

TOR 3r d'ESO: Sentit numèric

Consideracions generals.....	1
Blocs de sabers.....	1
Comptatge.....	1
Sabers.....	1
Descripció i orientacions.....	1
Reflexions inicials.....	1
Comentaris sobre les connexions.....	2
Recursos i activitats.....	2
Recursos i activitats per treballar sabers concrets.....	2
Quantitat.....	3
Sabers.....	3
Descripció i orientacions.....	3
Reflexions inicials.....	3
Comentaris sobre les connexions.....	4
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació.....	4
Observacions sobre alguns sabers específics.....	4
Recursos i activitats.....	5
Recursos i activitats generals per al bloc de sabers.....	5
Recursos i activitats per treballar sabers concrets.....	7
Sentit de les operacions.....	11
Sabers.....	11
Descripció i orientacions.....	12
Reflexions inicials.....	12
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació.....	12
Observacions sobre alguns sabers específics.....	12
Recursos i activitats.....	13
Recursos i activitats per treballar sabers concrets.....	13
Raonament proporcional.....	17
Sabers.....	17
Descripció i orientacions.....	17
Reflexions inicials.....	17
Comentaris sobre les connexions.....	17
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació.....	17
Observacions sobre alguns sabers específics.....	18
Recursos i activitats.....	18
Recursos i activitats per treballar sabers concrets.....	18
Blocs de competències: processos matemàtics i gestió socioemocional.....	21
Resolució de problemes (CE 1 i CE 2).....	22



Sabers.....	22
Recursos.....	22
Raonament i prova (CE 3 i CE 4).....	22
Sabers.....	23
Recursos.....	23
Connexions amb altres parts de la matemàtica (CE 5).....	23
Sabers.....	24
Recursos.....	24
Connexions amb altres matèries i amb l'entorn (CE 6).....	24
Sabers.....	25
Recursos.....	25
Comunicació i representació (CE 7).....	25
Sabers.....	25
Recursos.....	26
Gestió socioemocional (CE 8 i CE 9).....	26
Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 8:.....	27
Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 9:.....	27

Consideracions generals

El sentit numèric és essencial en totes les àrees de les matemàtiques. Inclou l'habilitat de descompondre nombres de manera natural, utilitzar referents numèrics de forma àgil i adequada i aplicar les relacions entre operacions aritmètiques amb flexibilitat i creativitat per resoldre problemes. A més, implica comprendre el sistema de numeració posicional i les diferents maneres de representar els nombres, fer-ne estimacions i donar-los significat, així com reconèixer-ne la magnitud i aplicar el raonament proporcional.

A 3r d'ESO es comencen a utilitzar patrons diversos per abordar recomptes més complexos, s'aprofundeix en el coneixement dels nombres racionals i es constata l'existència de nombres irracionals. Els contextos plantejats són més exigents i requereixen un nivell més alt de capacitat d'abstracció.

Es proposa treballar el sentit numèric mitjançant la resolució de problemes, partint dels coneixements previs de l'alumnat i promovent l'ús d'estratègies pròpies en la gestió dels nombres per evitar l'aprenentatge mecànic. Les activitats han d'afavorir que l'alumnat estableixi connexions entre les propietats i relacions dels nombres i les seves operacions, alhora que estimen o valoren la coherència i la precisió dels resultats dels càlculs.

El sentit numèric a 3r d'ESO se centra en quatre blocs principals: el comptatge, la quantitat, el sentit de les operacions i el raonament proporcional. El bloc de relacions, ja treballat àmpliament a 1r i 2n d'ESO, queda consolidat en aquest curs, mentre que el bloc de matemàtica financera, introduït a 2n d'ESO, es reprèn a 4t.

Blocs de sabers

Comptatge

Sabers

- A. Ús de patrons en els recomptes sistemàtics per identificar, organitzar i resoldre problemes en diferents contextos mitjançant eines com ara diagrames d'arbre, tècniques de combinatòria o altres estratègies. #ALG.PC, #ALG.PA

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

La identificació i l'ús de patrons ajuden l'alumnat a desenvolupar el raonament lògic, ja que els permeten descobrir i comprendre seqüències i regularitats en diferents àmbits, un aspecte essencial per a la resolució de problemes. A més, treballar amb seqüències numèriques facilita una comprensió més profunda i conceptual de moltes idees matemàtiques.

L'estudi de patrons comporta observar regularitats, formular conjectures, generalitzar, etc., accions que permeten abordar tots els processos matemàtics. Això inclou el raonament i la prova, la comunicació i la representació, així com les connexions (tant intramatemàtiques com extramatemàtiques) i la resolució de problemes, un element transversal present en tots els blocs de sabers del currículum.

La resolució de problemes mitjançant recomptes sistemàtics permet introduir les tècniques de combinatòria de manera visual i manipulativa, sense necessitat d'utilitzar fórmules.

Comentaris sobre les connexions

L'estudi de patrons és fonamental en el desenvolupament del pensament algebraic, perquè ens ajuda a reconèixer regularitats i relacions que són la base per comprendre conceptes més avançats com les funcions. Identificar patrons ens permet anticipar comportaments i estructurar el pensament de manera sistemàtica.

Aquest saber es connecta amb el bloc de pensament computacional del sentit algebraic, ja que reconèixer patrons és una eina clau per descompondre problemes complexos i facilitar la creació de solucions lògiques i sistemàtiques.

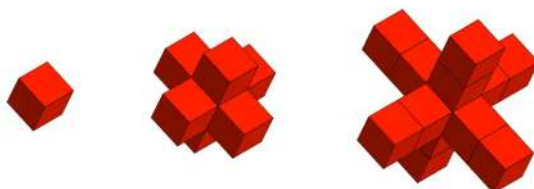
La recerca de patrons és fonamental perquè proporciona la base per crear algorismes i connecta amb el bloc de patrons del sentit algebraic. Reconèixer patrons ajuda a estructurar els passos d'un algoritme de manera més clara i coherent.

Recursos i activitats

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

Una proposta per treballar el **saber #3.NUM.CO.A** es pot trobar al web [Visual patterns](#), que ofereix 500 patrons visuals de diferents nivells de dificultat. A partir dels tres o quatre primers elements d'un patró, l'alumnat ha de determinar el nombre d'objectes necessaris per al pas 43 de la seqüència. També ha d'intentar identificar la pauta de formació del patró i expressar-la matemàticament.

Hi ha propostes més senzilles, en què el creixement és constant, així com altres de més complexes que requereixen un nivell superior d'anàlisi. Un exemple destacat és el següent:



Font: [Visual patterns](#)

Un cop presentat el patró a l'alumnat, es pot demanar que continuïn la seqüència dibuixant el pas següent o fins i tot els dos següents. Això permet verificar que han entès la regla de formació. A continuació, és recomanable registrar les observacions en una taula, ja que aquesta estructura facilita la identificació de regularitats.

Pas	Nombre de cubs
1	1
2	7
3	13
...	...

Amb la taula, l'alumnat pot observar que el nombre de cubs creix de 6 en 6, és a dir, que a cada pas s'afegeixen 6 cubs més que en l'anterior. Els proposem que escriguin aquesta observació i que expliquin com es produeix aquest creixement. Per exemple, poden descriure-ho dient: «s'afegeixen 6 cubs als extrems de la figura». És important destacar que poden expressar-ho de moltes maneres diferents.

Ara bé, la utilitat de la taula no es limita a l'observació vertical. La informació més rellevant es pot extreure analitzant-la horitzontalment. Així, plantejem la pregunta següent: «a partir del número de pas, com podem determinar el nombre de cubs?». Inicialment, l'alumnat pot formular-ho de manera verbal, per exemple: «multiplico el número de pas per 6 i hi resto 5». Aquesta explicació pot evolucionar fins a adoptar una forma algebraica, $6n - 5$.

És interessant remarcar que aquesta activitat estableix un canvi d'orientació en la mirada, un pas important per a la generalització del patró, ja que deixa de ser recursiu i fa intuir la relació funcional. A més, estableix connexions valuoses amb el contingut de 2n d'ESO, en què es treballa la introducció de funcions lineals i afins. Activitats com aquesta ajuden a reforçar aquestes idees. Per concloure, es pot elaborar un gràfic que relacioni el número de pas amb el nombre de cubs, per tal de facilitar la comprensió de les relacions funcionals a través del treball amb patrons.

Quantitat

Sabers

- A. Existència de nombres no racionals. Nombres decimals no exactes ni periòdics. [ESS]
- B. Classificació de nombres racionals, relació i transformació entre fracció i decimal (fraccions generatrius). #EST.DI
- C. Estimació i aproximació per excés i per defecte de nombres racionals amb la precisió requerida. [ESS] #MES.ER
- D. Interpretació de nombres molt grans o molt petits. Reconeixement i utilització de la notació exponencial i científica, analitzant el seu ordre de magnitud, incloent-hi la lectura d'aquestes quantitats en la calculadora o full de càlcul. #ALG.PC
- E. Representació a la recta real d'interval·ls i semirectes. #ALG.ID

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

Aquest bloc és fonamental per comprendre i treballar amb els diferents tipus de nombres, les seves propietats i les aplicacions pràctiques en àmbits com la mesura, l'estadística i l'àlgebra.

