

TOR 1r d'ESO: Sentit estocàstic

Consideracions generals.....	1
Blocs de sabers.....	1
Distribució.....	1
Sabers.....	1
Descripció i orientacions.....	2
Reflexions inicials.....	2
Comentaris sobre les connexions.....	2
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació [ESS][AMP].....	3
Comentaris sobre alguns sabers específics.....	3
Recursos, activitats.....	3
Recursos i activitats generals per al bloc de sabers.....	3
Recursos i activitats per treballar sabers concrets.....	3
Inferència.....	13
Sabers.....	13
Descripció i orientacions.....	13
Reflexions inicials.....	13
Comentaris sobre les connexions.....	13
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació.....	14
Recursos, activitats.....	14
Recursos i activitats generals per al bloc de sabers.....	14
Recursos i activitats per treballar sabers concrets.....	14
Predictibilitat i incertesa.....	20
Sabers.....	20
Descripció i orientacions.....	21
Reflexions inicials.....	21
Comentaris sobre les connexions.....	21
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació.....	22
Recursos i activitats.....	22
Recursos i activitats generals per al bloc de sabers.....	22
Recursos i activitats per treballar sabers concrets.....	22
Blocs de competències: processos matemàtics i gestió socioemocional.....	29
Resolució de problemes (CE 1 i CE 2).....	29
Sabers.....	30
Recursos.....	30
Raonament i prova (CE 3 i CE 4).....	30
Sabers.....	31
Recursos.....	31
Connexions amb altres parts de la matemàtica (CE 5).....	31



Sabers.....	32
Recursos.....	32
Connexions amb altres matèries i amb l'entorn (CE 6).....	32
Sabers.....	33
Recursos.....	33
Comunicació i representació (CE 7).....	34
Sabers.....	34
Recursos.....	34
Gestió socioemocional (CE 8 i CE 9).....	35
Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 8.....	35
Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 9.....	36

Consideracions generals

El 1r d'ESO és un curs especial on s'agrupa alumnat provinent de diferents centres de primària amb maneres de fer i d'organitzar-se ben diverses. En el cas del sentit estocàstic és especialment rellevant perquè potser ens trobarem alumnat que bàsicament l'ha treballat molt poc i, en canvi, altres alumnes que ja han fet petits estudis estadístics dintre d'alguna situació d'aprenentatge, projecte o petita recerca on s'han fet preguntes, han recollit dades, les han estructurat i organitzat i finalment les han representat gràficament per poder donar resposta a les preguntes plantejades inicialment.

Un magnífic exemple d'aquesta iniciativa el trobem en diversos vídeos del concurs vídeoMAT:

- L'Escola Jungfrau de Badalona (2017) es va preguntar: Totes les ombres són iguals?
- L'Escola de Lladurs (2014) va voler investigar: Es poden comptar les fulles d'un arbre?
- L'Escola Antoni Doltra de Pineda de Mar (2016) va plantejar: Quants pèsols podem trobar dins una beina?

Cada un d'aquests vídeos mostra com una simple pregunta pot convertir-se en una experiència rica, significativa i estimulant.

Per tant, serà bàsic que els primers dies que treballem el sentit estocàstic de 1r d'ESO es puguin fer unes activitats d'avaluació inicial per copsar el treball portat a terme a educació primària per part dels diferents alumnes que conformen el grup.

Per altra banda, resulta interessant la lectura de l'article publicat per la Universitat de Girona de Joan Franco Seguí i Àngel Alsina, [La estadística y la probabilidad en educación primaria: un itinerario didáctico de enseñanza para niños de 10 a 12 años](#) (Seguí & Alsina, 2024), on es proporcionen recursos, activitats i estratègies per desenvolupar l'alfabetització estadística a 5è i 6è de primària i que inclou un «Enfocament dels Itineraris d'Ensenyament de les Matemàtiques - ELEM», basat en situacions de la vida quotidiana, materials manipulatius, recursos tecnològics i recursos gràfics que poden servir com a punt de partida de noves activitats i reptes a 1r d'ESO.

El sentit estocàstic, a 1r d'ESO, introdueix els conceptes bàsics sobre distribució de dades, inferència estadística i probabilitat, i proporciona a l'alumnat les eines necessàries per comprendre i analitzar la variabilitat en els fenòmens quotidians. A través d'activitats pràctiques i exemples aplicats, l'alumnat aprèn a recollir, organitzar i interpretar dades, així com a fer prediccions fonamentades en evidències. Aquesta iniciació a l'estadística i la probabilitat no només desenvolupa el pensament crític i la presa de decisions informades, sinó que també estableix les bases per a estudis més avançats en cursos posteriors.

