

TOR 1r d'ESO: Sentit numèric

Consideracions generals.....	1
Blocs de sabers.....	1
Comptatge.....	1
Sabers.....	1
Descripció i orientacions.....	1
Reflexions inicials.....	1
Comentaris sobre les connexions.....	2
Observacions sobre alguns sabers específics.....	2
Recursos i activitats.....	2
Recursos i activitats per treballar sabers concrets.....	2
Quantitat.....	5
Sabers.....	5
Descripció i orientacions.....	6
Reflexions inicials.....	6
Comentaris sobre les connexions.....	6
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació.....	7
Observacions sobre alguns sabers específics.....	7
Recursos i activitats.....	7
Recursos i activitats generals per al bloc de sabers.....	7
Recursos i activitats per treballar sabers concrets.....	9
Sentit de les operacions.....	17
Sabers.....	17
Descripció i orientacions.....	17
Reflexions inicials.....	17
Comentaris sobre les connexions.....	17
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació.....	17
Comentaris sobre alguns sabers específics.....	18
Recursos i activitats.....	18
Recursos i activitats per treballar sabers concrets.....	18
Relacions.....	28
Sabers.....	28
Descripció i orientacions.....	28
Reflexions inicials.....	28
Comentaris sobre les connexions.....	29
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació.....	29
Observacions sobre alguns sabers específics.....	29
Recursos i activitats.....	29
Recursos i activitats generals per al bloc de sabers.....	29
Recursos i activitats per treballar sabers concrets.....	30
Raonament proporcional.....	35
Sabers.....	35

Descripció i orientacions.....	36
Reflexions inicials i comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació.....	36
Comentaris sobre les connexions.....	36
Observacions sobre alguns sabers específics.....	36
Recursos i activitats.....	36
Recursos i activitats per treballar sabers concrets.....	36
Blocs de competències: processos matemàtics i gestió socioemocional.....	38
Resolució de problemes (CE 1 i CE 2).....	38
Sabers.....	38
Recursos.....	39
Raonament i prova (CE 3 i CE 4).....	39
Sabers.....	39
Recursos.....	40
Connexions amb altres parts de la matemàtica (CE 5).....	40
Sabers.....	40
Recursos.....	41
Connexions amb altres matèries i amb l'entorn (CE 6).....	41
Sabers.....	41
Recursos.....	41
Comunicació i representació (CE 7).....	42
Sabers.....	42
Recursos.....	42
Gestió socioemocional (CE 8 i CE 9).....	43
Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 8:...	43
Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 9:...	44

Consideracions generals

El sentit numèric és necessari en totes les àrees de la matemàtica. És l'habilitat de descompondre números de forma natural, fer servir referents numèrics apropiadament i àgilment, i utilitzar les relacions entre les operacions aritmètiques de manera flexible i creativa en la resolució de problemes. A més, inclou comprendre el sistema de numeració posicional, estimar i donar significat als números, reconèixer la seva magnitud, reconèixer patrons numèrics i aplicar el raonament proporcional.

En finalitzar l'etapa de primària, l'alumnat ja disposa de coneixements sobre les operacions elementals i la seva relació, així com sobre la prioritat de les operacions i l'ús de parèntesis, tant amb nombres naturals com amb decimals. També s'ha introduït el concepte de fracció i la seva relació amb els decimals i els percentatges. A 1r d'ESO, es reforçaran aquests coneixements i s'ampliarà, principalment, el treball amb fraccions i les seves operacions, així com el concepte i l'ús dels nombres enters. Aquest treball continuarà al llarg de tota l'ESO, ja que és imprescindible assolir un bon domini del sentit numèric, que constitueix la base de bona part del raonament matemàtic necessari en el futur.

Es proposa treballar activitats a través de la resolució de problemes. Aquestes activitats han de partir dels coneixements previs de l'alumnat i fomentar l'ús d'estratègies pròpies en la utilització dels nombres, per tal d'evitar una resolució purament mecànica. Han de promoure que l'alumnat estableixi connexions entre les diferents propietats o relacions dels nombres i les seves operacions, així com l'estimació i la valoració del resultat d'un càlcul.

El sentit numèric conté a 1r d'ESO cinc blocs: comptatge, quantitat, sentit de les operacions, relacions i raonament proporcional. El bloc d'educació financera es començarà a treballar a partir de 2n d'ESO.

Blocs de sabers

Comptatge

Sabers

- A. Resolució de problemes basats en recomptes sistemàtics, organitzant i representant dades mitjançant tècniques visuals i gràfiques. [#ALG.PC](#)

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

El comptatge és una habilitat matemàtica bàsica i necessària per construir una base sòlida en l'aprenentatge matemàtic.

A més, el comptatge fomenta el desenvolupament del pensament lògic i crític. Els alumnes aprenen a analitzar situacions, identificar patrons i fer estimacions, habilitats que són molt útils en situacions quotidianes. També contribueix a desenvolupar la precisió i la capacitat de valorar el grau de rigor necessari en funció de cada context.

En els darrers cursos de primària, els alumnes han començat a treballar amb estratègies diverses de comptatge i recompte sistemàtic, com ara l'ús de taules de doble entrada i diagrames d'arbre. A 1r d'ESO proposem reforçar aquestes estratègies i començar a ampliar-les. El plantejament i la resolució de problemes constitueixen un recurs excel·lent per treballar aquest bloc de contingut.

Comentaris sobre les connexions

El recompte sistemàtic i la representació visual de dades són eines clau en el desenvolupament del pensament computacional, ja que permeten organitzar la informació de manera estructurada, identificar patrons i establir connexions. Mitjançant tècniques com taules, diagrames o gràfics, l'alumnat pot analitzar problemes complexos, descompondre'ls en parts més manejables i aplicar algorismes per trobar solucions eficients. Aquest procés no només fomenta la comprensió profunda de les dades, sinó també habilitats essencials com la planificació, la seqüenciació i el raonament lògic.

Observacions sobre alguns sabers específics

És aconsellable que les activitats per treballar aquest saber es facin en grups, per tal de fomentar el treball en equip i la comunicació. D'aquesta manera, l'alumnat aprèn a explicar els seus raonaments i a discutir diferents enfocaments per a un mateix problema. Per tal que aquestes representacions siguin riques i significatives, cal proporcionar diversitat d'eines, com ara llapis i paper, material manipulatiu i recursos digitals.

Recursos i activitats

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

Una bona eina per treballar aquest saber és la resolució de problemes que permetin aplicar diferents estratègies per fer un recompte concret i assequible per a tot l'alumnat, utilitzant diversos materials manipulatius. Al llarg del procés, i mitjançant preguntes guiades, es pot orientar l'alumnat cap a la generalització de la situació o la generació de noves estratègies de resolució.

Els problemes del concurs Fem Matemàtiques són un bon recurs per plantejar a l'alumnat. Es tracta de problemes oberts que requereixen una investigació i activen tots els processos matemàtics alhora que treballen la gestió socioemocional. Al [web del recull de problemes del FM](#) hi ha nombrosos exemples en què cal aplicar diferents tècniques de comptatge per arribar a la resposta. En el Fem Matemàtiques 2024 trobem dos exemples destacats: [Les piràmide d'Al·laia](#) i [Fent torres amb peces del Jenga](#), dues activitats molt pautades i fàcilment transferibles a l'aula.

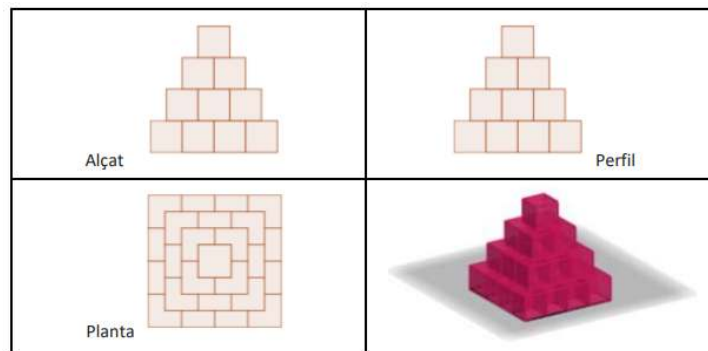
LES PIRÀMIDES D'AL·LAIA:

Fa molt de temps, a l'antic Egipte, hi vivia l'Al·laia, una noieta de 12 anys que somiava construir piràmides per honorar la seva emperadriu Nefertiti i el déu Osiris.

PIRÀMIDES DE BASE QUADRADA:

Al començament sempre pensava en piràmides quadrades i ho feia amb peces de construcció que representava en un rotllo de pergamí amb tota mena de càlculs i dibuixos.

Fixeu-vos en el disseny de la piràmide de base quadrada de costat 4:

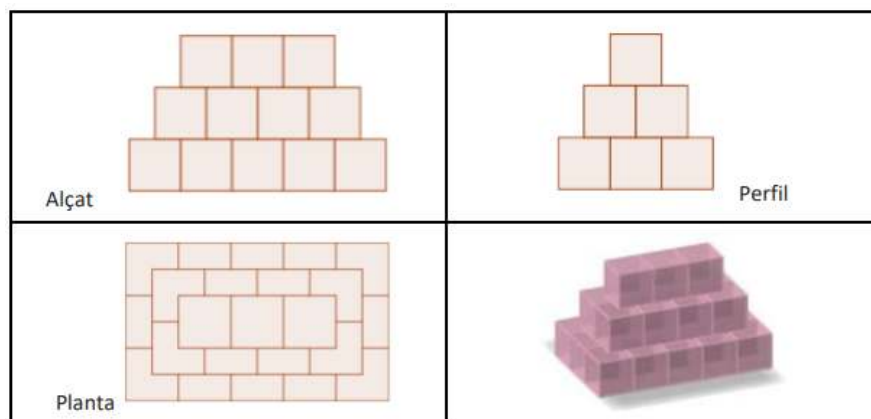


Font: [Web del recull de problemes del FM](#)

- Construiu les piràmides de base quadrada de costat 1, 2, 3 i 4 (podeu ajudar-vos amb cubs encaixables, daus...). Què observeu?
- Quants blocs de pedra caldrà per fer una piràmide de base quadrada de costat 10? Quants nivells té aquesta piràmide?
- Quina és la diferència de blocs de pedra que hi ha entre dos nivells consecutius d'una piràmide qualsevol?
- Fa temps va calcular que en una piràmide quadrada molt grossa, la base tenia 99 blocs cúbics més dels que hi havia al segon nivell. Quants blocs cúbics hi havia a la base d'aquella piràmide? Quants nivells tindria aquella gran piràmide?

PIRÀMIDES DE BASE RECTANGULAR:

Més endavant, l'Al·laia es va adonar que no només hi havia piràmides quadrades. Fixeu-vos en el disseny de la piràmide rectangular de base 3x5 que es mostra a continuació:



Font: [Web del recull de problemes del FM](#)

Estudiem ara diferents piràmides de base rectangular.

- Si es disposa de 64 blocs cúbics a la base, quines piràmides diferents podria fer? Ho podeu demostrar? Quants cubs i nivells tenen aquestes piràmides? Què hi observeu?
- Quantes piràmides de base rectangular podeu fer amb 90 blocs (utilitzant-los tots)? Indiqueu els blocs que té la base i els pisos de cadascuna d'aquestes piràmides.
- Expliqueu com ha de ser la base d'una piràmide per aconseguir que al nivell superior només hi hagi 2 blocs. Hi ha més d'una opció? Hi ha alguna relació entre les diferents opcions?

Les activitats de «comptatge visual», en què l'alumnat només pot observar una imatge durant uns segons sense temps per comptar objectes un a un, ofereixen una bona oportunitat perquè l'alumnat comparteixi com visualitza els nombres i els seus mètodes de comptatge, i així fomentar habilitats analítiques i de col·laboració. Aquestes activitats permeten identificar patrons a les imatges i fer estimacions precises. A més, ofereixen un «sostre alt», ja que permeten a cada alumne explorar diferents enfocaments. Escoltar els raonaments dels companys i companyes enriqueix les estratègies individuals de comptatge.

Al web de NRIC hi ha dues activitats destacades per treballar aquesta metodologia: [How Many?](#) i [How would we count?](#).

En l'activitat [How Many?](#) es mostra una imatge amb préssecs durant uns segons.



Font: [How Many?](#)

Es pregunta: Quants préssecs hi ha? Com ho sabeu? Sovint, l'alumnat identifica 5 files i 4 columnes, i arriben a la conclusió que hi ha 20 préssecs.

En una segona imatge, es presenta una caixa de taronges.



Font: [How Many?](#)

Això provoca respostes més variades, ja que cada alumne detecta patrons diferents per calcular el total.



Font: [How Many?](#)

La tercera imatge presenta una caixa amb 6 safates de gerds.

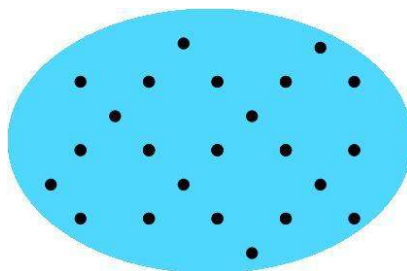


Font: [How Many?](#)

Aquesta imatge és ideal per estimular l'estimació, ja que implica calcular aproximadament quants gerds hi ha a cada safata. Això ofereix a l'alumnat l'oportunitat d'utilitzar estratègies visuals i matemàtiques per fer prediccions basades en l'observació.

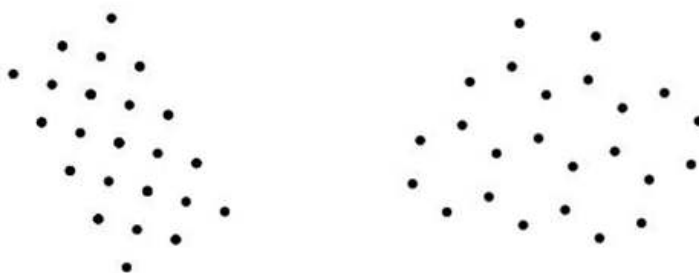
Si es vol incrementar la complexitat, es poden incloure fraccions mitjançant imatges de fruites tallades en parts.

En l'activitat [How would we count?](#) es mostra una imatge amb una disposició de punts. L'alumnat, després de veure-la, ha de calcular quants punts hi ha i compartir les seves estratègies.



Font: [How would we count?](#)

També es poden dissenyar imatges amb punts o objectes disposats de manera variada per estimular el comptatge i la identificació de patrons.



Font: [How would we count?](#)

Quantitat

Sabers

- A. Ús de diferents tipus de numeració emprats al llarg de la història fins a arribar als nombres indoaràbics. Ús de diferents bases numèriques.
- B. Ús de situacions i contextos quotidians per comprendre i treballar amb nombres naturals i enters. **[ESS]**
- C. Ús de la recta numèrica per representar, comparar, ordenar i operar nombres naturals i enters.