L'existència de nombres no racionals ens introdueix al món dels nombres reals, amplia la comprensió més enllà dels nombres racionals i revela la riquesa de la recta real. La classificació de nombres racionals i la seva connexió amb decimals mitjançant fraccions generatrius il·lustra la precisió matemàtica necessària per treballar amb dades expressades amb decimals exactes o periòdics.

Amb les eines que té l'alumnat de 3r d'ESO, es poden plantejar propostes molt més interessants que la simple resolució d'exercicis de traducció entre fraccions i expressions decimals. En aquest bloc es presenten activitats que promouen l'ús significatiu d'aquests conceptes.

Comentaris sobre les connexions

La connexió entre el **saber #3.NUM.QU.B** i l'estadística es troba en la seva capacitat de proporcionar representacions precises per a raons, probabilitats i freqüències relatives. Les fraccions permeten una expressió exacta de nombres racionals, fet que evita errors d'arrodoniment que poden aparèixer amb els decimals, mentre que la seva transformació en decimals facilita la comparació i el càlcul aritmètic. Aquestes relacions són essencials per ordenar, classificar i analitzar dades de manera precisa, especialment en estudis de distribucions, probabilitats i patrons recurrents.

La connexió entre el **saber #3.NUM.QU.C** i el sentit de la mesura rau en la necessitat de representar valors de forma manejable sense perdre informació rellevant en contextos pràctics. En la mesura sovint no treballem amb valors exactes, de manera que s'utilitzen aproximacions racionals ajustades segons la precisió necessària per garantir una representació útil i coherent.

El **saber #3.NUM.QU.D** és fonamental en el pensament computacional. Aquesta notació permet representar i comparar valors extrems de manera compacta i precisa, cosa que facilita els càlculs i la interpretació de resultats en eines com calculadores o fulls de càlcul.

La connexió entre el **saber #3.NUM.QU.E** i l'àlgebra es troba en la comprensió geomètrica i simbòlica de conjunts de solucions d'equacions o inequacions. Els intervals i semirectes permeten representar de manera visual els valors que compleixen una condició algebraica, com ara solucions d'una inequació o dominis d'una funció.

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

Els sabers **#3.NUM.QU.A** i **#3.NUM.QU.C** són considerats essencials per diferents motius:

- En el **saber #3.NUM.QU.A** és clau que l'alumnat compregui l'existència de nombres decimals que no són racionals, com per exemple les arrels quadrades no exactes.

Introduir els nombres decimals no racionals amplia la visió de l'alumnat sobre el món dels nombres i reforça les bases per a conceptes més avançats. Aquesta ampliació ajuda a consolidar la idea de la recta real com un conjunt complet que inclou tant racionals com irracionals.

- Pel que fa al **saber #3.NUM.QU.C**, és necessari que l'alumnat sàpiga aproximar nombres racionals amb la precisió requerida, sigui per excés o per defecte. Aproximar nombres és útil perquè permet controlar l'error i treballar amb valors pràctics que siguin prou precisos, sense necessitat de ser exactes.

Observacions sobre alguns sabers específics

L'alumnat ha de saber identificar i classificar nombres com fraccions i decimals, i transformar-los entre aquests formats, **saber #3.NUM.QU.B**. Això inclou treballar amb fraccions generatrius per comprendre com els decimals periòdics es converteixen en fraccions.

Comprendre que els nombres racionals i irracionals es representen com a punts a la recta real, **saber #3.NUM.QU.E**, facilitarà el treball amb intervals i la resolució d'inequacions. Per reforçar aquests conceptes, es proposa un joc de rol (*role-play*) que n'afavoreix la comprensió.

Recursos i activitats

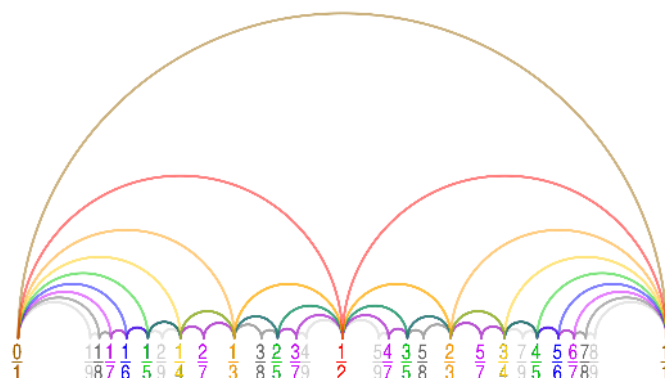
Recursos i activitats generals per al bloc de sabers

Una activitat que permet treballar els **sabers #3.NUM.QU.A** i **#3.NUM.QU.B** està extreta d'[An introduction to irrational numbers](#) de NRICH. En aquesta activitat, es defineixen les fraccions mediant. Donades dues fraccions $\frac{a}{b}$ i $\frac{c}{d}$, la fracció mediant, $\frac{a+c}{b+d}$ té com a numerador la suma dels numeradors de les fraccions inicials i com a denominador la suma dels seus denominadors. La fracció mediant sempre compleix la propietat que $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$.

Com a curiositat, el diagrama de Farey és una representació que mostra totes les fraccions irreductibles compreses entre 0 i 1, ordenades de menor a major, en una seqüència anomenada *seqüència de Farey*. La seqüència de Farey d'ordre n conté totes les fraccions irreductibles amb denominador menor o igual a n .

Un fet destacable és que, donades dues fraccions consecutives en una seqüència de Farey, la seva mediant sempre serà una fracció que apareix a l'ordre següent.

En el gràfic següent, cada color representa una seqüència de Farey diferent, destacant com augmenta la densitat de fraccions a mesura que s'incrementa l'ordre.



Font: [Viquipèdia](#)

En aquesta activitat, l'alumnat ha d'endevinar quina fracció irreductible $\frac{a}{b}$, amb $0 < \frac{a}{b} < 1$, s'està pensant.

Només poden fer preguntes del tipus «és més petita que la fracció ...?» o «és més gran que la fracció ...?», que només es poden respondre amb un sí o un no.

Suposem que la fracció que cal trobar és $\frac{12}{19} = 0,6315$.

- Com que saben que la fracció està entre 0 i 1, pregunten si la fracció és més petita que la seva mediant $\frac{0+1}{1+1} = \frac{1}{2}$. Resposta: no.

- Ara sabem que la fracció està entre $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{1}$, així que pregunten si és més petita que la seva mediant $\frac{1+1}{2+1} = \frac{1}{3} = 0,33$. Resposta: sí.
- Ara sabem que la fracció està entre $\frac{1}{2}$ i $\frac{2}{3}$, així que pregunten si és més petita que la seva mediant $\frac{1+2}{2+3} = \frac{3}{5} = 0,6$. Resposta: no.
- Ara sabem que la fracció està entre $\frac{3}{5}$ i $\frac{2}{3}$, així que pregunten si és més petita que la seva mediant $\frac{3+2}{5+3} = \frac{5}{8} = 0,625$. Resposta: no.
- Ara sabem que la fracció està entre $\frac{5}{8}$ i $\frac{2}{3}$, així que pregunten si és més petita que la seva mediant $\frac{5+2}{8+3} = \frac{7}{11} = 0,6363$. Resposta: sí.
- Ara sabem que la fracció està entre $\frac{5}{8}$ i $\frac{7}{11}$, així que pregunten si és més petita que la seva mediant $\frac{5+7}{8+11} = \frac{12}{19}$. Com que és la fracció que estàvem pensant, s'acaba el joc i han trobat la fracció.

L'activitat també es pot utilitzar per trobar la fracció generatriu d'un nombre decimal exacte o periòdic, és a dir, d'un nombre racional. Es comença amb un nombre entre 0 i 1 (per a nombres més grans que 1 es fa servir la seva expressió mixta).

Per exemple, si es vol trobar la fracció generatriu del nombre 0,15151515...

Límit inferior	Mediant	Límit superior
$\frac{0}{1} = 0$	$\frac{0+1}{1+1} = \frac{1}{2} = 0,5$	$\frac{1}{1} = 1$
$\frac{0}{1} = 0$	$\frac{0+1}{1+2} = \frac{1}{3} = 0,3333 \dots$	$\frac{1}{2} = 0,5$
$\frac{0}{1} = 0$	$\frac{0+1}{1+3} = \frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{1}{3} = 0,3333 \dots$
$\frac{0}{1} = 0$	$\frac{0+1}{1+4} = \frac{1}{5} = 0,2$	$\frac{1}{4} = 0,25$
$\frac{0}{1} = 0$	$\frac{0+1}{1+5} = \frac{1}{6} = 0,1666 \dots$	$\frac{1}{5} = 0,2$
$\frac{0}{1} = 0$	$\frac{0+1}{1+6} = \frac{1}{7} = 0,1428571 \dots$	$\frac{1}{6} = 0,1666 \dots$
$\frac{1}{7} = 0,1428571 \dots$	$\frac{1+1}{7+6} = \frac{2}{13} = 0,1538 \dots$	$\frac{1}{6} = 0,1666 \dots$
$\frac{1}{7} = 0,1428571 \dots$	$\frac{1+2}{7+13} = \frac{3}{20} = 0,15$	$\frac{2}{13} = 0,1538 \dots$
$\frac{3}{20} = 0,15$	$\frac{3+2}{20+13} = \frac{5}{33} = 0,1515 \dots$	$\frac{2}{13} = 0,1538 \dots$

Font: Elaboració pròpia

Per tant, la fracció generatriu $0,1515\dots = \frac{5}{33}$.

