultats, així com la recerca col·laborativa d'alternatives coherents.
- El **saber #4.NUM.RE.A** fomenta l'ús del llenguatge gràfic per explicar relacions entre nombres, i d'aquesta manera promou la comunicació precisa i la representació visual per donar permanència a les idees.
- Referent al **saber #4.NUM.RE.B**, eines com el triangle aritmètic faciliten l'ús de representacions gràfiques i multimodals per comunicar patrons i propietats matemàtiques de manera clara i estructurada.
- Les situacions financeres, **saber #4.NUM.EF.A**, permeten practicar l'explicació oral i escrita de conceptes i procediments matemàtics en contextos rellevants, que milloren la capacitat d'expressar i justificar resultats de manera significativa.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers del sentit numèric fan referència al procés de comunicació i representació. Per exemple:

- L'activitat Línies poligonals (a propòsit del **saber #4.NUM.CO.A**) treballa de manera rellevant la comunicació en la descripció precisa de línies poligonals i en la comprensió correcta.
- L'activitat Power Countdown (a propòsit del **saber #4.NUM.SO.A**) implica representar i explicar els procediments utilitzats per assolir els objectius numèrics, sigui de manera escrita, oral o gràfica. L'alumnat ha de comunicar les estratègies emprades amb terminologia matemàtica precisa, per tal de promoure tant el treball individual com la col·laboració i donar sentit i permanència als raonaments matemàtics.
- El Recompte de camins mínims entre dos punts d'una quadrícula (a propòsit del **saber #4.NUM.RE.B**) planteja una situació que posa de manifest la importància d'una representació adequada en l'estratègia de resolució. Aquesta activitat ofereix una excel·lent oportunitat per destacar el procés de comunicació i representació.

Gestió socioemocional (CE 8 i CE 9)

El treball entorn del sentit numèric es desenvolupa al llarg de totes les etapes educatives, ja que constitueix un dels pilars del coneixement matemàtic. El fet que els sabers fonamentals del sentit numèric estiguin tan presents en tota la matemàtica, fa que el seu aprenentatge contribueixi molt a augmentar l'autoconfiança de l'alumne en les seves habilitats matemàtiques, i assenta les bases d'una actitud positiva envers la matèria. L'habilitat de l'alumne en la manipulació de nombres li permet una major agilitat a l'hora d'aplicar estratègies creatives a situacions específiques diverses. Aquesta habilitat no només ajuda a resoldre problemes de manera més eficaç, sinó que també aporta seguretat, promou el raonament lògic, dona oportunitat al treball en equip i fomenta el pensament crític de l'alumnat.

La gestió socioemocional està vinculada a dues competències específiques:

- CE 8, relacionada amb el desenvolupament d'habilitats personals com les creences, les actituds i les emocions envers les matemàtiques.
- CE 9, centrada en el desenvolupament d'habilitats socials com el treball en equip i la presa de decisions.

A continuació s'indiquen alguns aspectes que, treballats des del sentit numèric, poden contribuir al desenvolupament de les competències CE 8 i CE 9.

Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 8:

- Referent al **saber #4.NUM.QU.C**, l'exploració de diferents mètodes implica assajar i aprendre de l'error, fet que promou l'autoregulació i l'apreciació del procés d'aprenentatge.
- El **saber #4.NUM.QU.E** facilita la reflexió i l'anàlisi dels errors en les estimacions, i promou la perseverança i l'autoregulació emocional per afrontar situacions d'incertesa, amb l'objectiu de millorar la precisió de les estimacions.
- La resolució de problemes, **saber #4.NUM.SO.D** i **saber #4.NUM.SO.E**, ajuda a enfrontar situacions els resultats dels quals poden no ser coherents. A més, treballar amb patrons matemàtics en contextos incerts ajuda a gestionar l'estrès i a perseverar per trobar solucions.

Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 9:

- L'ús de diferents estratègies per resoldre problemes, **saber #4.NUM.CO.A**, impulsa el treball col·laboratiu, ja que es beneficia de perspectives diverses i discussions grupals.
- Donat que els patrons del triangle aritmètic es poden discutir i explorar en equip, els **sabers #4.NUM.RE.B i #4.NUM.RE.C** fomenten la discussió d'idees i la construcció col·lectiva del coneixement.
- L'ús de recursos digitals, **sabers #4.NUM.SO.B i #4.NUM.EF.B**, facilita la col·laboració a través de l'ús d'eines compartides i la reflexió conjunta sobre els resultats obtinguts.