- D. Identificació, representació i ús d'una fracció en diferents contextos. [ESS] #EST.DI, #EST.PI
- E. Reconeixement de fraccions més petites, iguals i més grans que 1 (fraccions pròpies, unitàries i impròpies).
- F. Interpretació i càlcul de la fracció d'un nombre utilitzant gràfics, esquemes, material manipulatiu...
- G. Identificació i càlcul de fraccions equivalents.
- H. Càlcul de la fracció irreductible.
- I. Comparació i ordenació de fraccions.
- J. Interpretació de les diferents representacions dels nombres racionals (fracció, representació gràfica, nombre mixt, representació a la recta real, nombre decimal, percentatge).
- K. Coneixement i ús de l'error absolut i relatiu en l'aproximació amb nombres decimals. #MES.ER, #ALG.PC
- L. Ús de potències de base i exponent natural.
- M. Ús de la notació científica per interpretar nombres grans. Ús de la calculadora per treballar notació científica. [AMP] #ALG.PC

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

L'objectiu d'aquest bloc és que l'alumnat adquireixi el concepte de nombre natural, d'enter i de fracció per donar significat a cada tipus de nombre i a l'ús que se'n farà de cadascun en problemes o situacions diverses. Cal insistir en la comprensió i l'ús dels diferents conjunts de nombres, tot relacionant-los. Introduir la història dels nombres pot ser un context, però també el pretext per aprendre matemàtiques de manera competencial.

El professorat ha de vetllar perquè l'alumnat utilitzi el vocabulari adequat en cada situació. Per exemple, per recordar quin és el numerador i quin el denominador d'una fracció, és interessant fer veure a l'alumnat que el denominador és el que dona nom a la fracció (denomina) i el numerador és el que ens diu quantes parts hi ha (numera).

Comentaris sobre les connexions

Aquest bloc està molt relacionat amb els altres sentits, els nombres apareixen en tots ells. Ara bé, quan parlem de connexions en aquest bloc pensem principalment en aquelles que ens permeten treballar alhora diversos conceptes. Per exemple, en el **saber #1.NUM.QU.D**, el concepte de fracció el podem treballar àmpliament en el sentit estocàstic i en el de la mesura. També té una forta connexió amb l'àlgebra, la comprensió dels nombres enters és molt necessària per a l'àlgebra.

El **saber #1.NUM.QU.K** està directament connectat amb el pensament computacional i el sentit de la mesura, ja que treballar amb l'error absolut i relatiu en l'aproximació amb nombres decimals implica analitzar dades, establir relacions i aplicar estratègies de càlcul que afavoreixen la precisió i l'eficiència. A més, fomenta l'habilitat d'estimar resultats i avaluar-ne la validesa en funció del context, i ajuda a desenvolupar una mentalitat estructurada i lògica pròpia del pensament computacional, així com una comprensió més profunda de les relacions quantitatives i de mesura.

El pensament computacional es relaciona amb l'ús de la notació científica i la calculadora, **saber #1.NUM.QU.M**, perquè implica descompondre problemes complexos en parts més manejables i utilitzar eines digitals per automatitzar càlculs eficients. La notació científica permet representar i interpretar nombres grans de manera simplificada, mentre que la calculadora facilita el processament ràpid i precís d'aquestes operacions i fomenta la capacitat d'abstracció i l'eficiència en la resolució de problemes matemàtics.

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

Es consideren essencials els **sabers #1.NUM.QU.B i #1.NUM.QU.D**, ja que corresponen a la identificació dels conceptes d'enters, d'una banda, i de fraccions, de l'altra. És fonamental saber distingir els diferents tipus de nombres per fer interpretacions adequades de les situacions en què apareixen i resoldre els problemes associats.

El **saber #1.NUM.QU.M** es considera d'ampliació, ja que s'hi aprofundirà més en cursos posteriors.

Observacions sobre alguns sabers específics

Pel que fa al **saber #1.NUM.QU.A**, és interessant que l'alumnat entengui la necessitat dels diferents conjunts de nombres al llarg de la història i el seu ús per resoldre diferents problemes. Treballant diferents bases numèriques, per exemple la base 2, l'alumnat comprèn millor la numeració en base decimal. Entre els nombrosos recursos i activitats que podem trobar relacionats amb aquest és important triar aquells que el professorat consideri més adequats per portar-los a l'aula.

Referent al **saber #1.NUM.QU.L**, en introduir les potències, cal evitar l'excés d'exercicis repetitius amb propietats de potències. És un concepte que es continuarà treballant durant els tres primers cursos de l'ESO, així que és millor que comprenguin la seva aritmètica de manera significativa sense caure en la memorització excessiva de regles. Per exemple, una idea pot ser fer escriure a l'alumnat de dues maneres diferents l'expressió $3^5 \cdot 3^2$. Aquest tipus de qüestions poden anar augmentant en complexitat al llarg de la secundària obligatòria.

Pel que fa al **saber #1.NUM.QU.K**, s'ha de fer notar als alumnes que, quan es treballa amb nombres decimals, és habitual haver d'aproximar-los per facilitar els càlculs o per ajustar-los a la precisió requerida. Aquestes aproximacions generen errors, i és important conèixer tant l'error absolut com l'error relatiu per avaluar com afecta aquesta aproximació al resultat final.

Recursos i activitats

Recursos i activitats generals per al bloc de sabers

Per treballar els **sabers #1.NUM.QU.D, #1.NUM.QU.E, #1.NUM.QU.G, #1.NUM.QU.H i #1.NUM.QU.I**, un material molt útil és el tauler de fraccions. És un material que es pot comprar, es pot fabricar en fusta o fins i tot el professorat pot fer que l'alumnat se'n retalli un en cartolina o fulls de colors. El fet que l'alumnat se'n construeixi un els ajuda en l'aprenentatge.

Aquest material consta de diverses tires de diferents colors, una de les quals és la unitat, i les altres tenen la mateixa longitud i representen dues mitges parts, tres tercers parts, quatre quarts parts i així successivament.



Font: Mathigon Polypad

La versió virtual del [Polypad](#) pot ser una bona eina si volem treballar aquest material en línia. Es pot projectar a la pissarra i també pot ser una eina perquè l'alumnat practiqui.

Es mostren a continuació alguns exemples de com cal utilitzar aquest material a l'aula.

Per veure si una fracció és més gran o més petita que 1, és a dir, si són pròpies o impròpies, corresponent al **saber #1.NUM.QU.E**, es pot fer com es mostra a la imatge següent:



Font: Elaboració pròpia amb Mathigon Polypad

Una vegada visualitzats diferents exemples, l'alumnat ha de ser capaç d'escriure-ho de manera més formal i deduir les característiques de les fraccions pròpies i impròpies.

També és molt intuïtiu per comparar i ordenar fraccions, corresponent al **saber #1.NUM.QU.I**:

Quina fracció és més gran, $\frac{2}{5}$ o $\frac{3}{7}$?



Font: Elaboració pròpia amb Mathigon Polypad

És molt important que en tots els casos el professorat faci escriure de manera acurada i formal les desigualtats que vagin sorgint. També es pot demanar a l'alumnat que proposi un llistat de fraccions perquè els companys les ordenin.

Per treballar les fraccions equivalents, així com la simplificació i ampliació de fraccions, corresponents als **sabers #1.NUM.QU.G** i **#1.NUM.QU.H**, es pot visualitzar com a la imatge:



$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \frac{12}{18}$$

Font: Elaboració pròpia amb Mathigon Polypad

En el vídeo del Creamat [Quadre de fraccions unitàries](#), Anton Aubanell i Francesc Massich expliquen altres activitats que es poden fer amb aquest material.

El Geogebra és una altra eina per treballar els sabers referents a les fraccions. Els enllaços següents poden ser d'utilitat per als **sabers #1.NUM.QU.I, #1.NUM.QU.J** :

[Comparing fractions with lines and circles](#)

[Converting Mixed Number Fractions to Improper Fractions](#)

[Converting between improper fractions and mixed numbers](#)

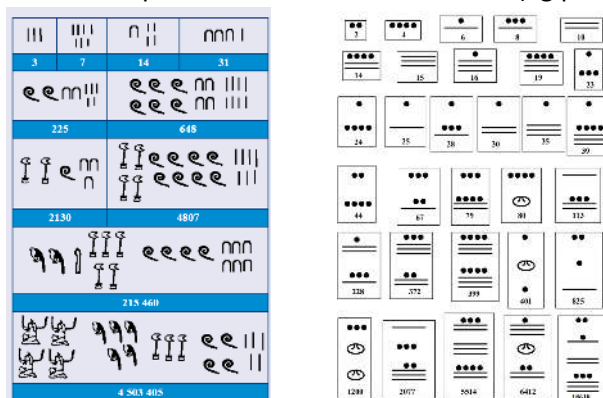
També resulta interessant la conferència [Tratamiento de las fracciones, un ejemplo de cambio](#), disponible al web del Creamat. En aquesta, José Manuel Vidal González, coordinador del Proyecto Matemáticas Newton Canarias de la Consejería de Educación del Gobierno de Canarias, explica la importància d'ensenyar als alumnes a resoldre problemes. Subratlla que cal ensenyar a resoldre problemes abans que a calcular, ja que d'aquesta manera es posa en relleu la comprensió dels conceptes. Si ens centrem únicament en els càlculs, desviem l'atenció de la comprensió profunda de les estructures, que és bàsica per construir uns bons fonaments de cara a cursos posteriors.

Els exemples i les activitats contextualitzats en un entorn proper faciliten la comprensió i interiorització dels sabers relacionats amb les fraccions. D'aquesta manera s'aconsegueix un bon domini i s'evita la repetició d'algoritmes mecànics.

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

Per treballar el **saber #1.NUM.QU.A**, us proposem una activitat que trobareu al web del Calaix+ie, [Fes de Champollion](#), en què s'utilitzen bases diferents: 10, 20 o 60.

A partir d'uns documents escrits en doble numeració (antiga i actual) s'ha de deduir el funcionament del sistema de numeració antic. Així es va passant d'un sistema a un altre (egípcia, assíria, maia, grega...).



Font: [Calaix+ie](#)

Una possible dinàmica d'aula consisteix a organitzar l'alumnat en grups de tres, on cada grup treballa

amb una numeració diferent. Un cop n'hagin deduït el funcionament, cada grup el presenta i explica a la resta de companys.

A partir de la història dels nombres, es poden explicar alguns dels algorismes clàssics que s'han utilitzat al llarg del temps per fer operacions. Conèixer mètodes diferents dels que fem servir actualment ens ajuda a entendre que la matemàtica no és una ciència inamovible; és a dir, els càlculs no sempre s'han fet de la mateixa manera. Aquest coneixement permet comprendre millor el sistema de numeració actual i els avantatges que ofereix en comparació amb els emprats en l'antiguitat.

Al blog del Calaix +ie podem trobar quins eren els algorismes de [La multiplicació egípcia](#) i el de [La divisió egípcia](#). Són algorismes que es poden dur a l'aula, ja que són comprensibles; en tot moment es té clar el que s'està fent i per què.

Es pot trobar informació sobre la història del desenvolupament de les numeracions orals i escrites en el web [Calculus](#) de Joan Jareño.

A l'article de Cultura Científica [El origen de la escritura de los números](#), de Raúl Ibáñez, es pot aprofundir en la història dels nombres.

Es pot treballar a l'aula el **saber #1.NUM.QU.B** a partir de les aportacions de l'alumnat. Una bona proposta és elaborar un llistat de situacions en què s'utilitzen nombres negatius i reflexionar sobre la necessitat de distingir-los dels nombres positius. Alhora, és interessant que el professorat posi èmfasi en els conjunts de nombres i les seves denominacions, explicant com, a partir dels nombres naturals, afegint els negatius i el zero, s'obté el conjunt dels nombres enters.

A l'ARC es pot trobar el mòdul [Els nombres negatius i el zero: Xina, Grècia, Índia, Món àrab, Europa \(250-1567\)](#). En el document adreçat a l'alumnat hi ha una explicació de la història dels nombres negatius a través del temps i mostra com els tractaven els matemàtics de diferents cultures. Pot ser interessant la lectura o la consulta d'una determinada civilització per portar-la a l'aula. Si en una altra matèria, per exemple a ciències socials, estan estudiant alguna civilització en concret i en tenim la història, és interessant fer-ne referència i, si és possible, fer alguna de les activitats proposades en el document.

Una proposta per treballar de manera vivencial el **saber #1.NUM.QU.C** és la següent:

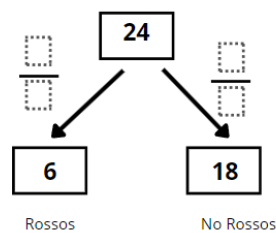
Es pot organitzar un joc de rol en què es dibuixi o es marqui a terra una gran recta numèrica. L'alumnat representa els nombres que el professorat va dient, i es col·loca en el punt corresponent de la recta. A partir d'aquesta posició, es poden comparar els nombres segons es trobin més a la dreta o més a l'esquerra.

La utilització de diagrames per treballar el **saber #1.NUM.QU.D** permet a l'alumnat una millor comprensió de la informació.

A tall d'exemple:

Si sabem que a la classe hi ha 24 alumnes i d'aquests 6 són rossos, quina fracció hi ha de rossos?

El diagrama següent resumeix la informació.



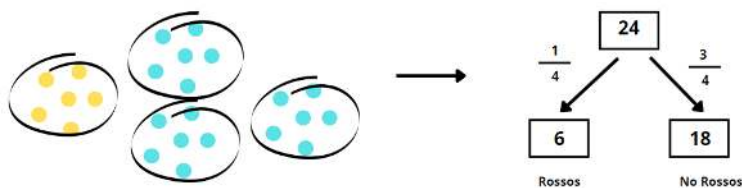
Font: Elaboració pròpia

L'alumnat pot resoldre el problema amb material manipulatiu, amb dibuixos o com li sigui més còmode.



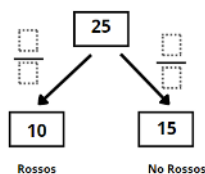
Font: Elaboració pròpia

Els 18 alumnes que no són rossos els repartim en grups de 6, com els rossos, i així obtenim que $\frac{1}{4}$ part són rossos i $\frac{3}{4}$ parts no ho són.



Font: Elaboració pròpia

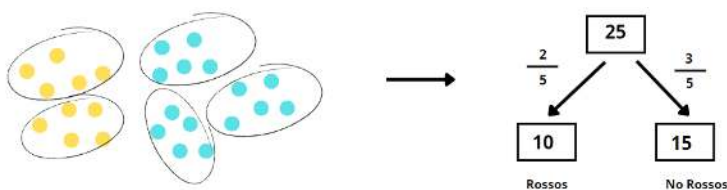
Què passaria en una classe de 25 alumnes, en la qual 10 fossin rossos?