Aquesta mateixa activitat es pot utilitzar per comprovar que no tots els nombres decimals es poden expressar en forma de fracció, i que, per tant, existeixen nombres no racionals.

Es planteja a l'alumnat la tasca de trobar la fracció que representa, per exemple, el nombre 0,101001000100001... (per dur a terme aquesta recerca, poden fer ús d'un full de càlcul).

Observaran que el procés s'allarga indefinidament i que mai no arriben a trobar una fracció que sigui exactament igual al nombre donat.

A partir d'aquesta experiència, s'explica que no és possible trobar una fracció per a tots els nombres decimals, sinó només per a aquells que anomenem racionals.

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

El **saber #3.NUM.QU.A** es pot treballar amb problemes que permeten entendre el concepte de nombre irracional.

L'activitat [Near 10](#), proposada al web de NRICH, planteja la pregunta següent:

Quants nombres enters, n , hi ha que compleixin que la diferència entre $\sqrt{n}$ i 10 és menor que 1?

Aquesta pregunta permet entendre el concepte d'arrel i la seva aproximació: perquè es compleixi el que es demana, s'ha de complir que $9 < \sqrt{n} < 11$ i, per tant, n ha d'estar entre $9^2=81$ i $11^2=121$. Com que ens demanen quants nombres enters, aleshores $n \in \{82, 83, 84, \dots, 120\}$ i, per tant, hi ha 39 enters.

Al bloc de PuntMat, trobem l'entrada [Decimals periòdics](#), en què es proposen activitats que ajuden l'alumnat a comprendre millor la relació entre fraccions i decimals periòdics, **saber #3.NUM.QU.B**. Proposa examinar fraccions amb denominadors com ara 7, 13 i 19 per detectar patrons en els períodes decimals, i també explora la connexió amb els factors primers dels denominadors.

Altres activitats per treballar la relació entre els nombres racionals i els nombres decimals, **saber #3.NUM.QU.B**, les trobem a la web de l'NRICH:

- [Terminating or Not?](#) convida l'alumnat a analitzar nombres racionals per determinar si les seves fraccions equivalents tenen una representació decimal finita o infinita. L'activitat posa el focus en l'exploració dels factors primers dels denominadors de les fraccions irreductibles, i destaca que un decimal és finit només quan aquests denominadors contenen exclusivament factors 2 i/o 5. Aquesta proposta ajuda a comprendre la relació entre fraccions i decimals, i permet deduir regles generals per identificar quan una representació decimal és finita.

Per introduir aquesta activitat a l'aula, es pot començar escrivint a la pissarra una seqüència de fraccions com $\frac{1}{40}, \frac{2}{40}, \frac{3}{40}, \dots, \frac{20}{40}$, i preguntar a l'alumnat quines d'aquestes es poden expressar com a decimals finits i per què. Això desperta la seva curiositat i els prepara per a l'activitat posterior.

A continuació, es divideix la classe en petits grups, i es proporciona a cada grup un llistat de fraccions perquè les converteixin a decimals. L'objectiu és que identifiquin quins decimals són finits i quins són infinits. Durant el procés es guia l'alumnat perquè analitzi els denominadors de les fraccions amb decimals finits (s'observa que només contenen factors 2 i/o 5) i els compari amb els altres denominadors.

Finalment, se'ls demana que formulin una regla general basada en les seves observacions. Això els porta a la conclusió que només les fraccions amb denominadors irreductibles compostos únicament per factors 2 i/o 5 tenen una representació decimal finita.

Es pot ampliar la investigació amb l'objectiu de descobrir que els periòdics mixtos tenen 2 i/o 5, així com altres factors primers, en la descomposició factorial del denominador, quan la fracció és irreductible.

- L'activitat [Repetitiously](#) ajuda l'alumnat a expressar decimals periòdics com a fraccions mitjançant l'ús d'equacions. L'activitat inclou preguntes per guiar el raonament, explorar altres decimals i discutir els resultats en grup.

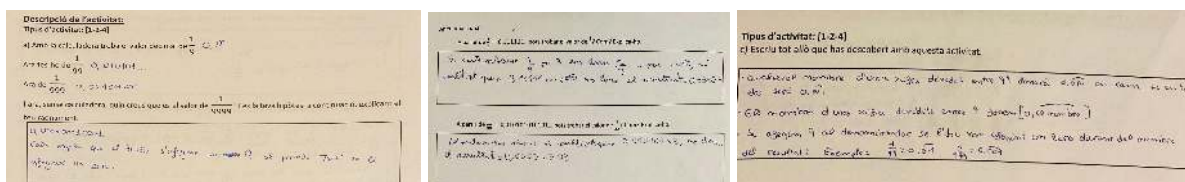
Per iniciar-la, es proposa el nombre $x = 0, \hat{2}$. Es demana escriure el nombre $2, \hat{2}$ en funció de x de dues maneres diferents. Si cal, es pot suggerir multiplicar x per algun nombre per obtenir $2, \hat{2}$ ($10x = 2, \hat{2}$) o trobar un valor que, sumat a x , també doni $2, \hat{2}$ ($2 + x = 2, \hat{2}$). Això permet plantejar una equació ($10x = 2 + x$) per obtenir la fracció generatriu del nombre $x = 0, \hat{2} = \frac{2}{9}$.

- En l'activitat [Tiny nines](#) es proposa cercar patrons partint de fraccions que generen decimals periòdics:

A partir de fraccions com $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{999}$, s'anima l'alumnat a predir el resultat de fraccions com $\frac{1}{9999}$, i d'altres de relacionades $\frac{1}{11}$, $\frac{n}{99}$. L'objectiu és trobar regles generals i demostrar equivalències entre fraccions i decimals.

- L'activitat es presenta des del CREAMAT al document [Petits Nous](#), amb l'objectiu de treballar-la a l'aula mitjançant metodologies col·laboratives com *Llapis al centre* i 1-2-4:

- *Llapis al centre* és una metodologia que promou la col·laboració en grup. Tot l'alumnat col·loca el seu llapis al centre de la taula en iniciar una discussió o un treball col·lectiu. Només agafen el llapis per escriure quan tenen una idea clara o acordada pel grup. Aquesta tècnica fomenta la reflexió i evita que ningú domini la conversa o prengui decisions sense consens.
- 1-2-4 implica un treball progressiu: inicialment individual (fase 1), després en parelles (fase 2) i, finalment, en grups de quatre (fase 4). Cada etapa aporta noves idees i perspectives diferents, per tal d'ajudar el grup a arribar a conclusions o solucions més completes.



Font: [Petits Nous](#)

Per treballar el saber **#3.NUM.QU.C**, es presenta una [Simulació amb cigrons](#) d'Anton Aubanell, publicada a l'ARC. La tècnica utilitzada en aquesta activitat s'anomena *captura i recaptura*, i s'utilitza per al recompte estimatiu de poblacions d'animals que viuen en llibertat. Aquesta metodologia es pot aplicar en contextos molt diversos, com ara comptar balenes al mar del Nord, esquirols en un bosc o peixos a l'estany de Banyoles.

En aquesta activitat, es farà una simulació d'aquest mètode amb l'objectiu de calcular el nombre d'individus d'una població utilitzant cigrons.

Es proposa a l'alumnat el següent repte: «Quants cigrons hi ha en un quilogram de cigrons?».

Es porta a classe una bossa amb un quilogram de cigrons i es col·loquen en un recipient. Es pren una primera mostra de cigrons i es compten (suposem que n'hi ha m_1). Treballant conjuntament tot el grup, es fa una marca ben visible amb un retolador sobre cadascun dels cigrons de la mostra. A continuació, es retornen tots els cigrons al recipient i es barregen bé amb la resta.

Després, en equips de tres persones, es pren una segona mostra de cigrons, que es compten

(suposem que n'hi ha m_2). Tot seguit, es compta quants dels m_2 cigrons de la segona mostra porten el senyal del retolador, és a dir, quants formaven part de la primera mostra (suposem que en són n).

Si anomenem t el total de cigrons que es vol estimar, sembla raonable esperar que la proporció de cigrons marcats (n) en la segona mostra (m_2) sigui aproximadament igual a la proporció de cigrons marcats en la primera mostra (m_1) respecte del total (t). Això es pot expressar amb la relació:

$$\frac{n}{m_2} \approx \frac{m_1}{t}$$

D'aquí es pot deduir la fórmula per estimar t :

$$t \approx \frac{m_1 \cdot m_2}{n}$$

Un cop cada equip hagi fet aquesta estimació, serà interessant comptar, entre tots, quants cigrons hi ha realment i calcular l'error comès, tant l'absolut com el relatiu.

Per treballar el **saber #3.NUM.QU.D** i ajudar l'alumnat a comprendre la importància i la necessitat de la notació científica, Sandro Maccarrone va traduir i publicar una activitat de Desmos anomenada [Notació científica](#), que presenta la seqüència d'activitats següent:

- Es demana ordenar de menor a major els nombres següents, sense utilitzar la calculadora.