Blocs de sabers

Distribució

Sabers

- A. Anàlisi i interpretació de taules i gràfics estadístics simples (gràfics de punts, diagrames de barres, poligonals i sectorials). **[ESS]**

- B. Interpretació i reconeixement dels conceptes bàsics d'estadística: població i individu, mostra, variables estadístiques quantitatives i qualitatives discretes, freqüència absoluta i freqüència relativa. **[ESS]**, **#NUM.QU**, **#ALG.VA**
- C. Recollida i organització de dades quantitatives i qualitatives basades en observacions, dades públiques, enquestes, experiments i simulacions. **#EST.IN**
- D. Confecció de taules de freqüències (absolutes i relatives) donat un conjunt de dades. **#NUM.QU**
- E. Representació inicialment manual d'un conjunt de dades donades a través de gràfics estadístics (gràfics de punts, de barres i de sectors, diagrames de tija i fulla...) **#ESP.FG**
- F. Comprensió, càlcul i interpretació de paràmetres estadístics de centralització (mitjana, mediana i moda) donat un conjunt de dades.

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

Per continuar el contacte amb els estudis estadístics ja realitzats a primària a 1r d'ESO, és recomanable treballar amb dades reals o dades recollides pel mateix alumnat, ja que aquestes dades proporcionen un primer acostament pràctic al procés d'investigació de l'estadística: elecció de mostres, redacció de preguntes, agrupaments de les dades, elaboració de taules de freqüències i redacció d'informes finals.

Per altra banda, el fet que l'alumnat acabarà convertint-se en consumidor crític dels resultats estadístics dels mitjans de comunicació, dona força importància al treball a l'aula per promoure les bones pràctiques d'anàlisi que s'han d'implementar com a rutines davant d'una informació representada en forma de gràfic: examinar sempre la font, l'escala i els eixos, el títol i el propòsit del gràfic, les unitats del gràfic o la llegenda.

És recomanable que a 1r d'ESO es facin els gràfics a mà, ja que aquesta pràctica permet treballar conceptes bàsics que no estan estrictament vinculats al sentit estocàstic, sinó que també reforcen altres blocs de contingut matemàtic. Per exemple, es fomenta l'aprenentatge de la creació d'eixos de coordenades, la divisió d'un segment en parts iguals, la subdivisió en intervals i l'ús d'eines com el regle i el transportador d'angles per elaborar gràfics de sectors. Deixem l'ús d'eines TIC per a la realització de gràfics per a 2n d'ESO, ja que és en aquest curs que es treballa més a fons l'ús i la programació dels fulls de càlcul, i s'ofereix així un context adequat per introduir aquestes eines de manera progressiva.

A l'hora d'elaborar gràfics: diagrames de barres, diagrames de sectors, histogrames, pictogrames, tija i fulles... és molt important que l'alumnat arribi a enunciar els criteris per seleccionar els que considera més pertinents per donar una bona representació de les dades que està treballant i aconseguir identificar algunes incorreccions que solen cometre's en l'elaboració de les gràfiques, com per exemple errors en l'escala dels eixos de coordenades.

Les mesures de centralització com la moda, la mediana i la mitjana haurien d'orientar-se a reconèixer la necessitat d'aquest tipus de mesures i a comprendre'n les diferències. L'objectiu és que l'alumnat entengui en quin context és més adequat utilitzar cadascuna, més que no pas dedicar-se a fer càlculs reiterats. Aquesta comprensió és essencial per interpretar i justificar les decisions preses en l'anàlisi de dades.

Comentaris sobre les connexions

El bloc està relacionat de forma directa amb els sabers del sentit numèric a l'hora de treballar les taules de freqüències i els paràmetres estadístics, a l'hora de fer servir la fracció en contextos estadístics **saber #1.NUM.QU.D**. Per altra banda, l'ús de taules i representacions gràfiques en l'estudi i la modelització de

situacions en contextos diferents contribueix a la comprensió del concepte de variable i, per tant, al **saber #1.ALG.VA.D**. Finalment, hi ha la connexió amb el sentit espacial **saber #1.ESP.FG.F**, encara que pot ser feble, la connexió existeix entre l'ús dels angles en un context no estrictament geomètric, com en els gràfics de sectors, i la comprensió de la proporció de les dades. En aquests gràfics, l'angle del sector representa visualment la proporció de les dades i connecta conceptes geomètrics amb el treball amb proporcions i interpretació de dades. Aquesta relació permet a l'alumnat veure com una eina matemàtica l'ús dels angles i com es poden aplicar en un context diferent, cosa que ajuda a consolidar-ne el significat i utilitat més enllà de la geometria.

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació [ESS][AMP]

Es considera essencial en aquest bloc de sabers el **saber #1.EST.DI.A**, tot i que, donada la seva importància, es treballarà durant tota la secundària. A 1r d'ESO aquest saber es considera essencial perquè els gràfics són la clau per a la interpretació i l'anàlisi de dades, i cal desenvolupar-lo des de les primeres etapes de l'educació secundària.