Font: Elaboració pròpia

L'alumnat ha d'agrupar els rossos i els no rossos amb el mateix nombre d'individus, és a dir, mitjançant el màxim comú divisor.

El material manipulatiu emprat per resoldre l'activitat facilita a l'alumnat l'accés a una solució amb sentit. Posteriorment, cal ajudar-lo a establir les connexions necessàries per relacionar-ho amb el màxim comú divisor (mcd).



Font: Elaboració pròpia

En aquest tipus d'exercici el professorat pot demanar als alumnes que comprovin amb la calculadora que la fracció obtinguda, per exemple $\frac{1}{4}$, és una fracció equivalent a $\frac{6}{24}$, o per exemple que $\frac{10}{25}$ és equivalent a $\frac{2}{5}$.

En aquestes activitats s'ha de treballar també la fracció expressada en percentatges o decimals, utilitzant la calculadora, si és necessari.

També es pot aprofitar aquest tipus de diagrames per calcular freqüències relatives o calcular probabilitats.

És convenient que els contextos de les activitats siguin tan variats com sigui possible.

Treballar el **saber #1.NUM.QU.F** amb material manipulatiu permet que tot l'alumnat entengui millor els conceptes.

L'activitat següent està inspirada en el vídeo del Creatmat [Fracció d'un nombre](#):

Es proposa a l'alumnat una activitat contextualitzada en què sigui necessari, per exemple, calcular $\frac{3}{5}$ parts de 30. Per resoldre el problema l'alumnat pot utilitzar material manipulatiu.

Els passos a seguir per resoldre el problema són els següents:

- En un rectangle partit en 5 parts, reparteix 30 taps en parts iguals sota cadascun dels rectangles.



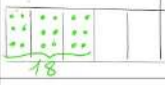
Font: Elaboració pròpia

- Com que l'enunciat demana $\frac{3}{5}$, s'han de quedar només amb els taps que hi ha en 3 de les 5 parts. Així saben quants taps corresponen a la fracció del nombre corresponent, en aquest cas, 18.



Font: Elaboració pròpia

- Per finalitzar, han d'escriure formalment en una taula els passos seguits i la solució. El professorat ha d'anar guiant l'alumnat per tal de fer-lo reflexionar sobre quina operació fa en cada pas del procés, per tal que després ho pugui escriure.

Problema	Representació	Càlculs	Solució
$\frac{3}{5}$ de 30		$30:5=6$ $6 \cdot 3=18$	$\frac{3}{5} \cdot 30=18$

Font: Elaboració pròpia

Un cop s'ha treballat la fracció d'un nombre, es pot fer l'activitat a l'inrevés. Es dona un context per tal que l'alumnat hagi de trobar quin és el nombre que d'una determinada fracció n'és la quantitat donada. Per exemple quin és el nombre els $\frac{3}{7}$ del qual és 15?

Problema	Representació	Càlculs	Solució
Quin és el nombre que els seus $\frac{3}{7}$ és 15?			

Font: Elaboració pròpia

- L'alumnat ha de repartir 15 taps en 3 de les 7 parts dibuixades en un rectangle



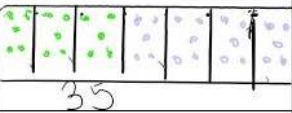
Font: Elaboració pròpia

- S'observa que en cada part hi ha 5 taps. Quina operació s'ha fet? Què representa el fet de repartir els taps en 3 parts?
- Com que totes les parts tenen la mateixa quantitat, ja es pot trobar la solució empenant totes les parts del rectangle. El nombre és el 35.



Font: Elaboració pròpia

- Per finalitzar l'activitat, l'alumnat ha d'omplir formalment el quadre amb les operacions que ha hagut de fer durant el procés.

Problema	Representació	Càlculs	Solució
Quin és el nombre que els seus $\frac{3}{7}$ és 15?		$15=5$ $3 \cdot 7=35$	$\frac{3}{7} \cdot 35=15$

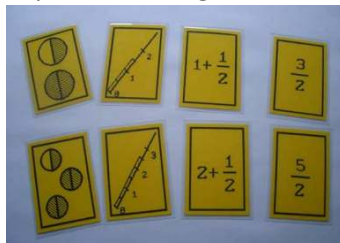
Font: Elaboració pròpia

Si aquesta activitat es treballa en grup, permet donar-los diferents reptes i així cada grup avança al seu ritme. Un cop finalitzats els reptes proposats, es demana que cada membre del grup plantegi un

problema similar als anteriors que hauran de resoldre els seus companys.

Per al **saber #1.NUM.QU.J** és interessant l'activitat de l'ARC [Cartes de fraccions impròpies](#):

Partim d'un joc de 48 cartes que estan numerades amb fraccions impròpies (majors que 1) i cada puntuació està representada amb quatre colls (sectors circulars, parts d'un segment, fraccions impròpies i nombre mixt), com es mostra en l'exemple de la imatge.



Font: [ARC](#)

Aquesta baralla la pot portar feta el professorat o es pot fer amb l'alumnat; en la construcció de les cartes ja s'està treballant l'aprenentatge. És convenient tenir un joc de cartes per a cada 6 alumnes aproximadament; per tant, si cada alumne construeix 2 fraccions amb les 4 representacions corresponents als colls diferents, aleshores es tindran cartes perquè tots puguin jugar.

Descrivim dos possibles jocs, per jugar en grups de 4 o 6 persones:

- **Fer parelles:** Es reparteixen tres cartes a cada alumne i es col·loquen al centre de la taula quatre cartes vistes. En cada torn l'alumne intenta tirar una carta que tingui la mateixa fracció que una de les de la taula i poder formar una parella per recollir. Si no té cap possibilitat de formar parella, tirarà una carta que quedarà vista a la taula. Un cop s'hagin tirat les tres cartes de cada alumne es repartiran tres cartes més (o 2 o 1, si en queden poques) i es farà una nova ronda. Finalment, se sumaran els punts fraccionaris que cadascú hagi recollit. Guanyarà qui en sumi més.
- **Fer famílies:** Es reparteixen 7 cartes per alumne i es deixa la pila amb les cartes restants al centre de la taula. Entenem per *família* les quatre cartes corresponents a la mateixa fracció. L'alumne a qui li toqui demanarà a un company una carta concreta que li pugui ser útil per anar completant famílies: «el cinc terços en forma mixta», «el set mitjos amb sectors»... Si l'alumne al·ludit té aquesta carta, li dona i qui ha preguntat pot continuar preguntant. Si no la té, qui ha preguntat agafa una carta de la pila central (mentre en quedin) i el torn passa al següent alumne. Guanyarà qui hagi aconseguit fer més famílies. El jugador que tingui una carta i no la tiri rebrà una penalització.

Tot i que sigui un joc de cartes, el professorat ha de vetllar per tal que l'alumnat sigui curós i formal a l'hora de demanar les cartes.

Aquesta activitat es pot ampliar o modificar incorporant el percentatge i el nombre decimal corresponent, per facilitar així la comprensió de les relacions entre fraccions, decimals i percentatges. A partir d'aquesta proposta, es pot introduir i aprofundir en els diferents tipus de nombres decimals.

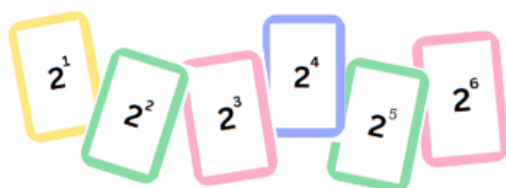
Per al **saber #1.NUM.QU.L**, referent a les potències, presentem una sèrie de recursos que podem utilitzar a l'aula.

En el document [Més enllà de les potències](#) es mostra com a l'Institut Baix a Mar introdueixen i treballen el concepte de potència amb una reflexió important que contribueix a la construcció de coneixement d'una manera progressiva i motivadora. Algunes d'aquestes activitats, i d'altres de similars, les podem trobar també al blog del PuntMat a [Les primeres potències](#). Una activitat explicada en el blog és la següent:

Les primeres potències de base 2:

L'objectiu és investigar el potencial de les potències de dos per generar nombres parells.

Donades les targetes:



Organitzeu-vos per repartir-vos tots els nombres parells fins al 120 i intenteu obtenir cada un d'aquests nombres a partir de les targetes.

Font: Elaboració pròpia

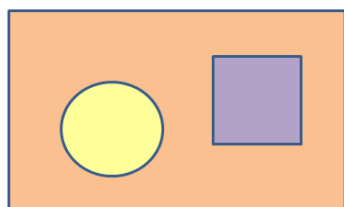
A la proposta inicial, s'afegeixen després algunes preguntes: l'obtenció de cada nombre parell com a suma de potències de 2 és única?, quina targeta s'hauria d'afegir per obtenir tots els nombres fins a 120?, quin és el primer nombre que no es pot obtenir sumant aquestes targetes?

Hi ha una descripció pràctica del desenvolupament de l'activitat que es va dur a terme a l'Institut Baix a Mar en l'[enllaç](#).

Les primeres potències de base 3:

Així com tot nombre es pot escriure sumant potències de base 2, també es pot fer amb potències de base 3 si permetem que cada potència participi dos cops en cada suma.

Tenim un tauler:



I tenim quatre fitxes:



Font: Elaboració pròpia

Quan posem les fitxes al tauler, si no són dintre del quadrat o del cercle, perden el seu valor, i si són dintre de la figura que té la mateixa forma que la fitxa, el valor es duplica.

Si després de col·locar les quatre fitxes al tauler en sumem els valors, podem obtenir tots els resultats entre 0 i 80 segons la seva posició en relació amb el quadrat o el cercle. Es demana a l'alumnat que ho faci.

Aquestes activitats poden ser el punt de partida per introduir el sistema binari o de la base 3.

En el document d'orientacions per a la millora de la geometria a l'ESO, trobem el document [Explorant els ordres de magnitud](#), en què es troben detallades 5 activitats per treballar el **saber #1.NUM.QU.M.** Tal com s'explica en la descripció del document, en aquestes activitats es proposen aproximacions de magnituds molt grans i molt petites mitjançant el seu ordre de magnitud donat per la potència de 10 més propera al seu valor. D'aquesta manera s'ajuda l'alumnat a perfilar una percepció més ajustada de la grandària del que ens envolta, a emprar de manera significativa les potències de 10 i a introduir el sistema internacional d'unitats, la notació científica i fins i tot l'escala logarítmica de manera intuïtiva.

En l'activitat 1 del document, es comença fent reflexionar l'alumnat sobre les magnituds que podem explorar i les unitats emprades en cada magnitud. Un cop establertes les magnituds a explorar i la unitat que s'utilitzarà, es poden fer equips i proposar que cada equip treballi sobre una magnitud i elabori un quadre amb ordres de magnitud (la recerca d'informació es pot fer per la xarxa).

Al final s'arriben a obtenir quadres similars a aquests:

Ordres de magnitud de longituds expressats en metres		Ordres de magnitud de masses expressats en quilograms		Ordres de magnitud de temps expressats en segons	
10^{10}	Distància de la Terra a l'estrella polar	10^{25}	El Sol	10^{17}	Edat de les roques més antigues
10^{11}	Diàmetre de l'òrbita de la Terra entorn al Sol	10^{22}	La Terra	10^{14}	Temps transcorregut des de l'aparició del primer humà
10^7	Radi de la Terra	10^6	Un transatlàntic gran	10^8	Durada de la vida humana
10^5	Distància de Barcelona a Girona	10^3	Un edifici gran	10^7	Un any
10^4	Altura de l'Everest	10^2	Un ésser humà adult	10^6	Un mes
10^1	Altura d'un edifici de tres plantes	10^1	Un litre d'aigua	10^5	Un dia
10^{-2}	Longitud d'un dit de la mà	10^{-1}	Una fulla de paper fi	10^4	Un minut
10^{-4}	Gruix d'un full de paper	10^{-2}	Un segell de correus	10^{-2}	Temps per a què un impuls nerviós viatgi del cervell a la mà
10^{-5}	Gruix de la paret d'una bombolla de sabó	10^{-3}	Un castell	10^{-3}	Durada de la batuda d'ales d'una mosca
10^{-10}	Distància mitjana entre àtoms d'un cristall	10^{-14}	Un globulí vermell	10^{-9}	Temps en què la llum recorre un metre de distància
		10^{-17}	Un electró		

Font: [Explorant els ordres de magnitud](#)

Després, cada equip presentarà la seva recerca i el quadre resultant a la resta del grup. Pot ser interessant mantenir tapats els ordres de magnitud i convidar els companys a conjeturar. Fer-ho així no tan sols genera emoció a l'activitat i anima la conjetura i el contrast d'opinions sinó que contribueix a donar importància als exponents.

En l'activitat 3 hi ha diferents exemples de situacions en què apareixen nombres molt grans o molt petits. En el segon exemple trobem un vídeo [El rei i el savi](#) del programa *Una mà de contes*. En aquest vídeo trobem explicada, en forma de conte, la coneguda llegenda de l'inventor dels escacs que va demanar al rei (que li volia agrair les bones estones que aquest joc li oferia) 1 granet de blat pel primer quadre, 2 pel segon, 4 granets pel tercer, 8 pel quart quadre i així fins a l'últim dels 64 quadres del taulell. Una petició tan humil havia de ser atesa pel sobirà! Però quan van començar a comptar, va resultar que els graners del regne no varen poder fer front a la demanda.

Es pot convidar els alumnes a calcular el nombre total de grans de blat que està demanant (podem fer servir un full de càlcul o bé utilitzar el web [WolframAlfa](#)). El resultat serà de 18446744073709551615 grans de blat, aproximadament (emprant notació científica) $1,8447 \cdot 10^{19}$, uns 18 trilions de grans de blat. Una vegada trobat el resultat, es planteja una nova pregunta: Són molt 18 trilions de grans de blat? (es pot visualitzar en el vídeo [Chess board with rice: exponential growth](#)).

Es pot visualitzar també [Quants granets de blat caben?](#), de la col·lecció permanent del VídeoMAT, fet per l'alumnat de l'escola de Lladurs (ZER El Solsonès) que s'ho varen preguntar i varen respondre-ho.