- $20 \cdot 10^5$
- $0,53 \cdot 10^7$
- 700 000
- $14 \cdot 10^6$
- $700 \cdot 10^4$

- A continuació, es demana fer el mateix amb una nova sèrie de nombres.

- $7 \cdot 10^6$
- $1,4 \cdot 10^7$
- $7 \cdot 10^5$
- $2 \cdot 10^6$
- $5,3 \cdot 10^6$

Un cop completades les activitats, es pregunta a l'alumnat: «Quin dels dos llistats t'ha resultat més fàcil d'ordenar?».

Finalment, s'explica que la notació científica facilita la comparació de quantitats de diferent magnitud i és especialment útil per treballar amb valors molt grans (distàncies en el sistema solar) i molt petits (mesures en un tub d'assaig).

Per ajudar l'alumnat a comprendre els ordres de magnitud, **saber #3.NUM.QU.D**, el vídeo [Potències de 10](#) és una eina visual molt efectiva. Mostra com es poden ampliar o reduir les escales de l'univers, des d'objectes quotidians fins a les galàxies i, en sentit contrari, fins a partícules subatòmiques. Aquesta representació ajuda a entendre les potències de 10 i la magnitud de diferents ordres de mesura, fet que facilita la comprensió de conceptes com la notació científica.

Es pot trobar una altra activitat per treballar el **saber #3.NUM.QU.D** al web del CREAMAT, [Piràmide de Penics](#) de Dan Meyer. Aquesta proposta s'enquadra dins del que Meyer anomena «Activitats en tres actes». La idea principal és que l'alumnat formuli les seves pròpies preguntes i rebi les dades necessàries en funció dels seus interrogants.

Descripció de l'activitat:

Acte 1: Introducció i formulació de preguntes

- *L'activitat comença amb la visualització del vídeo [Guinness World Record Penny Pyramid-300 hours in under 3min](#). L'alumnat ha d'observar-lo atentament i anotar les preguntes que els sorgeixin.*
- *Es fomenta una primera reflexió individual, seguida d'una posada en comú amb el grup classe.*
- *Algunes preguntes interessants podrien ser: Quantes monedes calen per construir la piràmide? Quant de temps es va necessitar per fer-la?*
- *Es demana a l'alumnat que faci una estimació inicial de la resposta, preferiblement proporcionant un interval en lloc d'un valor concret. Posteriorment, es recopilen totes les estimacions i es delimiten valors mínims i màxims, per així establir el rang dins del qual hi pot haver la resposta correcta.*

Acte 2: Identificació de dades necessàries i planificació

- *Després de les estimacions, es pregunta quines dades necessiten per resoldre el problema. El grup classe acorda quines són les dades imprescindibles.*
- *Aquesta etapa fomenta la planificació abans d'obtenir les dades i promou un pensament estratègic i heurístic, ja que, sense tenir tota la informació disponible, l'alumnat ha de dissenyar possibles mètodes de resolució.*
- *És recomanable que aquesta part es dugui a terme amb un full de càlcul, per facilitar l'exploració de diferents escenaris inicials i reforçar les habilitats digitals.*

Acte 3: Resolució i verificació

- *Finalment, es proporciona a l'alumnat les dades necessàries (disponibles al mateix web) i es procedeix a resoldre el problema.*
- *Els resultats es comproven i es discuteixen amb el grup, i es reflexiona sobre l'estratègia utilitzada i les conclusions obtingudes.*

Es pot ampliar aquesta activitat convidant l'alumnat a formular noves preguntes o modificar les condicions inicials.

Aquest tipus de propostes són l'inici d'una exploració que pot evolucionar fàcilment cap a un projecte més extens i profund.

Per treballar el **saber #3.NUM.QU.E** es pot fer un joc de rol amb l'alumnat per representar intervals i semirectes sobre la recta real:

Es marca el terra amb una cinta la recta real i la situació d'uns quants nombres enters.

L'alumnat es distribueix en grups, de manera que cada grup té assignades unes targetes amb intervals o semirectes escrits. Els alumnes es col·loquen sobre la «recta real» segons l'interval o semirecta assignada de la manera següent:

- Es posa un alumne en cada un dels enters interiors de l'interval, estirant els braços fins a tocar el company.
- Si l'extrem de l'interval és tancat, es col·loca un alumne amb el braç abaixat. Per exemple, en la imatge es representa la imatge $[0, 5]$.



Font: Elaboració pròpia

- Si l'extrem de l'interval és obert, no es posa cap alumne al límit per indicar que no inclouen aquell punt. Per exemple, en la imatge següent es veu la representació de l'interval $(-4, 2)$



Font: Elaboració pròpia

- Per a les semirectes, s'estenen cap a un costat amb els braços i aixecant una cama per mostrar infinit. En l'exemple $(-\infty, 5]$



Font: Elaboració pròpia

La resta de grups comproven que la representació feta sigui correcta.

Es pot ampliar l'activitat fent unions o interseccions d'interval·ls, representant diversos grups a la vegada amb la seva targeta.



Font: Elaboració pròpia

Sentit de les operacions

Sabers

- Resolució de problemes, amb nombres racionals, en diferents contextos en què s'han d'utilitzar les propietats de les operacions i les relacions entre elles. **[ESS]**
- Ús i interpretació del càlcul amb potències i les seves propietats (base entera o racional i exponent

- enter), aplicat a diversos contextos i situacions. **[ESS]**
- C. Interpretació i validació dels resultats obtinguts en un problema i en un context determinat. Recerca d'alternatives en cas que no siguin coherents.
 - D. Ús de la notació científica i el seu càlcul per resoldre problemes amb nombres molt grans o molt petits en diferents contextos.
 - E. Aplicació d'estratègies de càlcul mental. Aproximació de resultats.

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

En aquest curs s'han de consolidar els coneixements bàsics adquirits prèviament i preparar l'alumnat per aplicar-los en contextos més complexos i abstractes.

El treball sobre el sentit de les operacions en aquesta etapa té com a objectiu desenvolupar una comprensió més madura i abstracta del càlcul, que permeti a l'alumnat abordar problemes matemàtics i contextuals amb confiança i eficàcia.

A 3r d'ESO, s'introdueix un enfocament que requereix una comprensió profunda de com les operacions afecten els nombres i de com transformar-los entre diferents representacions.

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

El **saber #3.NUM.SO.A** es considera essencial, ja que a 1r i 2n s'han treballat els nombres racionals i les propietats de les operacions, així com les relacions entre elles. En aquest curs, l'alumnat ha d'aprendre a identificar de forma segura quines operacions són més adequades per resoldre cada problema.

Un altre concepte essencial és el de les potències, que comencen a adquirir un paper més rellevant, **saber #3.NUM.SO.B**. L'alumnat ha d'entendre com aplicar i interpretar les operacions amb potències, i com utilitzar-les en situacions específiques.

Observacions sobre alguns sabers específics

La interpretació i la validació dels resultats obtinguts en un problema dins d'un context determinat, **saber #3.NUM.SO.C**, són passos fonamentals per garantir-ne la coherència i aplicabilitat. Primerament, és essencial revisar les dades per assegurar-se que siguin correctes i completes, així com contextualitzar els resultats per veure si s'ajusten a les hipòtesis i expectatives inicials. A continuació, cal validar els resultats i verificar que siguin coherents entre ells. Si es detecten discrepàncies, és important identificar possibles errors en la metodologia emprada.

Quan els resultats no són coherents, cal buscar alternatives, com ara ajustar l'enfocament de la resolució del problema, repetir l'estudi o revisar les hipòtesis formulades inicialment per explorar noves aproximacions que puguin explicar millor les dades.

Aquesta pràctica ajuda l'alumnat a no centrar-se únicament en la mecànica de resolució dels problemes, sinó també a comprendre la importància de reflexionar sobre els resultats i com aquests s'ajusten a la realitat, alhora que desenvolupen habilitats per detectar i corregir errors.

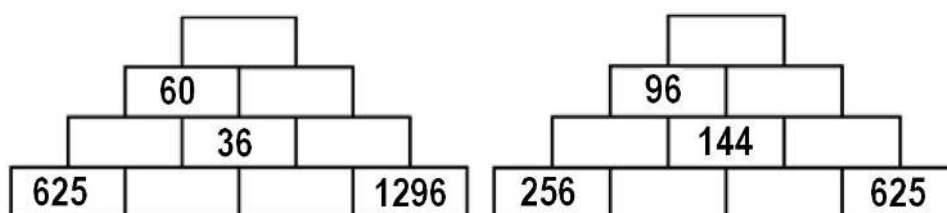
El càlcul mental ha de continuar sent una part fonamental d'aquest curs, tal com es recull en el **saber #3.NUM.SO.E**. Tot i que es va iniciar a 1r d'ESO, és important mantenir-ne la continuïtat, ja que contribueix al desenvolupament d'una comprensió més profunda dels números i de les operacions matemàtiques i fomenta la capacitat de resoldre problemes de manera més àgil i innovadora. A mesura que els estudiants

adquireixen habilitats de càlcul mental amb èxit, augmenta la seva autoconfiança, un aspecte clau per al rendiment acadèmic general. Paral·lelament, l'aprenentatge de tècniques d'aproximació permet a l'alumnat estimar resultats amb rapidesa i efectivitat.

Recursos i activitats

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

Per treballar les propietats de les potències i recordar el concepte d'*arrel* com a operació inversa d'una potència, **saber #3.NUM.SO.A**, l'activitat [Piràmides con raíces cuadradas](#) d'Ana García Azcárate és una bona proposta. En aquesta activitat, cada casella de la piràmide conté el valor de l'arrel quadrada del producte dels dos nombres situats a les caselles que es troben a sota.



Font: [Piràmides con raíces cuadradas](#)

Al web d'Ana García, es treballa una solució que utilitza expressions algebraïques. No obstant això, si l'alumnat treballa amb la descomposició factorial dels nombres, les propietats de les potències i el significat de l'arrel quadrada, també pot arribar a la solució.

És important tenir en compte que l'última casella de la piràmide no necessita ser una arrel exacta, cosa que pot generar discussions interessants sobre aproximacions o resultats irracionals.

Un altre problema interessant per treballar aquest **saber #3.NUM.SO.A** és [Tangling and untangling](#) (intercanvi i gir), desenvolupat pel matemàtic John Conway al voltant de l'encreuament de cordes. Va representar dues «operacions d'encreuament», intercanvi i gir, mitjançant un parell d'operacions aritmètiques simples:

- L'intercanvi representa afegir 1 al nombre: $x \rightarrow x + 1$
- El gir transforma un nombre en el negatiu del seu invers: $x \rightarrow -\frac{1}{x}$

Es proposa a l'alumnat que investigui les seqüències de fraccions que es poden crear utilitzant aquestes dues operacions, que en el vídeo [Twisting and Turning](#) es representen amb dues cordes que es van enredant.

La seqüència representada en el vídeo és:

Començant en el 0:

Intercanvi, intercanvi, gir, intercanvi, intercanvi, intercanvi, gir, intercanvi, intercanvi, intercanvi, gir,...

Generant els nombres:

$0, 1, 2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, -\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{8}{5}, \frac{13}{5}, -\frac{5}{13}, \dots$

Després es va desenredar fent:

... intercanvi, gir, intercanvi, intercanvi, gir, intercanvi, intercanvi, intercanvi, gir, intercanvi, intercanvi.

Generant aquests nombres:

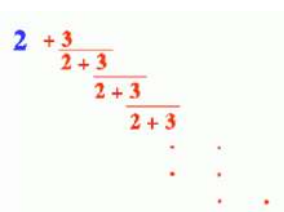
$$\dots, -\frac{5}{13}, \frac{8}{13}, -\frac{13}{8}, -\frac{5}{8}, \frac{3}{8}, -\frac{8}{3}, -\frac{5}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -3, -2, -1, 0$$

Hi ha moltes preguntes matemàtiques interessants per explorar, com ara les següents:

- *Pots desenvolupar una estratègia per desenredar qualsevol corda enredada, independentment de la fracció amb la qual hagi acabat?*
- *És possible començar des de 0 i acabar en qualsevol fracció?*

Una altra proposta interessant de NRICH, relacionada amb el **saber #3.NUM.SO.A**, és [There's the limit](#).

Es proposa a l'alumnat estudiar la fracció contínua:



Font: [There's the limit](#)

Per fer-ho, s'han de construir els diferents termes successius:

$$2, 2 + \frac{3}{2}, 2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2}}, \dots$$

- *Què observes quan es prenen termes successius?*
- *Què passa amb els termes si la fracció continua indefinidament?*

Es poden estudiar altres exemples de fraccions contínues relacionades amb nombres irracionals com Pi o arrel de 2. Hi ha exemples molt bonics i històricament ha estat una manera de representar irracionals.

Per treballar el **saber #3.NUM.S.B**, es proposen les activitats següents:

- El [Googol](#) és una activitat del Fem Matemàtiques, en què a partir del nombre Googol 10^{100} es fan una sèrie de preguntes:

a) *Quin nombre és més gran: un Googol o bé 100^{10} ?*

b) *Quin nombre és més gran: un Googol o bé 5^{200} ?*

c) *El 25 és un divisor d'un Googol? I el 20? I el 30?*

d) *Quants Googols necessites com a mínim per tenir un múltiple de 700?*

Aquesta activitat permet revisar tots els conceptes adquirits de potències i divisors.

- Per provocar la necessitat de les propietats de les potències, Sandro Maccarrone proposa una activitat en un [fil de X](#) inspirada en l'article de Dan Meyer [If Exponent Rules Are Aspirin, Then How Do You Create The Headache?](#).

En la primera activitat es proposa a l'alumnat resoldre l'operació següent:

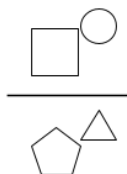
$$\frac{3^5 \cdot 2^3 \cdot 3^2 \cdot 2^2}{3^3 \cdot 2^5 \cdot 3^4}$$

El resultat d'aquesta operació és, sorprenentment, 1. Com pot ser que una operació amb nombres tan grans i aparentment complexos tingui un resultat tan senzill?

Aquest tipus d'exercicis genera curiositat i fa que l'alumnat experimenti la necessitat de buscar una estratègia que simplifiqui el procés i permeti arribar a la solució amb més eficiència. L'objectiu és que descobreixin per si mateixos la importància d'utilitzar les propietats de les potències com a «dreuera» abans d'introduir-les explícitament.

- En una altra proposta, Sandro Maccarrone en un altre [fil de X](#) suggereix una activitat productiva amb fitxes de dòmino. L'activitat consisteix a:

Seleccionar dues fitxes de dòmino i utilitzar els quatre nombres que contenen per formar una expressió matemàtica que doni el valor màxim o mínim possible.



Font: [Twitter](#)

Cal justificar els resultats explicant per què no es poden obtenir altres valors més grans o més petits amb aquestes combinacions.

L'activitat es repeteix amb diferents fitxes per identificar patrons comuns i determinar si hi ha una estratègia òptima aplicable a tots els casos.

En la segona part de l'activitat, es consideren els nombres de la primera fitxa com a positius i els de la segona com a negatius. Això introdueix la qüestió de si existeix una estratègia guanyadora en aquest context.

Finalment, en una tercera part, se seleccionen tres dels quatre nombres i es col·loquen en l'expressió següent per aconseguir el valor màxim o mínim possible.

$$\frac{2^{\circ} \cdot 3^{\square} \cdot 5^{\triangle}}{3^{\circ} \cdot 5^{\square} \cdot 2^{\circ}}$$

Font: [Twitter](#)

- Una altra activitat per treballar el **saber #3.NUM.SO.B** és la que es troba al web del NRICH, titulada [Negative Power](#). En aquesta activitat, es pregunta quant val aquest número:

$$((-4^{-3})^{-2})^{-1}$$

Font: [Negative Power](#)

Un cop l'alumnat sap calcular el valor d'aquesta potència, se'ls demana que ordenin els nombres 1, 2, 3 i 4 de manera que l'expressió doni com a resultat el valor més gran i el valor més petit possible.

Aquesta activitat és especialment útil per treballar la prioritat en l'ordre de les operacions, així com la correcta utilització dels parèntesis per estructurar expressions.

Per treballar el **saber #3.NUM.SO.D**, l'equip d'Earthlearningidea proposa un exercici de planificació per estimar grans quantitats d'objectes molt petits, com ara: [Quants grans de sorra hi ha en una galleda o en una platja?](#)

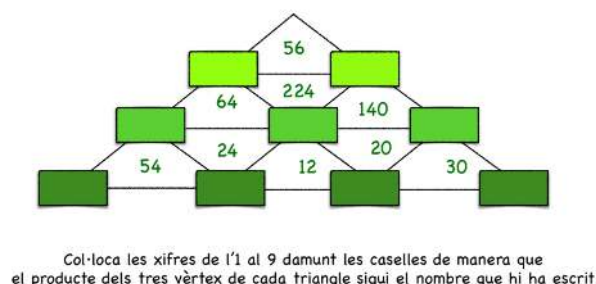
L'alumnat haurà de dur a terme una investigació per respondre aquesta pregunta, aplicant mètodes de mesura i càlcul. La resposta s'haurà d'expressar mitjançant notació científica, ja que es tracta d'una quantitat extremadament gran.

Per treballar el càlcul mental del **saber #3.NUM.SO.E** es pot utilitzar l'aplicació de Geogebra [Cálculo mental todo terreno \(4x4\)](#) de Rafael Losada. En aquesta aplicació, un tauler de 4x4 s'ha d'omplir amb nombres perquè la suma de les files i les columnes coincideixi amb el número indicat.

Al web del CREAMAT hi ha una secció dedicada als [Jocs de Càlcul Mental](#), **saber #3.NUM.SO.E**. Els jocs que requereixen col·locar nombres per obtenir diferents resultats són una proposta excel·lent per agilitzar el càlcul mental i adquirir noves estratègies matemàtiques.

El material presentat inclou solitaris recopilats inicialment per Ignasi del Blanco, professor de matemàtiques, basant-se en recursos del grup Alquerque de Sevilla. Les versions digitals han estat desenvolupades per Mireia López, Albert Botella i Toni Gomà.