Sentit de les operacions

Sabers

- A. Aplicació de les operacions amb nombres naturals i enters, així com de les seves propietats (commutativa, associativa, distributiva, etc.), en diferents contextos. **[ESS]** **#ALG.ID**, **#ESP.VM**
- B. Comprensió i aplicació de les relacions inverses entre operacions aritmètiques, com la suma i la resta o la multiplicació i la divisió. **#ALG.ID**, **#ESP.VM**
- C. Comprensió i ús de l'arrel com a operació inversa d'una potència. **#1.ESP.VM**
- D. Aplicació d'estratègies de càlcul mental amb nombres naturals i enters. Aproximació de resultats.
- E. Ús adequat de la calculadora per dur a terme càlculs complexos, verificar resultats i fer petites investigacions numèriques. **#ALG.PC**
- F. Aplicació i ús de les operacions amb nombres decimals i fraccions, incloent-hi el càlcul, interpretació gràfica i geomètrica. **#ESP.VM**
- G. Resolució de problemes relacionats amb l'aplicació i la interpretació dels nombres naturals, enters, decimals i fraccions en diversos contextos. **[ESS]**
- H. Resolució de problemes que requereixin l'ús i la representació d'operacions combinades, amb parèntesis o sense. **#ALG.PC**
- I. Interpretació i validació dels resultats obtinguts en un problema i en un context determinat. Recerca d'alternatives en cas que no siguin coherents. **#MES.MA**, **#SOE**

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

Aquest bloc té com a objectiu principal la comprensió per part de l'alumnat de les operacions aritmètiques (suma, resta, multiplicació, divisió i potències) aplicades als nombres naturals, enters, decimals i fraccions, i com utilitzar-les correctament en diferents situacions i per a la resolució de problemes senzills.

És molt important l'adquisició d'una base sòlida per operar de manera eficient i comprenent els significats i les propietats que guien aquestes operacions.

Comentaris sobre les connexions

En aquest bloc es posen de manifest connexions amb sabers del sentit espacial, l'àlgebraic, el de mesura i el socioemocional.

La visualització i la modelització geomètrica, vinculades al sentit espacial, ajuden a entendre les operacions aritmètiques i les seves inverses. El domini d'aquestes operacions i les seves interrelacions també és fonamental per al desenvolupament del sentit àlgebraic, ja que permet la manipulació i transformació d'expressions àlgebraiques, així com la resolució d'equacions. A més, tenen una aplicació directa en el pensament computacional, i proporcionen les bases per al raonament lògic, l'abstracció i la resolució de problemes de manera estructurada.

D'altra banda, la interpretació i validació dels resultats obtinguts a partir d'un problema o un context, relacionades amb el **saber #1.NUM.SO.I**, connecta directament amb el sentit de la mesura. Un dels errors més habituals en aquest àmbit és no interpretar adequadament la unitat de mesura triada, fet que pot afectar la precisió i la coherència dels resultats.

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

El **saber #1.NUM.SO.A**, juntament amb el **saber #1.NUM.SO.G**, es consideren essencials, ja que

permeten als alumnes aplicar i interpretar les propietats dels nombres en contextos diversos, i així ajudar-los a comprendre'n la utilitat i a veure com es relacionen amb situacions quotidianes i amb altres àmbits del coneixement. L'enfocament segons els conjunts de nombres que es tracten podria ser:

- Reconèixer els nombres naturals i enters, incloent-hi els nombres positius i negatius, així com el zero. Inclou també entendre els conceptes d'ordre, valor absolut, i el context d'ús dels enters, com per exemple en temperatures, altituds o comptes bancaris.
- Efectuar operacions amb decimals, incloent-hi la comprensió de les regles d'arrodoniment i la seva aplicació per tractar situacions en què la precisió és important, com ara en contextos relacionats amb diners, mesures o percentatges.
- Practicar la conversió entre decimals i fraccions, així com la conversió inversa, i la interpretació de valors decimals en situacions reals per facilitar la comprensió de les relacions quantitatives i la realització d'estimacions raonables.
- Dominar el concepte de fracció com a part d'una unitat o d'un grup considerat com a unitat, com a operador i com a expressió d'una proporció. Això inclou la capacitat de sumar, restar, multiplicar i dividir fraccions, així com simplificar-les i comparar-les.

Comentaris sobre alguns sabers específics

Referent al **saber #1.NUM.SO.E**, l'ús de la calculadora a l'aula hauria de ser habitual. S'hauria d'utilitzar de manera eficient i aprofitar tots els avantatges que el seu ús ens dona. No obstant això, quan es comença a utilitzar per resoldre problemes amb quantitats molt grans o molt petites, és convenient demanar una estimació del resultat i així disposar d'eines per a la detecció de possibles errors. Fer servir la calculadora no ha de substituir el càlcul mental corresponent al **saber #1.NUM.SO.D**. Les operacions senzilles, com per exemple fer el doble o la meitat d'un nombre, les operacions amb potències de deu multiplicant o dividint s'haurien de fer de forma raonada.

El professorat pot introduir la calculadora, **saber #1.NUM.SO.E**, en qualsevol de les activitats treballades en els blocs de quantitat i de sentit de les operacions. La calculadora ha de ser una eina que permeti a l'alumnat corregir i ser conscient dels seus errors.

La interpretació i validació dels resultats obtinguts d'un problema en un context determinat, **saber #1.NUM.SO.I**, són passos fonamentals per garantir-ne la coherència i aplicabilitat. Primerament, és important revisar les dades per assegurar que siguin correctes i completes, així com contextualitzar els resultats per veure si s'ajusten a les hipòtesis i expectatives inicials. A continuació, cal dur a terme una validació dels resultats i verificar que siguin coherents entre ells. Si es detecten discrepàncies, és essencial identificar possibles errors en l'estratègia de resolució emprada. Si els resultats no són coherents, s'han de buscar alternatives. Això pot incloure ajustar l'enfocament metodològic, repetir l'estudi o revisar les hipòtesis formulades inicialment per explorar noves aproximacions que puguin explicar millor les dades.

D'aquesta manera s'ajuda l'alumnat a no centrar-se únicament en la mecànica de resolució dels problemes, sinó també a entendre la importància de reflexionar sobre els resultats i com aquests s'ajusten a la realitat, alhora que desenvolupen habilitats per detectar i corregir errors.

Recursos i activitats

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

El web [Math for Love](#) ofereix dues activitats amb nombres naturals que permeten treballar el **saber #1.NUM.SO.A**.

La primera, anomenada [Subtracting Reverses](#), consisteix a fer pensar als alumnes un nombre de dues xifres, per exemple el 58. Es giren les dues xifres del nombre, 85, i aleshores es resten (major-menor)

$85-58=27$. Es repeteix el procediment amb el resultat $72-27=45$, així successivament $54-45=9$, fins que no es pugui més $9-9=0$.

Es demana als alumnes que ho provin de fer amb diversos nombres i que observin què passa. Després de practicar és possible que s'adonin que sempre s'arriba al 9 i, també, que tots els resultats de les restes són nombres múltiples de 9.

Aquest fet és degut a la descomposició en base 10 dels nombres.

En el cas que s'ha plantejat:

$$58=5\cdot 10+8\cdot 1 \text{ i } 85=8\cdot 10+5\cdot 1$$

Quan es fa la resta obtenim:

$$85-58=(8\cdot 10+5\cdot 1)-(5\cdot 10+8\cdot 1)=(8\cdot 10-8\cdot 1)-(5\cdot 10-5\cdot 1)=8(10-1)-5(10-1)=8\cdot 9-5\cdot 9=(8-5)\cdot 9=3\cdot 9$$

Es pot estendre l'activitat demanant, per exemple, si els nombres de tres xifres també arriben al 9. És interessant comprovar que amb tres xifres s'arriba sempre a 99.

La segona de les activitats és [El poder del 37](#). Es demana a l'alumnat que triï un número d'una xifra i que el sumi 3 vegades, el resultat l'ha de multiplicar per 37. Davant del resultat es pregunta: "Què s'obté? Passa amb altres nombres? Per què passa això?"

El que s'obté és el nombre de tres xifres iguals al número triat. Això passa perquè $3\cdot 37=111$.

És una activitat que es pot treballar individualment o en parelles i que pot derivar en una discussió interessant entre l'alumnat.

Per ampliar aquesta activitat:

- Es pot preguntar què passa si el número triat és de dues xifres.
- Es pot demanar si tot nombre de tres xifres iguals és divisible per 37 i per què creuen que això passa.
- Una altra seria:

Escriu un nombre de tres xifres (el que més t'agradi) i el repeteixes fent un número de sis xifres.

Per exemple, si tries 415 escriu 415415.

Després, fent tot el número dius: quina sort tindriem si fos divisible per 7 (i ho és).

I si el resultat fos divisible per 11? (i ho és).

I per 13? Ja seria massa (i ho és).

Això es deu al fet que $7\cdot 11\cdot 13=1001$, aleshores:

$$415\cdot 1001=415(1000+1)=415000+415=415415$$

Podem treballar els nombres enters en relació amb el **saber #1.NUM.SO.A**, plantejant enunciats com el següent i fent-ne variacions amb diferents dades:

L'àvia de la Laia, en Pau i la Marta, que són cosins, els ha donat la mateixa quantitat de diners abans d'anar de vacances. Al llarg de les vacances, han comprat diverses coses i han rebut diners per feinetes que han fet. Això és el que ha passat:

	Laia	Pau	Marta
1a setmana	Rep 10 €	Gasta 7 €	Rep 5 €
2a setmana	Gasta 6 €	Gasta 8 €	Rep 10 €
3a setmana	Gasta 16 €	Gasta 11 €	Rep 5 €

4a setmana	No rep ni gasta res	Rep 20 €	Gasta 37 €
------------	---------------------	----------	------------

Qui té més diners? Qui en té menys? Quina diferència hi ha entre els diners de cadascú?

Es pot canviar la situació inicial, per exemple:

Si en començar les vacances la Laia tenia el doble de diners que el Pau i aquest 30 € menys que la Marta, podria passar que dos d'ells acabessin amb la mateixa quantitat de diners?

També trobem activitats interessants i motivadores per a l'alumnat al web del [PuntMat](#). Una d'aquestes, per practicar i reflexionar al voltant de les sumes i restes de nombres enters, és la de [Quadrats Màgics i nombres enters](#).

L'objectiu de l'activitat és que l'alumnat trobi [quadrats màgics](#) de nombres enters, en què totes les files, columnes i diagonals sumin 0.

En els primers intents apareixen exemples en els quals el quadrat conté molts zeros:

0	5	-5
-5	0	5
5	-5	0

Font: Elaboració pròpia

No són aquests els que més ens interessin, però ens permeten arribar a la primera conclusió: hi ha infinits quadrats màgics de suma 0.

0	n	$-n$
$-n$	0	n
n	$-n$	0

Font: Elaboració pròpia

En el moment que s'adonen que al centre cal posar-n'hi un, apareixen nombrosos quadrats.

1	-4	3
2	0	-2
-3	4	-1

Font: Elaboració pròpia

Es pot continuar l'activitat afegint alguna condició, com per exemple que el quadrat tingui un 35:

35	-18	-17
-52	0	52
17	18	-35

Font: Elaboració pròpia

Altres preguntes que es poden fer són:

- En quants quadrats màgics de suma 0 apareix el nombre 3? Per poder comptar-los, considerarem que 2 quadrats màgics són iguals si tenen els mateixos 9 nombres encara que estiguin en diferent ordre.
- En quants quadrats màgics de suma 0 apareixen els nombres 3 i 5?
- En quants quadrats màgics de suma 0 no apareixen nombres més grans que 10?

L'activitat [Consecutive Numbers de l'NRICH](#) també permet treballar el **saber #1.NUM.SO.A** :

A partir de quatre nombres consecutius ordenats de menor a major i escrits en els cercles, s'han de trobar els resultats de totes les operacions possibles que resulten de posar els signes + o - en els quadrats.



Font: Elaboració pròpia

Durant l'activitat s'haurà d'anar conduint l'alumnat, mitjançant preguntes, a reflexionar sobre els resultats, qüestionant-los si els tenen tots i buscant propietats que es repeteixen i patrons.

Les preguntes clau que poden ajudar són: com saps que has trobat totes les possibilitats? Explica'm les teves respostes. Notes alguna cosa en les teves respostes? Pots explicar per què sempre passa això?

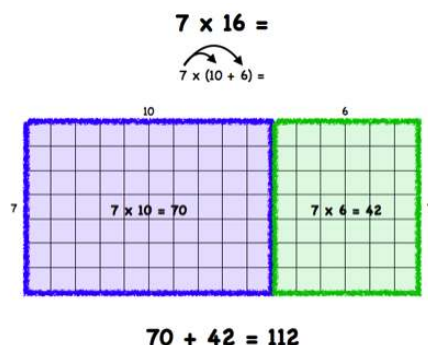
Finalment, es pot ampliar l'activitat fent noves preguntes: què passaria si poséssim els nombres consecutius de major a menor? Què passaria si només utilitzéssim conjunts de tres nombres consecutius? Què passaria si fos possible posar el signe + o - abans del primer nombre?

Representar el concepte de multiplicació amb un model de caixa, explicat també en el **#1.ESP.VM**, permet treballar el **saber #1.NUM.SO.A**.

La multiplicació amb el model de caixa afavoreix el càlcul mental i facilita la comprensió de la propietat distributiva de la multiplicació sobre la suma, així com la relació entre multiplicació i divisió. A més, en cursos posteriors, aquest model permet treballar la multiplicació algebraica de polinomis, la descomposició de binomis i la comprensió de la resolució d'equacions de segon grau.

En el [banc de recursos del Fem Matemàtiques](#) es presenten múltiples aplicacions d'aquest model a partir d'un mateix problema. Per exemple:

La multiplicació de $7 \cdot 16$ la podem representar descomponent amb ajuda de les desenes:



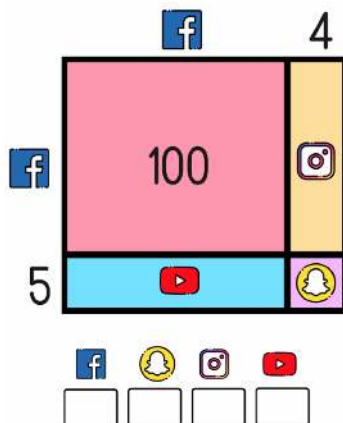
Font: [Puzzle multiplicatiu](#)

Una altra possibilitat per resoldre la multiplicació podria ser anar fins al 20 i restar-li 4, amb la qual cosa tindríem $16 \cdot 7 = 20 \cdot 7 - 4 \cdot 7 = 140 - 28 = 112$. Tot això facilita el càlcul mental, però també fa que aparegui de manera natural la propietat distributiva, que li dona sentit automàticament sense necessitat de cap justificació addicional.

Per facilitar la multiplicació, la propietat distributiva ofereix als estudiants una manera de separar els seus factors en nombres més amigables, per ajudar-los a organitzar el producte en productes més petits.

El problema [Puzzle multiplicatiu](#) del Fem Matemàtiques del 2019 de 1r d'ESO era el següent i estava basat en aquesta eina:

A la figura hi ha un rectangle gran format per un quadrat vermell d'àrea 100 i tres rectangles més de color groc, blau i lila. També hi ha indicades algunes longituds.



Font: [Puzzle multiplicatiu](#)

A l'apartat *b*, hi ha un treball implícit de preàlgebra i de factorització (divisors) per descobrir les incògnites en què hauran d'aplicar les operacions inverses.