A continuació, se'n presenta un exemple:



Font: [Jocs de càlcul](#)

Raonament proporcional

Sabers

- Identificació de situacions directament proporcionals, inversament proporcionals i no proporcionals. **[ESS]**
- Resolució de problemes de proporcionalitat directa, inversa i repartiments proporcionals en diferents situacions i contextos. **[ESS]** **#MES.MA**, **#MES.ME**
- Relació de la proporcionalitat inversa amb la seva funció. **#ALG.RF**

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

Els sabers sobre el raonament proporcional a 3r d'ESO són fonamentals per comprendre les relacions entre diferents magnituds. És important que l'alumnat identifiqui correctament les situacions de proporcionalitat directa i les sàpiga diferenciar tant de la proporcionalitat inversa com de les situacions no proporcionals.

En aquest curs, es consoliden els conceptes treballats en cursos anteriors, centrats en la proporcionalitat directa, i s'introdueix amb més detall la proporcionalitat inversa i els repartiments proporcionals, sense deixar de banda la proporcionalitat directa.

Saber resoldre problemes de proporcionalitat directa, inversa i repartiments proporcionals permet a l'alumnat aplicar conceptes matemàtics en situacions diverses. A més, comprendre la proporcionalitat inversa i la seva representació gràfica facilita la visualització d'aquestes relacions i en millora la comprensió.

Comentaris sobre les connexions

El **saber #3.NUM.RP.B** connecta amb el sentit de mesura, ja que implica comprendre i aplicar la comparació d'unitats de longitud, superfície, volum i capacitat. L'ús de taules de proporcionalitat o factors de conversió permet resoldre situacions en què aparegui la comparació d'unitats de volum i capacitat.

La relació entre una situació de proporcionalitat inversa i la funció que la representa vincula directament el **saber #3.NUM.RP.C** amb el sentit algebraic.

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

Els **sabers #3.NUM.RP.A** i **#3.NUM.RP.B** es consideren essencials, ja que es comencen a treballar a 1r i 2n d'ESO i és necessari consolidar-los definitivament. Aquests sabers són essencials per comprendre el

llenguatge matemàtic i aplicar-lo en diversos contextos. A més, contribueixen al desenvolupament d'habilitats transversals com el raonament lògic, la capacitat d'argumentació i la resolució de problemes.

Observacions sobre alguns sabers específics

La relació entre la proporcionalitat inversa i la seva funció, **saber #3.NUM.RP.C**, és important per comprendre com varien dues magnituds de manera inversament proporcional. La representació gràfica facilita la interpretació d'aquesta relació i permet a l'alumnat visualitzar com es comporten les magnituds en diferents situacions reals.

Recursos i activitats

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

A partir de diferents situacions que poden ser directament proporcionals, inversament proporcionals o no proporcionals, es treballa el saber **#3.NUM.RP.A**. Algunes propostes són:

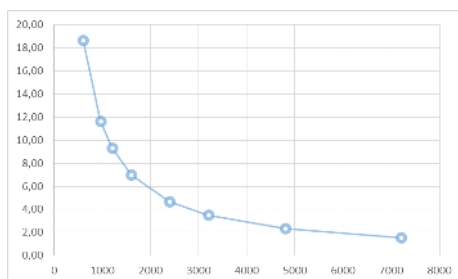
- Contextos actuals per plantejar problemes:
 - Proporcionalitat directa: «Pagament als autors i intèrprets per cançó reproduïda en una plataforma de reproducció en línia».
 - Proporcionalitat inversa: «Un equip de futbol redueix el nombre d'entrenaments. Com varia el temps necessari per aconseguir el mateix nivell de condició física?».
 - No proporcional: «Un joc en línia cobra una tarifa fixa més una quantitat per nivell addicional».
- Simulacions digitals amb Desmos ([Real Life- Graphs, Tables, Proportions, Equations](#) i [Direct & Inverse Variation](#)) o amb GeoGebra [Proporcionalidad](#):
 - En aquestes plataformes es poden manipular dues magnituds (per exemple, velocitat i temps, nombre de treballadors i hores necessàries) per analitzar les relacions entre elles.
 - L'alumnat pot determinar si la relació és directa, inversa o no proporcional observant com canvien la gràfica i la taula de valors.
- Activitat de rol: Gestors de recursos:
 - En grups, l'alumnat assumeix el paper de gestors que han de distribuir recursos (com ara aliments, temps o espai en un refugi) entre diferents persones o situacions.
 - Els participants han d'identificar si la relació entre variables és directa, inversa o no proporcional i justificar les seves decisions.
 - Es poden introduir elements de gamificació, com premiar les solucions més eficients o les justificacions més clares.

Per treballar la proporcionalitat inversa del **saber #3.NUM.RP.B** es pot utilitzar l'activitat [Oh for the mathematics of yesteryear](#), de NRICH. Aquesta activitat planteja un problema de proporcionalitat inversa en el context d'un exèrcit que ha de gestionar les seves provisions de pa en una situació de setge. Inicialment, 600 soldats tenen prou pa per sobreviure 35 dies amb una ració diària fixa. Amb l'arribada de nous soldats (fins a un total de 4.800), la quantitat de pa diària que pot rebre cada soldat ha de disminuir per garantir que les provisions durin 45 dies.

Aquest problema es pot ampliar demanant a l'alumnat que facin una taula amb diferents quantitats de soldats i que calculin la quantitat de pa, en unces (1 *unça* ≈ 27 grams), que correspon a cadascú per aguantar 45 dies.

SOLDATS	PA
600	18,67
960	11,67
1200	9,33
1600	7,00
2400	4,67
3200	3,50
4800	2,33
7200	1,56

A partir de la taula, també poden fer el gràfic:



Font: Elaboració pròpia

La segona part de l'activitat proposa una extensió del problema inicial. Planteja un problema de proporcionalitat en el context de transport de pa per a una guarnició militar, amb costos en lliures (£), xílins (s) i penics (d) segons el sistema monetari i de pes britànic antic, però que podem adaptar al nostre. El problema demana calcular el pes de pa que es pot transportar a una certa distància per un cost donat, basant-se en la relació proporcionada entre pes, distància i cost inicial.

En l'activitat [Do unto Caesar](#) de NRICH es treballa el concepte de repartiment proporcional, **saber #3.NUM.RP.B**. El context d'aquesta proposta és una partida de pòquer, cosa que potser no és la més adequada per a l'alumnat d'aquestes edats. No obstant això, l'activitat es pot adaptar fàcilment a altres contextos més apropiats, com ara:

En un club d'inversió, tres socis —Anna, Bruno i Carla— decideixen repartir els beneficis obtinguts al final de l'any segons la seva participació inicial. Al començament, les seves inversions estaven en una proporció de 7:6:5, però després d'un any han passat a una nova proporció de 6:5:4.

El repte és esbrinar quina quantitat havia invertit cadascú al principi, sabent que un d'ells ha obtingut un benefici addicional de 1.200 euros.

Per resoldre el problema, cal tenir en compte que el capital total del club no canvia, només es redistribueix entre els socis. Així, és important calcular quina fracció del total correspon a cada soci tant al començament com al final de l'any. No tots han obtingut beneficis extres, de manera que només un d'ells ha vist augmentar la seva inversió en 1.200 euros.

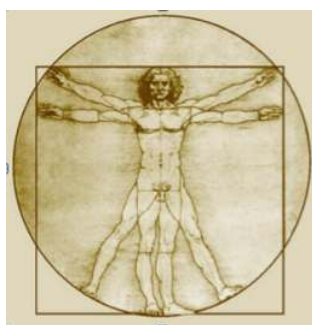
L'activitat [Quina és l'alçada d'aquest jugador?](#) de PuntMat planteja un repte de raonament lògic i matemàtic que utilitza les proporcions per calcular l'alçada del jugador de bàsquet Anthony Davis. Aquesta proposta és interessant, ja que combina l'observació amb conceptes de proporció i estimació, **saber #3.NUM.RP.B**.

L'activitat comença amb una imatge del jugador i pregunta quina és la seva alçada.



Font: [Quina és l'alçada d'aquest jugador?](#)

A partir de l'observació visual i coneixent el concepte de proporcions, es fa referència als cànons de «L'home de Vitruvi», segons els quals l'alçada d'una persona és aproximadament igual a la seva envergadura (distància entre les puntes dels dits amb els braços estirats). Així, podem estimar l'alçada d'Anthony Davis basant-nos en la seva envergadura.

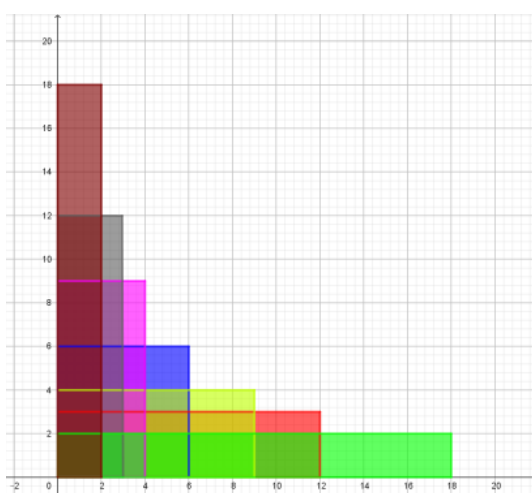


Font: [Quina és l'alçada d'aquest jugador?](#)

Per tant, el càlcul de l'alçada es redueix a calcular el diàmetre d'una pilota.