Els [Multiplication magic square](#) de NRICH permeten treballar les operacions inverses de qualsevol mena corresponents al **saber #1.NUM.SO.B.**

Es proposa completar el quadrat màgic multiplicatiu de tal manera que el producte de files, columnes i diagonals sigui 1.

p	q	r
s	1	t
u	4	$\frac{1}{8}$

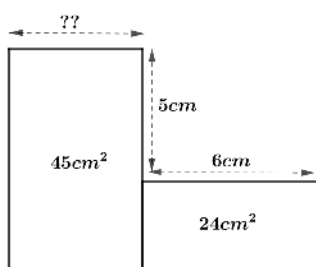
Font: [Multiplication magic square](#)

A partir d'aquí podem plantejar més qüestions com: Quin és el valor de $r+s$?

És un tipus de tasca rica, accessible per a tot l'alumnat des del principi i ampliable a qüestions més complexes.

Un altre bon recurs per treballar el **saber #1.NUM.SO.B** són els Menseki Meiro (laberints d'àrees o *area mazes*), trencaclosques formats per rectangles que s'han de resoldre a partir de raonaments lògics i enginy. Aquest mateix recurs es treballa en el sentit espacial.

Un exemple podria ser aquest:



Font: Elaboració pròpia

La mateixa imatge ja conté les dades i la pregunta. El procediment per resoldre-la no és únic, però la resposta és tancada.

Podem trobar múltiples trencaclosques a l'article [Rompecabezas japoneses: Menseki Meiro](#) d'Antonio Omatos.

En el sentit espacial, es relacionen les potències quadrades amb l'àrea d'un quadrat. Així, en buscar el costat d'un quadrat d'àrea coneguda, en trobem l'arrel quadrada (**saber #1.NUM.SO.C**).

L'activitat que presenta Sílvia Margelí a [Arrel quadrada d'un nombre](#) gira al voltant d'aquesta idea, i alhora, familiaritza l'alumnat amb el llistat dels nombres quadrats perfectes menors que 100.

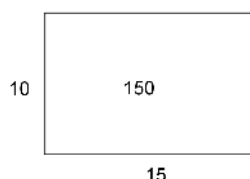
Per a nombres grans, el recurs del GeoGebra [Arrel quadrada](#) de Joan Jareño permet trobar una solució aproximada utilitzant el concepte d'àrea d'un quadrat.

Trobar aproximacions d'arrels quadrades ajuda a interioritzar i entendre millor el concepte. Es pot fer a partir de quadrats de nombres que podem acabar coneixent. Per exemple, per trobar $\sqrt{150}$ podem pensar que $12^2 = 144$ i $13^2 = 169$, d'aquesta manera sabem que $12 < \sqrt{150} < 13$. Es pot deixar aquí l'aproximació, però si es vol treballar amb la calculadora i decimals, es calcula $12,5^2 = 156,25$ i, per tant, $12 < \sqrt{150} < 12,5$. I així es pot continuar aproximant fins a la precisió desitjada.

Per donar un sentit geomètric a l'arrel quadrada, es pot seguir un petit algoritme conegut com el mètode d'Heró. Aquest procediment està explicat per Joan Jareño a l'article [Arrel quadrada 1: el mètode d'Heró](#) al Blog del Calaix +ie. També se'n pot trobar una explicació en el blog de Sílvia Margelí, en l'article [Arrel quadrada d'un nombre](#), que hem citat abans.

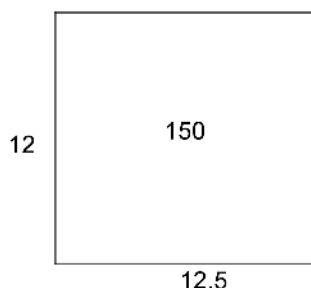
Tot seguit es mostra un exemple d'aplicació del mètode d'Heró:

Per calcular $\sqrt{150}$ descomponem el 150 com a producte de dos nombres $150=10 \cdot 15$, que es pot representar com un rectangle de costats 10 i 15.



Font: Elaboració pròpia

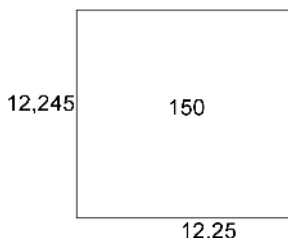
Encara no és un quadrat, provem un altre rectangle que tingui com a costat la mitjana entre 10 i 15, és a dir $(10+15)/2 = 12,5$. L'altre costat del rectangle serà $150:12,5=12$



Font: Elaboració pròpia

Encara no és un quadrat perfecte, però ja s'hi aproxima bastant, per tant $12 < \sqrt{150} < 12,5$.

Si es vol aconseguir una millor aproximació, fem mitjana entre 12 i 12,5 i s'obté $(12+12,5)/2 = 12,25$. Es troba l'altre costat del rectangle d'àrea 150, $150/12,25=12,245$. Per tant podem concloure que $\sqrt{150} \approx 12,2$.



Font: Elaboració pròpia

Els exercicis de calculadora amb una tecla trencada, [Un dia negre amb la calculadora](#), del Calaix +ie, ajuden a millorar el càlcul mental, **saber #1.NUM.SO.D**, i el sentit numèric en general. En aquests exercicis, es demana a l'alumnat que resolgui operacions sense poder utilitzar alguna tecla concreta. Per exemple, com calcular 6·384 si a la nostra calculadora se li ha espatllat la tecla de la multiplicació. Es pot fer servir paper i llapis per anotar resultats intermedis, però no es permet fer operacions.

Una activitat semblant és [Broken Calculator 4](#), de Transum, en què es plantegen reptes de càlcul amb restriccions en les tecles que es poden utilitzar.

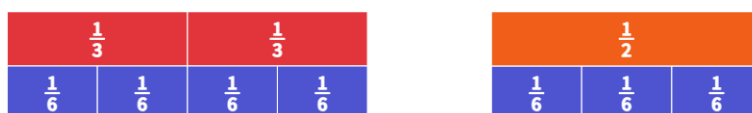
Es poden visualitzar les operacions amb fraccions, **saber #1.NUM.SO.F**, d'una manera molt gràfica amb el tauler de fraccions, explicat en el bloc de Quantitat:

Per fer la suma de $\frac{2}{3}$ més $\frac{1}{2}$ s'utilitzen les peces següents:



Font: Elaboració pròpia amb Mathigon Polypad

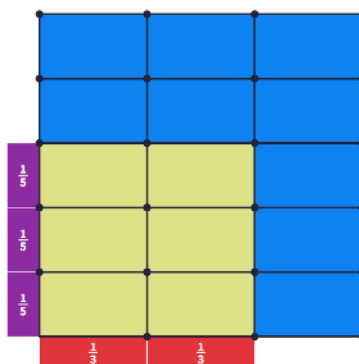
S'ha de trobar una peça que recobreixi de manera exacta les dues peces inicials. Buscar el denominador comú és buscar la unitat que permet mesurar les dues longituds de manera exacta.



Font: Elaboració pròpia amb Mathigon Polypad

Així es comprova que $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$.

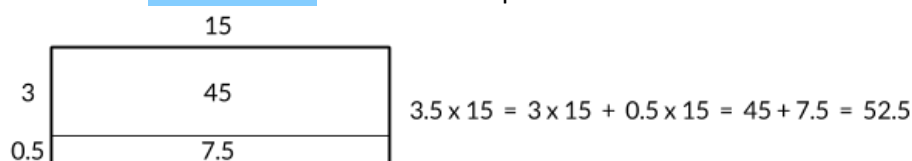
En la imatge següent es mostra una multiplicació de fraccions utilitzant el model de caixa. Es pot observar que $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{15}$.



Font: Elaboració pròpia amb Mathigon Polypad

En el [canal del youtube del Creamat](#) hi ha vídeos que expliquen de manera molt visual conceptes de matemàtiques, com per exemple la [Divisió de fraccions](#).

Per a la multiplicació de nombres decimals, també del **saber #1.NUM.SO.F**, es pot utilitzar el model de caixa, explicat en el **saber #1.NUM.SO.A** i en el sentit espacial.



Font: Elaboració pròpia

Els problemes de nombres naturals o enters a treballar per al **saber #1.NUM.SO.G** han de ser problemes contextualitzats, que en la mesura del possible puguin relacionar-se amb la vida quotidiana. S'ha d'incidir en la interpretació dels resultats i en què l'alumnat ha de verificar si el resultat és coherent amb el context del problema. Algunes propostes per treballar els nombres enters a 1r d'ESO són:

- Gestionar l'inventari d'una botiga: a partir d'un llistat de productes amb unes quantitats inicials, han de gestionar les vendes i les noves entrades de productes.

Es pot fer aquesta activitat d'una forma vivencial, diferenciant tres perfils: gestors de la botiga, compradors i distribuïdors.

- Jocs d'estratègia: en un joc, cada vegada que guanyes, aconsegueixes 10 punts (nombres positius), i cada vegada que perds, et treuen 4 punts (nombres negatius). Si comences amb 0 punts i guanyes 3 partides i en perds 2, quants punts tens al final?

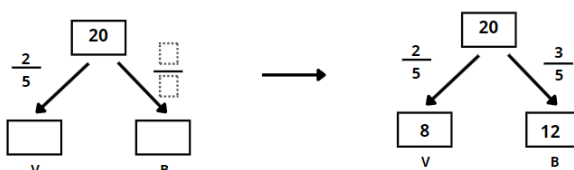
Es poden anar fent diferents hipòtesis de guanys/pèrdua de punts i de partides guanyades i perdudes. Es pot simular en resultats reals de jocs o bé agafar algun esport en particular i estudiar si, canviant les normes de puntuació, pot variar la classificació final.

- Comandaments i regles: un jugador de videojocs guanya i perd vides de la manera següent. Guanya 5 vides en una ronda i perd 3 vides en la següent. Si comença amb 10 vides, quantes vides li queden després de 4 rondes?

Aquest és un problema que porta a pensar les diferents possibilitats amb què es poden trobar, depenent si guanyen o perden una partida. També dona peu a canviar les normes fàcilment i veure com això influeix en els resultats.

Una activitat manipulativa que permet introduir la multiplicació de fraccions mitjançant la fracció d'una fracció, corresponent al **saber #1.NUM.SO.G**, la trobem en el [Proyecto Newton](#), de Pepe Vidal:

L'alumnat pot treballar en parelles. Cada parella ha de tenir 20 papers dels quals n'han de pintar de vermell $\frac{2}{5}$ parts i la resta de color blau. Han de resumir les dades en un diagrama com aquest.



Font: Elaboració pròpia

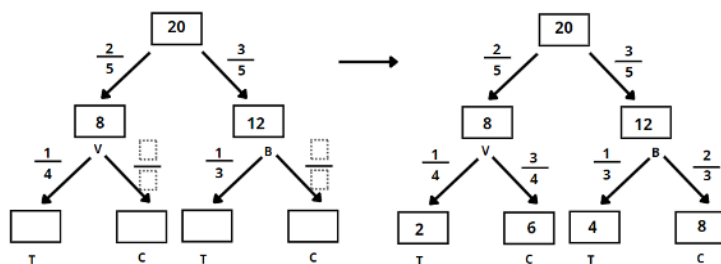
Ara l'alumnat haurà de dibuixar en els papers pintats cercles i triangles en funció d'una proporció donada pel professorat, per exemple han de dibuixar triangles en una quarta parts dels papers vermells i en una tercera part dels blaus. En la resta de papers han de dibuixar cercles.

El que l'alumnat obté és:



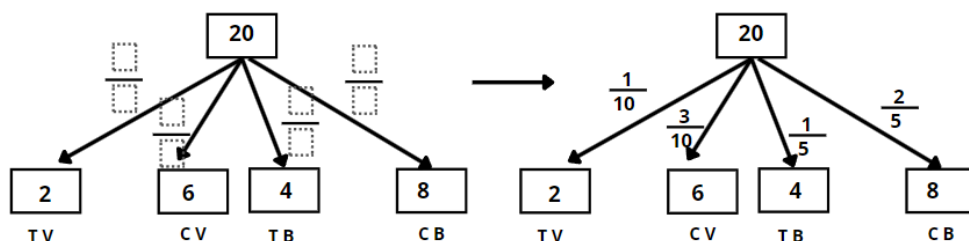
Font: [Proyecto Newton](#)

A partir d'aquí fan el diagrama corresponent.



Font: Elaboració pròpia

Ara agrupant els papers en funció del color i del dibuix, l'alumnat ha de trobar les fraccions corresponents. Tota la informació es resumeix en el diagrama següent:



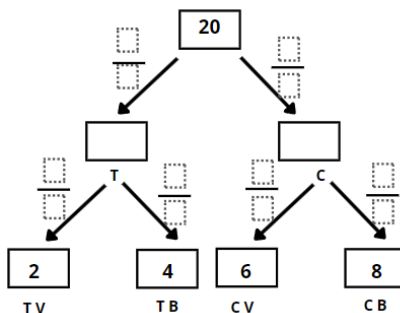
Font: Elaboració pròpia

Amb la calculadora es poden trobar les fraccions irreductibles i comprovar que $\frac{2}{20}$ és el mateix que $\frac{1}{10}$. L'objectiu és que l'alumnat sigui capaç de relacionar conceptes i utilitzar-los adequadament.

A partir d'aquí el professorat ha de fer preguntes com:

- Comprova que la suma de les fraccions és 1.
- Quant és $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{5}$?
- Quant és $\frac{3}{5}$ de $\frac{2}{3}$?

Es pot ampliar aquesta activitat demanant a l'alumnat que agrupi els papers en triangles i en cercles, de manera que hagin de construir el diagrama començant per la part inferior.



Font: Elaboració pròpia

A partir d'aquests tipus d'activitats, el professorat pot mostrar com resumir les dades utilitzant les taules de doble entrada. Això permet la connexió dels diferents conceptes que es van treballant.

	TRIANGLES	CERCLES	TOTAL
VERMELL	2	6	8
BLAU	4	8	12
TOTAL	6	14	20

Font: Elaboració pròpia

Aquesta activitat es pot fer de manera similar amb decimals o percentatges. Això ajudarà l'alumnat a ser conscient que són diverses expressions del mateix concepte.

En el **saber #1.NUM.SO.H** un bon recurs és el del [Joc del 24](#), d'Antoni Gomà. El joc té unes normes molt clares i l'alumnat ha de buscar l'operació combinada adequada per arribar al resultat correcte. Una variant d'aquest joc és el que es presenta en l'enllaç [24 en ruta!](#), publicat per Manel Martínez al Punt Singular, on es detalla com portar l'activitat a l'aula.

El joc [Countdown](#) de NRICH també és útil per treballar el **saber #1.NUM.SO.H**. Proposa el repte d'utilitzar els números disponibles i les quatre operacions estàndard (suma, resta, multiplicació i divisió) per aconseguir una xifra objectiu. Aquesta activitat ofereix un context motivador per practicar estratègies de càlcul. Normalment, hi ha més d'una manera d'assolir l'objectiu, cosa que proporciona una oportunitat per a una discussió enriquidora.

Anima els estudiants a fer estimacions i a treballar amb solucions a mesura que s'acosten al nombre objectiu. Cal destacar que, en aquests problemes, l'alumnat no es limita a aplicar la prioritat d'operacions sobre expressions «prefabricades», sinó que les construeix activament.

Relacions

Sabers

- Adquisició del concepte de múltiple i divisor d'un nombre. **[ESS]**
- Identificació de nombres primers i compostos. **[ESS]**
- Descomposició d'un nombre en factors primers. **#ALG.PC**
- Interpretació i càlcul del mínim comú múltiple i el màxim comú divisor de dos o més nombres. **#ALG.PC**
- Utilització de factors primers, múltiples i divisors per resoldre problemes, mitjançant estratègies i/o eines diverses, inclòs l'ús de la calculadora. **#ALG.PC**

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

Els sabers d'aquest bloc se centren en la utilització de factors primers, múltiples i divisors per resoldre problemes. La resta de continguts d'aquest bloc que marca el currículum es treballen específicament en cursos posteriors.

Es proposen activitats amb l'objectiu que l'alumnat es familiaritzi i domini els conceptes de múltiples i divisors i pugui aplicar-ho en diferents contextos.

Comentaris sobre les connexions

Els **sabers #1.NUM.RE.C, #1.NUM.RE.D i #1.NUM.RE.E** es connecten amb el sentit algebraic, concretament amb el pensament computacional, ja que requereixen un procés sistemàtic, similar a com es divideixen tasques en programació.

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

Els **sabers #1.NUM.RE.A i #1.NUM.RE.B** es marquen com a essencials perquè contribueixen a la comprensió dels nombres i les seves relacions i, a més, per preparar els alumnes per treballar la resta dels sabers d'aquest bloc.

Es proposa introduir el **saber #1.NUM.RE.A** amb material manipulatiu, que permet la comprensió del concepte i l'adquisició de destreses necessàries per a la seva aplicació.

Respecte al **saber #1.NUM.RE.B**, l'alumnat ha d'aprendre a identificar nombres primers fins a cert valor (generalment fins a 100) i distingir-los dels nombres compostos mitjançant l'anàlisi dels seus divisors.

Observacions sobre alguns sabers específics

Els sabers essencials, juntament amb el **saber #1.NUM.RE.C**, permeten explorar la distribució dels nombres primers i la seva freqüència a mesura que els nombres creixen. Això els ajuda a desenvolupar el pensament lògic i a reconèixer regularitats en els nombres naturals.

Els sabers **#1.NUM.RE.D i #1.NUM.RE.E** permeten aprofundir en els conceptes treballats en tot el bloc i afavoreixen l'adquisició de les destreses necessàries per aplicar-los en diferents situacions.

Recursos i activitats

Recursos i activitats generals per al bloc de sabers

El material que Manel Martínez va presentar a les jornades d'Ademgi del 2024, [Parlem i compartim dels sabers a les competències](#), és un bon recurs per treballar els sabers d'aquest bloc, especialment els tres primers, **sabers #1.NUM.RE.A, #1.NUM.RE.B i #1.NUM.RE.C**.

Es tracta de 2 jocs de cartes diferents:

El primer joc [Cartes de multiplicació 10x10](#) són cartes de multiplicació amb productes de parelles de nombres entre 1 i 10. Per una cara tenen l'expressió aritmètica d'una multiplicació i la representació geomètrica com a rectangle i, per l'altra, el resultat d'aquesta multiplicació. A l'[enllaç](#) s'expliquen diferents activitats que es poden fer amb aquestes cartes.



Font: [Parlem i compartim dels sabers a les competències](#)

El segon joc són [Cartes de l'1 al 100](#). Les cartes són de 3 colors (blau, verd i vermell) i algunes de les cartes tenen un marc. A una de les cares trobem el nombre amb la seva descomposició factorial fet amb un codi de colors i a l'altra un esquema de la descomposició factorial en arbre, si es tracta d'un nombre compost, o una representació del garbell d'Eratòstenes, si es tracta d'un nombre primer.



Font: [Parlem i compartim dels sabers a les competències](#)

Amb aquest segon joc de cartes es pot fer l'activitat de l'hotel de les 100 portes:

Un hotel disposa de 100 habitacions i 100 cambrers. Els cambrers acostumen a actuar de la manera següent:

El primer cambrer tanca les portes de totes les habitacions.

El segon obre les portes de les habitacions parells.

El tercer canvia l'estat de totes les portes que són múltiples de 3. Si la porta està tancada, l'obra, i si està oberta, la tanca.

El quart canvia totes les que són múltiples de 4.

...

Així fins a arribar a l'últim cambrer.

Quines portes quedaran tancades al final?

A l'enllaç de la [presentació](#) hi ha descrites diferents preguntes i es donen indicacions clares de com treballar i aprofitar aquest material a l'aula.

[Recursos i activitats per treballar sabers concrets](#)

En l'entrada del CREAMAT [Nombres amb nom propi](#) es poden trobar propostes d'activitats de nombres amb propietats interessants per treballar a l'aula. Una de les activitats que permet treballar el **saber #1.NUM.RE.A** és la d'Abundants, deficients i perfectes i algunes relacions, en què es classifica un conjunt de nombres segons sigui la suma dels seus divisors propis (exclòs el nombre).

Per saber de quin tipus és un nombre s'han de sumar tots els seus divisors excepte ell mateix. Si aquesta suma és:

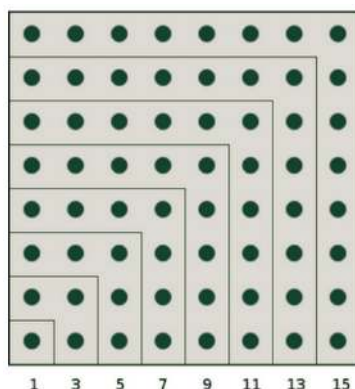
- *Superior al nombre, serà abundant:*
El 24 és abundant, ja que la suma dels seus divisors és $1+2+3+4+6+8+12=36 > 24$.
- *Més petita, serà deficient:*
El 15 és deficient, ja que la suma dels seus divisors és $1+3+5=9 < 15$.
- *Exactament el mateix nombre, serà perfecte:*
El 6 és perfecte: $1+2+3=6$.

Explorar a quin tipus pertany un nombre és una bona excusa per buscar-ne tots els divisors amb algun objectiu clar. També l'alumnat pot cercar a Internet conjectures, llistes, propietats relacionades amb aquests nombres.

No és difícil (el que no vol dir que sigui fàcil) descobrir quins nombres queden destapats. Normalment es descobreixen dues pautes:

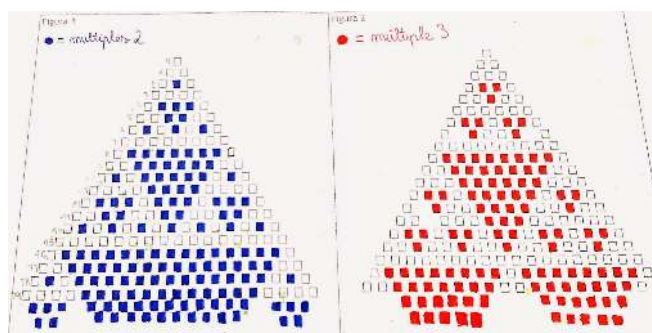
- que són els quadrats perfectes (1, 4, 9, 16...).
- que per «endevinar» la porta següent cal sumar successius senars (1, $1+3=4$, $1+3+5=9$, $1+3+5+7=16$...).

Es pot aprofitar per relacionar les dues descobertes amb una il·lustració com la següent:



Font: [@Haskell_ETSIIT](#)

Una altra activitat per treballar el **saber #1.NUM.RE.A** és la que ens proposen des de l'Institut Baix a Mar, [Triangle de Pascal](#). A partir dels nombres del triangle, s'han de pintar o marcar aquelles caselles que estan ocupades per múltiples de 2, i observar què passa. Es pot fer amb els múltiples de 3, 4, 5 o qualsevol altre. Cal tenir en compte que com més gran sigui el nombre, més gran haurà de ser el triangle per poder extreure'n alguna conclusió.



Font: [Triangle de Pascal](#)

Al web del PuntMat trobem el post [Els primers nombres primers](#) per treballar el **saber #1.NUM.RE.B.** La tasca de familiaritzar-se amb els nombres primers pot desenvolupar-se en un ambient de resolució de problemes.

En el post es comenten alguns exemples d'activitats que l'alumnat pot resoldre simplement coneixent els 30 nombres primers més petits que 120, però s'hi han afegit alguns comentaris d'aprofundiment per si es vol treure més suc d'uns problemes que en alguns casos tenen un rerefons matemàticament rellevant.

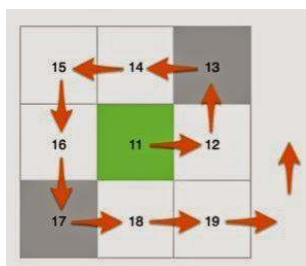
1) Primers i parells: escriu cada nombre parell entre 2 i 100 com a suma de dos nombres primers. Hi ha algun nombre senar que es pugui escriure com a suma de dos nombres primers?

2) Primers i quadrats: quin és el primer nombre quadrat que no es pot expressar com a suma de dos primers? Quins nombres primers de dues xifres no es poden expressar com a suma de dos quadrats?

3) Primers i múltiples de 6: quin és el primer múltiple de 6 que no té cap nombre primer com a veí?

4) Primers i potències de base 2: De Polignac creia que tots els nombres senars a partir del 3 es podien escriure com a la suma d'una potència de 2 i un nombre primer. Organitzeu-vos per confirmar aquesta creença per a tots els senars més petits que 120 i per trobar un exemple que mostri que estava equivocat.

5) Primers en espiral: continua l'espiral numèrica que apareix a la imatge i pinta les cel·les on apareixen nombres primers. Què hi observes?



Font: [Els primers nombres primers](#)

Continuant amb el **saber #1.NUM.RE.B.**, al número 40 de la revista *NouBiaix*, publicat el juliol de 2017, en l'article [Nosaltres com a recurs: role-plays a classe de matemàtiques \(i 2\)](#), es descriu un joc de rol molt interessant desenvolupat pel professor Albert Herrero amb el seu alumnat del club matemàtic Googolplex (Canet de Mar - Sant Cebrià de Vallalta - Sant Pol de Mar). Aquesta activitat està pensada per treballar visualment els conceptes de nombres primers i compostos.

L'activitat consisteix en una coreografia en la qual participen successivament 1 alumne, 2 alumnes, 3 alumnes, 4 alumnes, i així successivament. Quan el nombre d'alumnes correspon a un

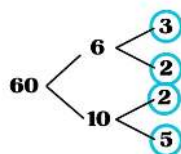
nombre primer, es formen en una única rotllana; en canvi, quan és un nombre compost, s'organitzen en diverses rotllanes amb el mateix nombre d'alumnes a cada grup.

Es tracta d'una proposta atractiva i dinàmica que es pot veure en un dels vídeos presentats al VideoMat 2016: [Es pot veure la divisibilitat?](#)

L'entrada [Més sobre l'arbre de factors](#), que trobem al PuntMat, ens permet treballar el **saber #1.NUM.RE.C**. Un arbre de factors és un diagrama que s'utilitza per descompondre un nombre en els seus factors primers.

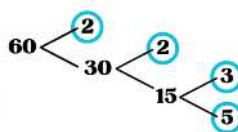
El procés per crear un arbre de factors és el següent:

1. Escollir un nombre compost (per exemple el 60).
2. Dividir el nombre per un dels seus factors, que també pot ser compost (en el cas del 60, es pot fer 6 per 10).
3. Continuar dividint els resultats obtinguts fins a arribar a factors primers (en el nostre cas, $60=6 \cdot 10$; $6=2 \cdot 3$ i $10=2 \cdot 5$).
4. Representar aquesta informació en forma d'arbre en què cada branca representa una divisió fins a arribar als factors primers.



Font: Elaboració pròpia

L'arbre de l'exemple també podria ser:



Font: Elaboració pròpia

A partir de qualsevol dels dos arbres podem escriure la descomposició: $60=2^2 \cdot 3 \cdot 5$.

Un arbre de factors permet visualitzar de manera clara la descomposició d'un número i és útil per comprendre millor la relació entre els números i els seus factors primers. Fins i tot és útil per descobrir des de la pràctica la unicitat de la descomposició. Fem l'arbre que fem, fem el camí que fem, arribem a la mateixa descomposició en factors primers.

Els arbres de factors tenen una sèrie d'usos importants en matemàtiques. Per exemple, els podem utilitzar per:

- Identificar parells de factors (dos nombres que es multipliquen per formar un altre nombre);
- Trobar factors primers (factors que són nombres primers);
- Trobar el màxim comú divisor de dos o més nombres;
- Trobar el mínim comú múltiple de dos o més nombres;
- Veure si un nombre és un nombre quadrat (un nombre que s'ha multiplicat per si mateix una vegada) o un nombre cúbic (un nombre que s'ha multiplicat per si mateix dues vegades).

Per treballar el concepte de màxim comú divisor, **saber #1.NUM.RE.D**, es pot fer la [Pràctica productiva: Restes 1](#) següent, del PuntMat, en què es calcula el màxim comú divisor a partir de l'algorisme d'Euclides. En aquesta activitat, donats dos nombres marcats en una graella amb els nombres entre 1 i

100, l'alumnat ha de restar aquests nombres i marcar sobre la taula el seu resultat. A partir d'aquí han d'anar fent totes les restes dels nombres que estiguin acolorits en la graella i anar marcant els resultats. En el vídeo del Creamat, [Graella numèrica](#), de la Cecília Calvo, s'explica al professorat com dur a terme l'activitat. El paper de les preguntes que fa el professorat durant l'activitat és essencial. És important que l'alumnat faci prediccions, ja que els permet apropar-se a la formulació de conjectures i la seva justificació.

Els algorismes utilitzats i treballats per calcular el mcm i el mcd tenen molt a veure amb el pensament computacional. En aquest enllaç, [Mcd, mcm i algorisme d'Euclides](#), hi ha exemples per programar el seu càlcul amb *Snap!*

També es pot treballar el mcm i el mcd amb policubs de colors. En els tres enllaços següents es mostra com fer-ho: [Mcm/mcd amb policubs](#) de Mireia Dosil, [Divisibilidad con policubos](#) d'Antonio Omatos i el [vídeo de TikTok](#) de @howie_hua.