L'alumnat pot comparar el resultat de la seva estimació amb l'alçada real d'Anthony Davis, que és de 2,03 m, per analitzar la precisió de la seva mesura i calcular l'error comès en el procés.

L'activitat, publicada a l'ARC, [Rectangles equivalents i la funció de proporcionalitat inversa](#), permet treballar la relació de la proporcionalitat inversa amb la seva funció del **saber #3.NUM.RP.C.** S'ha de fer dibuixar a l'alumnat un rectangle que tingui una àrea determinada, per exemple 36 cm^2 , un nombre amb força divisors. Un cop cada alumne hagi retallat el seu rectangle en cartolina (si pot ser de colors variats), demanarem que es col·loquin els rectangles de la manera que indica la figura, tots amb un vèrtex a l'origen i dos costats sobre els eixos de coordenades:



Font: Elaboració pròpia

L'alumnat farà rectangles «estrany» (amb dimensions no enteres, llargs i prim, el mateix quadrat...). Això és bo, ja que hi haurà més varietat. Si anomenem x la base d'un d'aquests rectangles i y la seva altura, tindrem que, en tots els casos, $x \cdot y = 36$. Així deduïm que existeix una relació de proporcionalitat inversa entre x i y . Unint els vèrtexs lliures dels diferents rectangles obtindrem la corba corresponent al gràfic d'una funció de proporcionalitat inversa:



Font: Elaboració pròpia

Blocs de competències: processos matemàtics i gestió socioemocional

El conjunt de sabers que constitueixen el sentit numèric, com tots els altres sentits, s'ha de relacionar amb el conjunt de competències del currículum. Sense un coneixement dels sabers difícilment es poden desenvolupar els processos per avançar en l'assoliment de les competències i, d'altra banda, la manera com s'introdueixen, es construeixen i s'utilitzen els sabers és clau per dur a terme un treball competencial.

Així doncs, tots els sabers poden contribuir a desenvolupar qualsevol competència si es treballen en activitats adequades. Igualment, un saber pot contribuir a desenvolupar diverses competències.

Es presenta la relació entre els sentits i les competències específiques a través dels processos: resolució de problemes (competències específiques CE 1 i CE 2); raonament i prova (competències específiques CE 3 i CE 4); connexions, on distingim les internes (competència específica CE 5) i les externes (competència específica CE 6); comunicació i representació (competència específica CE 7), i gestió socioemocional

(competències específiques CE 8 i CE 9).

Aquesta relació, pel que fa al sentit numèric, es concreta, en el marc d'aquest exemple, de la manera que es descriu en els apartats següents, tot i que poden existir altres anàlisis igualment vàlides.

Resolució de problemes (CE 1 i CE 2)

El sentit numèric és fonamental per a la resolució de problemes. La capacitat d'aplicar diferents estratègies en l'ús dels nombres facilita la interpretació i resolució de situacions plantejades a l'aula, tant en relació amb les matemàtiques com amb el context de l'entorn.

Una bona comprensió, les relacions entre ells i el significat de les operacions són clau per abordar amb èxit una gran varietat de problemes matemàtics. A 3r d'ESO, es consoliden els coneixements adquirits en cursos anteriors, aplicant-los a la resolució de problemes en múltiples contextos.

Així, el sentit numèric ofereix nombroses oportunitats per al desenvolupament de les competències específiques CE 1 i CE 2, especialment en l'àmbit de la resolució de problemes.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar la resolució de problemes són, entre d'altres:

- Els sabers **#3.NUM.SO.A**, **#3.NUM.SO.B** i **#3.NUM.SO.D** se centren en la resolució de problemes relacionats amb nombres racionals, potències i l'ús de la notació científica en diferents contextos, que els alinea amb la competència específica CE 1.
- El saber **#3.NUM.SO.C** està orientat a la validació dels resultats obtinguts en la resolució de problemes, tal com s'estableix en la competència específica CE 2.
- El saber **#NUM.RP.B** aborda la resolució de problemes relacionats amb diferents tipus de proporcionalitat.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers fan referència directa al procés de resolució de problemes. Per exemple:

- La piràmide de Penics de MatProjectes (relacionada amb el saber **#3.NUM.QU.D**) és una activitat basada en la metodologia dels 3 actes. Aquesta proposta convida l'alumnat a respondre una sèrie de preguntes que requereixen planificació, anàlisi i interpretació dels resultats obtinguts.
- Terminating or Not (citada a propòsit del saber **#3.NUM.QU.B**) planteja un problema que implica analitzar els nombres involucrats i interpretar-ne les característiques.

Raonament i prova (CE 3 i CE 4)

L'argumentació basada en les propietats dels nombres i els raonaments numèrics desenvolupa la capacitat de raonar i argumentar, de fer i fer-se preguntes, d'admetre que l'error forma part del procés i d'adonar-se que la resolució d'un repte és un pas per continuar resolent més situacions. Aquest procés inclou la

formulació de conjectures, el qüestionament constant i l'anàlisi i millora d'estratègies. Les competències específiques CE 3 i CE 4 fan referència a aquest procés. En particular la competència específica CE 4 se centra especialment en el pensament computacional.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar el raonament són, entre d'altres:

- Els **sabers #3.NUM.SO.A**, **#3.NUM.SO.C** i **#3.NUM.SO.D**, que fan referència a la resolució de problemes, també contribueixen al desenvolupament de la capacitat de raonament i, per tant, de la competència CE 3.
- El **saber #3.NUM.SO.E** comporta el raonament entorn de les estratègies de càlcul mental exacte o aproximat.
- En el context de pensament computacional, el **saber #3.NUM.CO.A** convida al raonament entorn dels recomptes sistemàtics mitjançant patrons.
- En el **saber #3.NUM.QU.D** destaca l'ús adequat de la calculadora i el full de càlcul i, per tant, lliga molt bé amb el desenvolupament de la competència CE 4 referent al pensament computacional.
- Els **sabers #3.NUM.RP.A** i **#3.NUM.RP.B** destaquen l'aplicació del raonament proporcional en diversos contextos.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers fan referència directa al procés de raonament i prova. Per exemple:

- El problema del Petits Nous (citat al **saber #3.NUM.QU.B**) planteja un repte en què cal conjecturar un resultat inicial i, a continuació, verificar-lo. Aquesta activitat fomenta el desenvolupament de la competència específica 3 (CE 3).
- El problema de Quina és l'alçada d'aquest jugador, disponible al web de PuntMat (citat a propòsit del **saber #3.NUM.RP.B**), convida també a fer una predicció inicial de la resposta i a comprovar-la posteriorment. Aquesta dinàmica treballa el raonament i la resolució de problemes aproximant el resultat.
- L'activitat Tangling and untangling (citada al **saber #3.NUM.SO.A**) consisteix a seguir unes instruccions senzilles per generar diverses fraccions que després s'han de «desfer». Aquesta proposta treballa explícitament el pensament computacional, ja que requereix analitzar, descompondre i seguir una seqüència lògica per resoldre el problema.
- L'activitat de Les Fraccions mediant (citada als sabers **#3.NUM.QU.A** i **#3.NUM.QU.B**) també desenvolupa el pensament computacional, atès que l'alumnat ha de prendre decisions estratègiques segons el resultat obtingut, i avaluar i ajustar el procés en funció de l'objectiu plantejat.

Connexions amb altres parts de la matemàtica (CE 5)

El sentit numèric és la base per a la resta de sentits de la matemàtica. Ajuda a assolir els sabers bàsics de l'àlgebra, la mesura, l'espai, l'estadística i la probabilitat. Les connexions internes estan especialment associades a la competència específica 5, que promou una comprensió més profunda i integrada de les idees matemàtiques. La connectivitat interna del coneixement matemàtic és un dels aspectes més bonics de la nostra disciplina i seria desitjable que els alumnes l'anessin descobrint i apreciint al llarg dels seus estudis.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar les connexions internes són, entre d'altres:

- El **saber #3.NUM.CO.A** ajuda a estructurar problemes i anticipar resultats, i connecta el treball numèric amb conceptes algebraics i geomètrics. Facilita la comprensió de les connexions entre el pensament aritmètic i algebraic, i fomenta una visió global de les matemàtiques.
- Treballar amb notació científica, **saber #3.NUM.QU.D**, uneix conceptes de diverses branques de les matemàtiques, com les potències i l'escala de magnituds.
- El **saber #3.NUM.SO.A** ajuda a relacionar conceptes com la proporcionalitat, les equacions i les funcions.
- El **saber #3.NUM.RP.B** ajuda a establir connexions entre diferents temes matemàtics, com les equacions lineals, els gràfics de funcions i les aplicacions geomètriques.
- Per valorar la coherència i la validesa d'un resultat, **saber #3.NUM.SO.C**, cal integrar diverses perspectives i promoure una visió global de les matemàtiques.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers aporten o utilitzen connexions internes. Per exemple:

- A propòsit del **saber #3.NUM.QU.B** es proposen tres activitats en forma de repte que vinculen els nombres racionals amb els nombres decimals. En una d'elles, Repetitiously, la resolució del repte requereix l'ús del llenguatge algebraic per representar i justificar les solucions.
- L'activitat There's the límit (citada al **saber #3.NUM.SO.A**) planteja una investigació que guia l'alumnat cap a la comprensió inicial del concepte de límit.
- L'activitat Rectangles equivalents i la funció de proporcionalitat inversa (citada al **saber #3.NUM.RP.C**) implica explorar i comprendre la relació funcional de proporcionalitat inversa, mitjançant representacions algebraiques i geomètriques.

Connexions amb altres matèries i amb l'entorn (CE 6)

Els sabers associats al sentit numèric contribueixen significativament a altres disciplines mitjançant la seva capacitat per establir connexions transversals, centrant-se en la capacitat de raonar, argumentar i comunicar amb precisió utilitzant llenguatge matemàtic i representacions adequades.

L'aplicació de patrons, la comprensió dels nombres racionals i irracionals, i l'ús de notacions com l'exponencial o científica permeten construir explicacions clares i justificades de diferents situacions. Així mateix, l'habilitat per estimar i aproximar resultats, representar intervals a la recta real i aplicar propietats de les operacions facilita l'argumentació i la validació crítica de solucions en contextos diversos.

La identificació dels nombres com a model permet aplicar a diferents contextos les seves propietats i representacions simbòliques, i així obtenir més informació sobre el context. Més enllà de l'ús instrumental de les matemàtiques, aquesta comprensió més profunda dels nombres enriqueix la interpretació dels conceptes en altres disciplines. Les connexions externes estan especialment associades a la competència específica CE 6.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar les connexions externes són, entre d'altres:

- Els sabers **#3.NUM.CO.A** i **#3.NUM.RP.B** contribueixen a analitzar i resoldre problemes d'organització, distribució o optimització en l'entorn, que fan visibles les connexions entre les matemàtiques i la lògica aplicada.
- Els sabers **#3.NUM.QU.D**, **#3.NUM.SO.B** i **#3.NUM.SO.D** es relacionen en el fet que la notació científica és una aplicació pràctica de les potències en contextos amb nombres molt grans o molt petits, com en les ciències (distàncies astronòmiques o mides microscòpiques). Aquesta relació és fonamental per connectar les matemàtiques amb altres disciplines.
- Els sabers **#3.NUM.SO.A**, **#3.NUM.SO.C** i **#3.NUM.RP.B** capaciten l'alumnat per modelitzar i resoldre problemes quotidians amb rigor, i connectar les matemàtiques amb situacions pràctiques.

Recursos

Molts dels recursos descrits per treballar diferents sabers del sentit numèric ofereixen oportunitats per fer connexions externes. Per exemple:

- A propòsit del saber **#3.NUM.QU.C**, es planteja una simulació amb cigrons utilitzant la tècnica captura i recaptura. Aquesta tècnica s'utilitza per estimar de manera aproximada la grandària de poblacions d'animals que viuen en llibertat. La metodologia es pot aplicar en diversos contextos, com ara el recompte de balenes al mar del Nord, d'esquirols en un bosc o de peixos a l'estany de Banyoles.
- En l'activitat Quants grans de sorra hi ha en una galleda o en una platja? (plantejada en el saber **#3.NUM.SO.D**), es proposa un exercici de planificació per estimar grans quantitats d'objectes molt petits, com els grans de sorra d'una platja. Per respondre aquesta pregunta, caldrà dur a terme una investigació que inclogui l'aplicació de mètodes de mesura i càlcul.
- En el saber **#3.NUM.RP.B** es presenten diverses activitats que estableixen connexions amb contextos de l'entorn. El treball entorn d'aquests tipus de problemes contribueix al desenvolupament de la competència específica CE 6.

Comunicació i representació (CE 7)

El sentit numèric a 3r d'ESO inclou l'ús d'eines visuals, com les rectes numèriques, els gràfics i les taules, juntament amb l'aplicació del llenguatge matemàtic (notació científica, potències, fraccions, entre d'altres), per expressar, interpretar i comunicar de manera precisa i efectiva les relacions numèriques. Aquest treball s'emmarca dins de la competència específica CE7, que promou la capacitat de representar i transmetre coneixements matemàtics amb claredat i rigor.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar la comunicació i la representació són, entre d'altres:

- La classificació de nombres corresponent al saber **#3.NUM.QU.B** dona a l'alumnat vocabulari matemàtic precís per poder expressar-se.
- L'ús de la notació científica i la comprensió de l'ordre de magnitud corresponents al saber **#3.NUM.QU.D** són clau per comunicar informació numèrica complexa de manera comprensible.

- Representar nombres a la recta real, **saber #3.NUM.QU.E**, implica usar gràfics visuals per comunicar la relació entre nombres.
- El **saber #3.NUM.SO.C** es relaciona amb l'habilitat d'interpretar resultats en contextos pràctics i expressar-los de manera clara, sigui verbalment, gràficament o amb notació simbòlica.
- Els sabers **#3.NUM.RP.A** i **#3.NUM.RP.C** també es vinculen directament amb aquesta competència pel fet que la proporcionalitat es pot expressar a través de taules i gràfics que faciliten la comunicació de relacions entre magnituds.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers del sentit numèric fan referència al procés de comunicació i representació. Per exemple:

- Diversos sabers, com els **#3.NUM.CO.A**, **#3.NUM.SO.A**, **#3.NUM.SO.C**, **#3.NUM.SO.D** i **#3.NUM.RE.B**, estan directament vinculats a la resolució de problemes. En aquestes activitats serà important fomentar l'explicació dels enfocaments, l'argumentació de les estratègies utilitzades i la discussió de les solucions. Aquestes accions no només contribueixen a aprofundir en la resolució del problema, sinó que també reforcen la competència comunicativa i el desenvolupament de la competència específica CE 7.
- L'activitat Notació científica (associada al **saber #3.NUM.QU.D**) ajuda l'alumnat a comprendre la necessitat i utilitat de representar nombres en notació científica, especialment en contextos amb quantitats molt grans o molt petites.
- L'activitat Oh for the mathematics of yesteryear (vinculada al **saber #3.NUM.RP.B**) fa ús de la representació de dades tant en taules com de manera gràfica. Ambdues representacions són imprescindibles per analitzar i respondre adequadament les preguntes plantejades.

Gestió socioemocional (CE 8 i CE 9)

El treball entorn del sentit numèric es desenvolupa al llarg de totes les etapes educatives, ja que constitueix un dels pilars fonamentals del coneixement matemàtic. La presència constant dels sabers fonamentals del sentit numèric en tota la matemàtica fa que el seu aprenentatge contribueixi significativament a augmentar l'autoconfiança de l'alumnat en les seves habilitats matemàtiques, i així establir les bases d'una actitud positiva envers la matèria.

L'habilitat de l'alumnat per manipular nombres li proporciona una major agilitat per aplicar estratègies creatives a situacions diverses. Aquesta competència no només facilita la resolució de problemes de manera més eficient, sinó que també aporta seguretat, promou el raonament lògic, ofereix oportunitats per treballar en equip i fomenta el pensament crític.

La gestió socioemocional està vinculada a dues competències específiques:

- CE 8, relacionada amb el desenvolupament d'habilitats personals com les creences, les actituds i les emocions envers les matemàtiques.
- CE 9, centrada en el desenvolupament d'habilitats socials com el treball en equip i la presa de decisions.

A continuació s'indiquen alguns aspectes que, treballats des del sentit numèric, poden contribuir al desenvolupament de les competències CE 8 i CE 9.

Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 8:

- El **saber #3.NUM.QU.A** convida l'alumnat a descobrir l'existència de nombres no racionals, destacant que l'estudi de la matemàtica es pot abordar per camins diversos. Aquest enfocament promou una connexió amb diferents estils personals d'aprenentatge, des d'una mirada inclusiva que valora la diversitat a l'aula.
- La curiositat, la sorpresa i la bellesa són elements motivadors i atractius de la matemàtica. L'activitat Quina és l'alçada del jugador (relacionada amb el **saber #3.NUM.RP.B**) integra aquestes tres característiques i ofereix una experiència enriquidora per a l'alumnat. És important que l'alumnat gaudeixi d'activitats com aquesta, ja que contribueixen a construir una percepció positiva i engrescadora de la matemàtica.

Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 9:

- Els sabers relacionats amb la resolució de problemes, **#3.NUM.CO.A**, **#3.NUM.SO.A**, **#3.NUM.SO.B**, **#3.NUM.SO.C**, **#3.NUM.SO.D**, **#3.NUM.RP.B**, ofereixen excel·lents oportunitats per fomentar el treball en equip. Aquestes activitats promouen actituds positives, la implicació en la presa de decisions i el respecte per les aportacions dels altres.
- El **saber #3.NUM.SO.E**, que tracta sobre el càlcul mental, permet plantejar tasques col·laboratives que incloguin estratègies de tempteig, l'argumentació de raonaments i la discussió de procediments, valorant la contribució de cada participant.
- El joc de rol per representar intervals i semirectes sobre la recta real, vinculat al **saber #3.NUM.QU.E** i l'activitat Tangling and untangling, **saber #3.NUM.SO.A**, són activitats especialment enriquidores si es porten a terme al pati del centre i de manera col·laborativa. Són una excel·lent oportunitat per evidenciar la força del treball conjunt i, alhora, desenvolupar habilitats socials relacionades amb la cooperació i la presa de decisions.