Per treballar el **saber #1.NUM.RE.E**, presentem diferents situacions quotidianes en les quals podem utilitzar el mcm o el mcd. Un exemple el podem trobar en un fragment de la pel·lícula [El pare de la núvia](#), que es pot veure en el web de Robert Kaplinsky, en el qual ens planteja el problema [How Many Hot Dogs And Buns Should He Buy?](#), que es descriu a continuació:

En un fragment de la pel·lícula *El pare de la núvia* s'exposa la situació. Després de veure'l es fan les preguntes:

- Quantes salsitxes hi ha en un paquet?
- Quants panets de salsitxes hi ha en un paquet?
- Què pot passar si comprem un paquet de salsitxes i un paquet de panets?
- Hi ha alguna manera que no en sobri cap? Quants paquets de salsitxes i quants paquets de panets hauríem de comprar com a mínim?



Font: [How Many Hot Dogs And Buns Should He Buy?](#)

Un altre context per treballar la resolució de problemes, referent al **saber #1.NUM.RE.E** el trobem a l'article [Els «sona»: contes, geometria i nombres \(1\)](#), del blog del Calaix +ie, que explora els «sona» o «lusona», uns dibuixos geomètrics utilitzats per alguns contacontes africans per acompanyar les seves històries. Aquests dibuixos tenen una estructura matemàtica interessant, ja que sovint es poden traçar d'un sol cop unint punts sobre una quadrícula.

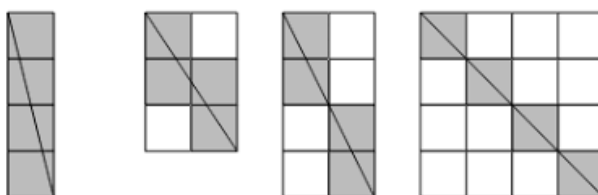
A partir d'un exemple concret, *El perro y el cazador*, s'analitza com aquests traçats segueixen patrons geomètrics i es relacionen amb conceptes matemàtics com el màxim comú divisor (mcd). L'estudi dels lusona mostra que el nombre de voltes necessàries per recobrir tots els punts d'un rectangle correspon al mcd dels seus costats.

L'article també planteja activitats per a l'aula, com investigar els patrons dels lusona, justificar la relació amb el mcd, o col·locar miralls als punts interiors per modificar els trajectes.

També es pot treballar el **saber #1.NUM.RE.E** amb l'activitat Quants quadrets travessa la diagonal?. L'objectiu és descobrir una regla general per calcular quants quadrets travessa la diagonal d'un rectangle dibuixat en una quadrícula sense haver de comptar-los un a un.

Per fer-ho l'alumnat ha de:

- Dibuixar un rectangle sobre paper quadriculat amb dimensions $a \times b$. Poden començar amb alguns exemples senzills, com 4×3 , 5×2 o 6×4 .
- Traçar la diagonal del rectangle des del vèrtex inferior esquerre fins al vèrtex superior dret.
- Comptar quants quadrets diferents travessa la diagonal.
- Repetir l'activitat amb altres rectangles i buscar patrons. Hi ha alguna relació entre els costats del rectangle i el nombre de quadrets travessats?
- Descobrir la regla: després d'investigar diversos casos, ha d'intentar trobar una fórmula general per saber, sense comptar, quants quadrets travessa la diagonal.



Font: [stackoverflow](https://stackoverflow.com)

Per ajudar-los a trobar la solució es poden fer les qüestions següents:

- Quina diferència hi ha entre els quadrets que toquen només un costat i els que toquen una cantonada exacta?
- Com es relaciona això amb el màxim comú divisor (mcd) dels dos costats del rectangle?
- Comprova si aquesta fórmula funciona amb els rectangles que ja heu dibuixat:
 $\text{Nombre de quadrets travessats} = a + b - \text{mcd}(a, b)$.

L'alumnat hauria d'arribar a la conclusió que quan la diagonal travessa una línia vertical o horitzontal, entra en un nou quadret. Si els costats del rectangle fossin nombres primers entre si, la diagonal mai passaria exactament per una intersecció de línies (només travessaria línies horitzontals o verticals, però no totes dues alhora). En canvi, si a i b tenen factors comuns, la diagonal travessarà alguns punts d'intersecció exactes, i es reduirà el nombre total de quadrets diferents per on passa. El màxim comú divisor $\text{mcd}(a, b)$ ens indica quants punts d'intersecció exactes hi ha dins del rectangle, i és per això que el restem de la suma $a + b$.

El vídeo de Youtube [How Many Squares does the Diagonal of an m x n Rectangle Cross?](https://www.youtube.com/watch?v=HwMg8v8v8v8) proporciona una demostració clara i intuïtiva d'aquesta fórmula, que ajuda a entendre millor la relació entre el recorregut de la diagonal i la dimensió del rectangle.

Raonament proporcional

Sabers

- Identificació de casos de proporcionalitat directa a partir de diferents situacions i contextos.
[ESS] #EST.PI, #MES.ME
- Ús de les fraccions per treballar problemes de proporcionalitat directa i càlcul de percentatges.
[ESS] #ALG.MM, #MES.ME

Descripció i orientacions

Reflexions inicials i comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

Aquest bloc vol reflectir les relacions de proporcionalitat entre quantitats en diferents contextos. Això inclou comprendre i aplicar conceptes com la proporcionalitat directa, raons i fraccions, escales, percentatges i les seves aplicacions en situacions de la vida quotidiana.

Mitjançant aquests sabers, els alumnes aprenen a establir connexions lògiques entre les quantitats, utilitzant estratègies com el càlcul mental, la simplificació de relacions i l'ús de representacions gràfiques per entendre com les magnituds varien de manera conjunta.

Aquest raonament és essencial per a la resolució de problemes que impliquen el pensament matemàtic i científic, i així fomentar un aprenentatge més profund i aplicat de les matemàtiques.

Comentaris sobre les connexions

Treballant amb taules, gràfiques i expressions algebraiques, l'alumnat pot comprendre com identificar la constant de proporcionalitat i aplicar-la a la resolució de problemes reals. A més, aquest coneixement els ajuda a desenvolupar una millor comprensió del concepte de funció lineal, i els prepara per a conceptes més avançats en àlgebra i anàlisi matemàtica.

Observacions sobre alguns sabers específics

El **saber #1.NUM.RP.A** ha de servir perquè els estudiants aprenguin a identificar les diferents relacions de proporcionalitat segons les diverses situacions quotidianes. És fonamental que siguin capaços de distingir quan una relació és de proporcionalitat directa i quan no ho és. Per aquest motiu, és important plantejar situacions que incloguin proporcionalitat directa, proporcionalitat inversa i relacions no proporcionals.

Una activitat que es pot plantejar a l'alumnat és un llistat de magnituds en què hagin de contestar si són o no de proporcionalitat directa. En aquest llistat s'ha de posar casos de resposta negativa (quan el cost va per franges, casos de proporcionat afí, algun d'inversa, ofertes «en pagues dos, te n'emportes tres»). L'alumnat ha d'aprendre que la clau és que hi hagi una raó constant (el tant per u) o que observin que hi ha un creixement «paral·lel» de les dues magnituds.

Pel que fa al **saber #1.NUM.RP.B**, és important treballar problemes en diversos contextos i introduir progressivament tant la proporcionalitat directa com els percentatges. Pot ser convenient introduir el concepte d'escala, si bé només fent referència al doble, la meitat... Les escales es treballen més àmpliament a 2n d'ESO tant en el sentit numèric com el de la mesura.

Recursos i activitats

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

Una activitat per treballar els sabers d'aquest bloc, **sabers #1.NUM.RP.A** i **#1.NUM.RP.B**, seria [Nana's Paint Mixup](#), del professor Dan Meyer. Pot ser un problema per introduir el concepte de proporcionalitat directa.

Aquest és un problema en tres actes. Tal com s'explica al web del [CREAMAT](#), un «problema en 3 actes» és una proposta original de Dan Mayer i consisteix a dividir una tasca en tres moments:

Acte 1. Es presenta una situació (amb una imatge, un vídeo...) que sorprengui i estimuli l'alumnat a fer-se preguntes. En aquesta fase no es donen dades. Només es formulen i trien les preguntes, especialment aquelles que necessitin les matemàtiques per poder respondre-les.

Acte 2. Es planifica la resolució del problema (o problemes). Es trien i cerquen les dades necessàries. En aquest acte es poden proposar altres imatges o vídeos que orientin l'estratègia de resolució.

Acte 3. Es dona resposta a la pregunta o preguntes, i es fan preguntes noves si sorgeixen.

El problema a [Nana's Paint Mixup](#), del professor Dan Meyer, es presenta a l'alumnat seguint els actes següents:

- Acte 1: Es mostra a l'alumnat un [vídeo](#) que es troba en el web de l'activitat, en el qual es fa una pregunta i l'alumnat, sense fer cap càlcul, ha de fer conjetures. El professorat recollirà les aportacions fetes i incentivarà que en facin més, preguntant a l'alumnat, per exemple, si és l'única possibilitat.



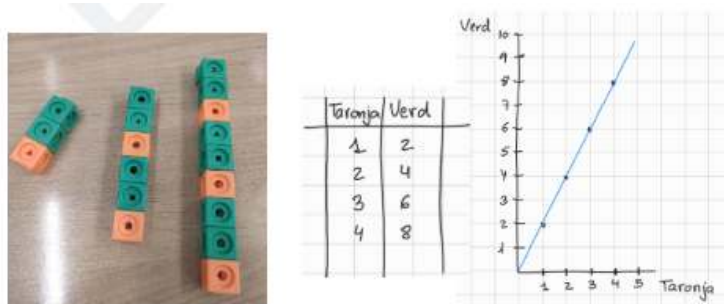
Font: [Nana's Paint Mixup](#)

- Acte 2: L'alumnat, utilitzant eines matemàtiques, ha de trobar una solució al problema.
- Acte 3: Es mostra la solució visionant el [vídeo](#) que es troba en el web de l'enunciat. L'alumnat explica com són les seves solucions i es proposa que en trobin d'altres que no siguin la mateixa del vídeo.



Font: [Nana's Paint Mixup](#)

També es pot utilitzar material manipulatiu per treballar aquests sabers, **sabers #1.NUM.RP.A** i **#1.NUM.RP.B**. L'alumnat pot explorar relacions de proporcionalitat directa apilant blocs de colors segons una constant de proporcionalitat. Per exemple, si la constant de proporcionalitat és 2, per cada bloc de color taronja n'hi ha dos de verds. A partir d'això, poden construir estructures augmentant progressivament el nombre de blocs de cada color i recollir les dades en una taula. Amb aquestes dades, es pot representar gràficament la relació, assignant un eix a cada color.



Font: Elaboració pròpia

Blocs de competències: processos matemàtics i gestió socioemocional

El conjunt de sabers que constitueixen el sentit numèric, com tots els altres sentits, s'ha de relacionar amb el conjunt de competències del currículum. Sense un coneixement dels sabers, difícilment es poden desenvolupar els processos per avançar en l'assoliment de les competències i, d'altra banda, la manera com s'introdueixen, es construeixen i s'utilitzen els sabers és clau per dur a terme un treball competencial.

Així doncs, tots els sabers poden contribuir a desenvolupar qualsevol competència si es treballen en activitats adequades. Igualment, un saber pot contribuir a desenvolupar diverses competències.

Es presenta la relació entre els sentits i les competències específiques a través dels processos: resolució de problemes (competències específiques CE 1 i CE 2); raonament i prova (competències específiques CE 3 i CE 4); connexions, on distingim les internes (competència específica CE 5) i les externes (competència específica CE 6); comunicació i representació (competència específica CE 7), i gestió socioemocional (competències específiques CE 8 i CE 9).

Aquesta relació, pel que fa al sentit numèric, es concreta, en el marc d'aquest exemple, de la manera que es descriu en els apartats següents, tot i que poden existir altres anàlisis igualment vàlides.

Resolució de problemes (CE 1 i CE 2)

El sentit numèric és bàsic en la resolució de problemes. L'ús de diferents estratègies en la utilització dels nombres permet interpretar i resoldre les situacions plantejades a l'aula relacionades amb les matemàtiques i amb l'entorn. La comprensió dels nombres, de les relacions entre ells i del sentit de les operacions té un paper clau en la resolució de molts problemes matemàtics. En particular, a 1r d'ESO, es comença a treballar la proporcionalitat directa, que permet abordar un ampli ventall de problemes contextualitzats. El sentit numèric proporciona, doncs, moltes possibilitats per desenvolupar les competències específiques CE 1 i CE 2 vinculades a la resolució de problemes.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar la resolució de problemes són, entre d'altres:

- El **saber #1.NUM.CO.A** se centra explícitament en la resolució de problemes basats en recomptes sistemàtics.
- El **saber #1.NUM.SO.G**, que s'identifica com a essencial, destaca la resolució de problemes contextualitzats entorn de l'aplicació de nombres. El **saber #1.NUM.SO.H** subratlla la importància de resoldre problemes en què apareguin expressions aritmètiques amb operacions combinades.
- El **saber #1.NUM.SO.I** posa l'atenció en la interpretació i validació dels resultats obtinguts en problemes contextualitzats, aspecte que contribueix al desenvolupament de la competència CE 2.
- El **saber #1.NUM.RE.E** s'orienta a la resolució de problemes relacionats amb els múltiples i divisors, emprant estratègies diverses i contribuint així al desenvolupament de la competència CE 1.

Recursos

Alguns dels recursos esmentats per treballar diferents sabers del sentit numèric fan referència directa al procés de resolució de problemes i poden contribuir al desenvolupament de les competències específiques CE 1 i CE2. Per exemple:

- Les piràmides d'Al·laia, una activitat del Fem Matemàtiques de 2024 (a propòsit del **saber #1.NUM.CO.A**), en què s'ha d'interpretar i modelitzar un problema contextualitzat amb la finalitat d'argumentar amb lògica matemàtica les preguntes que s'hi descriuen per encaminar la recerca associada.
- La gestió de les fraccions que ofereix el [Proyecto Newton](#) (referenciat dintre dels recursos del **saber #1.NUM.SO.G**) que es troben especialment dissenyades per tal d'assolir la competència CE1 i CE2.
- L'activitat Consecutive Numbers de NRICH (citada a propòsit del **saber #1.NUM.SO.A**) és un bonic problema de «llindar baix, sostre alt i parets amples», que permet un abordatge fàcil, que es pot treballar per diversos camins i que es pot estirar molt.
- A propòsit del **saber #1.NUM.RE.E** es presenta un problema sobre salsitxes i panets de *hot dog* plantejat a partir d'un fragment de la pel·lícula *El pare de la núvia* en què s'exposa una curiosa situació ben contextualitzada.

Raonament i prova (CE 3 i CE 4)

L'argumentació basada en les propietats dels nombres i els raonaments numèrics no només desenvolupa la capacitat de raonar i argumentar, de fer i fer-se preguntes, d'admetre que l'error forma part del procés i d'adonar-se que la resolució d'un repte és un pas per continuar resolent més situacions. Aquest procés inclou la formulació de conjectures, el qüestionament constant, i l'anàlisi i millora d'estratègies. El bloc de raonament proporcional del sentit numèric estableix les bases per introduir l'alumnat en una mena de raonament que s'anirà ampliant durant l'ESO, fins a convertir-se en una idea transversal clau en el coneixement matemàtic de secundària. Les competències específiques CE 3 i CE 4 fan referència a aquest procés. En particular, la competència específica CE 4 se centra especialment en el pensament computacional.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar el raonament són, entre d'altres:

- El **saber #1.NUM.SO.D** posa l'atenció en el raonament en relació amb el càlcul mental (exacte o estimatiu), una habilitat molt útil en l'activitat quotidiana i que contribueix al desenvolupament de la competència específica CE 3.
- En el context de resolució de problemes el **saber #1.NUM.CO.A** convida al raonament entorn dels recomptes sistemàtics mitjançant representacions gràfiques i el **saber #1.NUM.SO.I** s'enfoca en el raonament per establir i argumentar la validesa de solucions.
- Els **sabers #1.NUM.SO.E**, **#1.NUM.QU.M** i **#1.NUM.RE.E** destaquen l'ús adequat de la calculadora i, per tant, entronquen molt bé amb el desenvolupament de la competència CE4 referent al pensament computacional.
- El **saber #1.NUM.RP.A** convida a treballar el raonament proporcional que serà essencial al llarg de tota l'ESO.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers fan referència directa al procés de raonament i prova. Per exemple:

- La calculadora amb una «tecla trencada» (a propòsit del **saber #1.NUM.SO.D**), permet una dinàmica de raonament vinculada a la creativitat i la generació de noves combinacions per trobar el resultat desitjat.
- Tant l'anterior recurs, com totes les activitats vinculades amb la calculadora científica, ajuden a desenvolupar la CE4, ja que reflecteixen el procés de depuració quan les fan servir i cometen errors, ja sigui per una incorrecció en la seqüència de les operacions o en l'entrada de valors. En qualsevol dels casos, es veuen en la necessitat de revisar i pensar en les instruccions premudes en veure per pantalla resultats inesperats o incongruents amb la seva predicció, fet que força el seu pensament crític i els fa tornar a provar per aconseguir l'encert.
- Les activitats Subtracting Reverses i El poder del 37 (citades a propòsit del **saber #1.NUM.SO.A** i extretes del web Math for Love) presenten una fase d'experimentació, una fase de descoberta (amb un punt de sorpresa) i una fase de raonament per tal de deduir el perquè del que passa, i així contribuir al desenvolupament de la competència específica CE 3.
- El problema que s'ha anomenat de l'hotel de les 100 portes (citat a propòsit dels **sabers #1.NUM.RE.A**, **#1.NUM.RE.B** i **#1.NUM.RE.C**) convida a un raonament interessant sobre la paritat de la quantitat de divisors d'un nombre i contribueix a desenvolupar la competència CE 3.

Connexions amb altres parts de la matemàtica (CE 5)

El sentit numèric és la base per a la resta de sentits de la matemàtica. Ajuda a assolir els sabers bàsics de l'àlgebra, la mesura, l'espai, l'estadística i la probabilitat. Així mateix, el raonament proporcional intervé tant en el sentit algebraic com en el sentit estocàstic. Les connexions internes estan especialment associades a la competència específica 5, que promou una comprensió més profunda i integrada dels coneixements matemàtics.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar les connexions internes són, entre d'altres:

- El **saber #1.NUM.QU.D**, sobre ús de fraccions, presenta dues connexions internes molt rellevants: una amb el sentit espacial, basada en la representació geomètrica de fraccions, i una altra amb el sentit estocàstic, basada en l'ús de fraccions per indicar probabilitats.
- El **saber #1.NUM.RP.B** vincula l'ús de fraccions als problemes de proporcionalitat directa, càlcul de percentatges i escales, i fa connexions internes que ajuden a desenvolupar la competència CE 5.
- Els **sabers #1.NUM.SO.E**, **#1.NUM.SO.H** i **#1.NUM.QU.M**, relacionats amb l'ús de la calculadora, la jerarquia de les operacions en l'avaluació d'expressions aritmètiques i la representació de nombres en notació científica, presenten connexions amb el pensament computacional del sentit algebraic.
- El **saber #1.NUM.QU.K** fa referència a l'error absolut i relatiu en l'aproximació de nombre, estableix una connexió interna natural amb el sentit de la mesura i contribueix al desenvolupament de la CE 5.
- El **saber #1.NUM.RP.A**, sobre identificació de relacions de proporcionalitat directa, està molt vinculat al sentit de la mesura.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers del sentit numèric aporten o utilitzen connexions internes i, per tant, poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 5. Per exemple:

- El material Cartes de fraccions impròpies (citat a propòsit del **saber #1.NUM.QU.J**) permet connectar quatre tipus de representacions de les fraccions impròpies (sectors circulars, parts d'un segment, fraccions impròpies i nombre mixt).
- Els Menseki Meiro (laberints d'àrees), citats a propòsit del **saber #1.NUM.SO.B**, són un gran recurs no tan sols per treballar les operacions aritmètiques sinó també per connectar aquestes operacions amb configuracions geomètriques relacionades amb àrees i longituds. Estableix així una potent connexió interna i contribueix al desenvolupament de la CE 5.
- El joc de cartes de multiplicació 10 x 10 (presentat a propòsit dels **sabers #1.NUM.RE.A**, **#1.NUM.RE.B** i **#1.NUM.RE.C**) planteja també un exercici de connexió interna entre el resultat d'un producte i l'àrea d'un rectangle.

Connexions amb altres matèries i amb l'entorn (CE 6)

La identificació dels nombres com a model permet aplicar a diferents contextos les seves propietats i representacions simbòliques, i així obtenir més informació sobre el context. Més enllà de l'ús instrumental de les matemàtiques, aquesta comprensió més profunda dels nombres enriqueix la interpretació dels conceptes en altres disciplines. Les connexions externes estan especialment associades a la competència específica CE 6.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar les connexions externes són, entre d'altres:

- El **saber #1.NUM.QU.B**, que s'identifica com a essencial, assenyalava la importància d'identificar i utilitzar els nombres naturals i enters en contextos quotidians.
- El **saber #1.NUM.QU.D**, que també s'identifica com a essencial, destaca la presència i ús de fraccions en diferents contextos.
- El **saber #1.NUM.QU.M** fa referència a l'ús de la notació científica per representar nombres molt grans, un coneixement que és important també en altres matèries de l'àmbit científic i tecnològic i en la comprensió de la magnitud de grans distàncies, superfícies, volums o masses.
- El **saber #1.NUM.RP.A** està centrat en la identificació de relacions de proporcionalitat directa en diferents contextos.

Recursos

Molts dels recursos descrits per treballar diferents sabers del sentit numèric ofereixen oportunitats per fer connexions externes i contribuir així al desenvolupament de la competència específica CE6. Per exemple:

- L'activitat Explorant els ordres de magnitud (citada a propòsit del **saber #1.NUM.QU.M**) permet donar sentit al treball en notació científica i, més en general, a l'ús de potències de 10.
- A propòsit del **saber #1.NUM.SO.G** se suggereixen alguns tipus de problemes contextualitzats en l'entorn quotidià. Cadascun és un bon exemple de connexió externa.

- L'activitat “Nana's Paint Mixup” de Dan Meyer (citada a propòsit del **saber #1.NUM.RP.A**) és una activitat en tres actes que presenta una situació real de proporcionalitat directa. Es tracta d'un exemple de connexió externa.

Comunicació i representació (CE 7)

La comprensió i l'ús flexible dels nombres i les operacions, aspectes fonamentals del sentit numèric, faciliten la comunicació clara i precisa d'idees matemàtiques. La capacitat de representar els nombres de diverses maneres i de fer transformacions entre aquestes representacions aporta profunditat al coneixement, n'és un exemple la diversitat de representacions dels nombres racionals. L'ús de representacions visuals, com la recta numèrica o les parts de figures per a les fraccions, no només enriqueix el coneixement, sinó que també serveix de suport per a la formulació de raonaments i la resolució de problemes. La comunicació i la representació estan especialment associades a la competència específica CE 7.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar la comunicació i la representació són, d'entre altres:

- El **saber #1.NUM.CO.A** se centra en la resolució de problemes a partir d'esquemes visuals i altres tipus de representacions, per posar així de manifest la importància de la representació i contribuir a la CE 7.
- El **saber #1.NUM.QU.A** posa èmfasi en la diferent representació dels nombres al llarg de la història i en la gènesi de la representació indoaràbiga.
- El **saber #1.NUM.QU.C** enfoca l'atenció en una de les més clares representacions que hi ha en el camp de la matemàtica, la recta numèrica, que començant pels nombres naturals i enters, al llarg de l'ESO, s'anirà completant amb els racionals i els irracionals per donar lloc a la recta real.
- El **saber #1.NUM.QU.J**, que s'identifica com d'ampliació, posa de manifest la relació entre les diferents representacions dels nombres racionals, un aspecte didàcticament molt rellevant.

Recursos

Alguns dels recursos esmentats per treballar diferents sabers del sentit numèric fan referència al procés de comunicació i representació i contribueixen al desenvolupament de la competència específica CE 7. Per exemple:

- Diversos sabers (com els **sabers #1.NUM.CO.A, #1.NUM.SO.G, #1.NUM.SO.I i #1.NUM.RE.E**) es refereixen explícitament a la resolució de problemes. En aquestes activitats serà important convidar a explicar enfocaments, argumentar estratègies, comentar solucions... Aquestes accions ajuden a aprofundir en la resolució del problema, estan relacionades amb la comunicació i contribueixen al desenvolupament de la competència específica CE 7.
- El recurs Tauler de fraccions (citat a propòsit dels **sabers #1.NUM.QU.D, #1.NUM.QU.E, #1.NUM.QU.G, #1.NUM.QU.H i #1.NUM.QU.I**) és un material que permet moltes activitats per a la introducció de les fraccions i que precisament es basa en una representació física d'algunes famílies de fraccions amb numerador 1. En si mateix és un bon exemple de representació.
- El model de caixa per representar la multiplicació de nombres a través de l'àrea d'un rectangle (citat a propòsit dels **sabers #1.NUM.SO.A i #1.NUM.SO.F**) és molt potent i inclou una bonica connexió entre el sentit numèric i el sentit espacial. Molt sovint la diversitat de representacions es basa en connexions internes.

- L'arbre de factors (citat a propòsit del **saber #1.NUM.RE.C**) és una representació visual de la descomposició d'un nombre en els seus factors primers. Es tracta d'un recurs que posa de manifest la importància de bones representacions per a la comprensió de les idees matemàtiques.

Gestió socioemocional (CE 8 i CE 9)

El treball entorn del sentit numèric es desenvolupa al llarg de totes les etapes educatives, ja que constitueix un dels pilars del coneixement matemàtic. El fet que els sabers fonamentals del sentit numèric estiguin tan presents en tota la matemàtica fa que el seu aprenentatge contribueixi molt a augmentar l'autoconfiança de l'alumne en les seves habilitats matemàtiques, i així establir les bases d'una actitud positiva envers la matèria. L'habilitat de l'alumne en la manipulació de nombres li permet una major agilitat a l'hora d'aplicar estratègies creatives a situacions específiques diverses. Aquesta habilitat no només ajuda a resoldre problemes de manera més eficaç, sinó que també aporta seguretat, promou el raonament lògic, dona oportunitat al treball en equip i fomenta el pensament crític de l'alumnat.

La gestió socioemocional està vinculada a dues competències específiques:

- CE 8, relacionada amb el desenvolupament d'habilitats personals com les creences, les actituds i les emocions envers les matemàtiques.
- CE 9, centrada en el desenvolupament d'habilitats socials com el treball en equip i la presa de decisions.

A continuació s'indiquen alguns aspectes que, treballats des del sentit numèric, poden contribuir al desenvolupament de les competències CE 8 i CE 9.

Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 8:

- L'activitat de comptatge visual, associada al **saber #1.NUM.CO.A**, té com a objectiu promoure converses matemàtiques a l'aula a partir d'imatges. Aquesta activitat pot contribuir a millorar les creences, actituds i emocions de l'alumnat envers les matemàtiques si, d'una banda, es fomenta la participació de tothom i es valoren totes les intervencions i, d'altra banda, s'evidencia la importància d'escoltar els companys i les companyes per descobrir raonaments diferents i enriquidors.
- El **saber #1.NUM.QU.A** contribueix a fer que l'alumne valori diversos sistemes de numeració i el camí que s'ha seguit per arribar al sistema de numeració indoaràbic, i així prendre consciència que el coneixement matemàtic és un patrimoni compartit fruit de l'esforç de moltes persones al llarg dels segles.
- El **saber #1.NUM.QU.F** convida a una aproximació al concepte i al maneig de fraccions a través del material manipulatiu i d'altres recursos que mostren que l'estudi de la matemàtica molt sovint es pot fer per camins diversos i connecten amb diferents estils personals d'aprendre des d'una mirada inclusiva.
- Els recursos Joc del 24, 24 en ruta! i Countdown (citats a propòsit del **saber #1.NUM.SO.H**) són molt motivadors, poden abordar-se de maneres diferents, sovint tenen diverses solucions, permeten fer un treball constructiu entorn de la correcció d'errades en el càlcul d'expressions aritmètiques, ofereixen l'oportunitat per fer petites discussions i ajuden a descobrir una cara molt amable i reptadora de la matemàtica.
- La curiositat, la sorpresa i la bellesa són elements motivadors i atractius de la matemàtica. L'activitat Triangle de Pascal (citada a propòsit del **saber #1.NUM.RE.A**) presenta les tres característiques. És rellevant que l'alumne gaudeixi d'activitats com aquesta per tal d'anar construint una percepció positiva de la matemàtica.

Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 9:

- Els sabers que fan referència a la resolució de problemes, **#1.NUM.CO.A**, **#1.NUM.SO.G**, **#1.NUM.SO.H**, **#1.NUM.SO.I** i **#1.NUM.RE.E**, ofereixen excel·lents oportunitats per treballar en equip, i promouen actituds positives, implicació en la presa de decisions i respecte per les aportacions d'altres persones.
- El **saber #1.NUM.SO.D**, referent al càlcul mental, permet plantejar bones tasques en equip que posin en joc el tempteig, l'argumentació d'estratègies i la discussió de procediments, valorant les aportacions de tothom.
- La història del sistema de numeració ofereix moltes possibilitats de treball en equip. A propòsit del **saber #1.NUM.QU.A**, es presenten bones idees extretes dels webs el Calaix+ie i el Calculus, sobre les quals es poden fer treballs en equip per contribuir al fet que l'alumne s'apropi als orígens d'algunes idees entorn de la numeració i valori la matemàtica com una part important del patrimoni cultural de la humanitat.