Altrament, es considera també essencial el treball al **saber #1.EST.DI.B**, ja que són conceptes fonamentals per fer qualsevol estudi estadístic.

Comentaris sobre alguns sabers específics

Pel que fa al **saber #1.EST.DI.E**, a 1r d'ESO caldria treballar la representació de dades en gràfics de tipologia diversa: gràfics de punts, línies poligonals, diagrama de barres, gràfics de tija i fulles i gràfics de sectors i polars... En l'elaboració de gràfics estadístics és fonamental la precisió, la claredat en els títols, l'elecció del tipus de gràfic i l'ús de les escales adequades. Si un d'aquests aspectes no es té en compte, el gràfic pot donar una idea inadequada de la informació que es pretén comunicar.

Recursos, activitats

Recursos i activitats generals per al bloc de sabers

Dins del CREAMAT trobem la campanya «[Estadística](#)», un conjunt d'activitats diverses per treballar l'estadística en diversos nivells.

També hi ha dos itineraris didàctics a l'ARC que, encadenant diverses activitats, permeten cobrir força bé aquest bloc a 1r d'ESO:

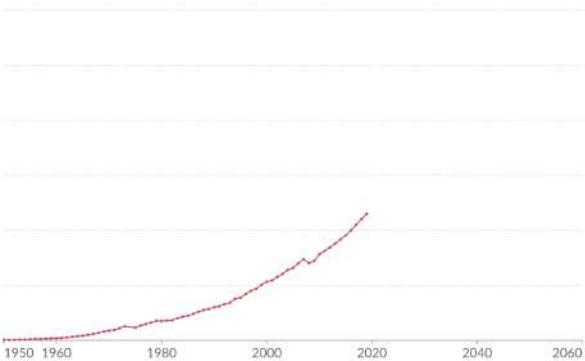
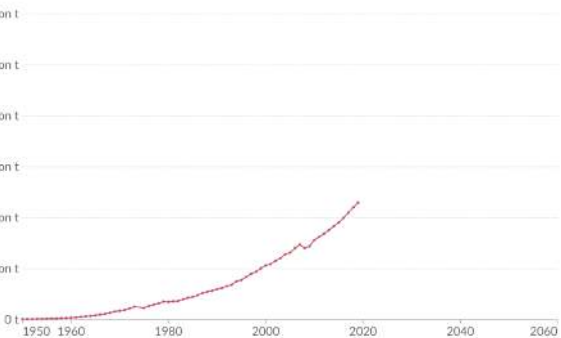
- Un itinerari dissenyat pel professor Lluís Mora format per 10 elements, propostes d'activitats/recursos: [Estadística i atzar](#).
- Un itinerari dissenyat pel professor Sergio Gracia format per 10 elements, propostes d'activitats/recursos: [Un passeig per l'estadística](#).

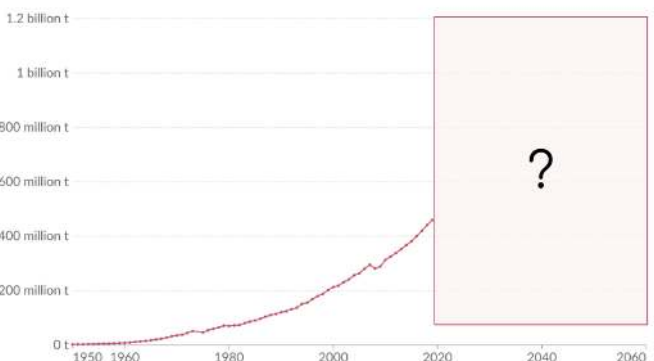
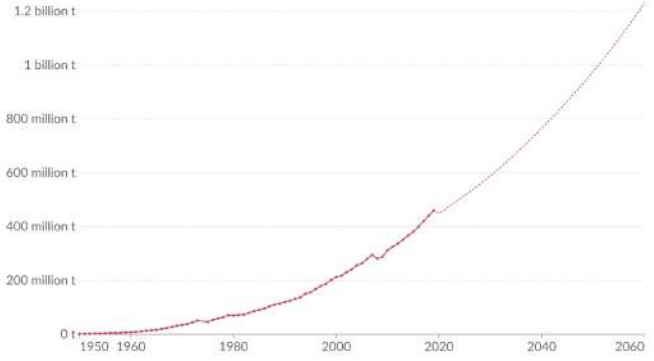
Recursos i activitats per treballar sabers concrets

Un sistema profitós de familiaritzar-se amb el **saber #1.EST.DI.A** i de presentar a l'alumnat la diversitat de gràfics i d'analitzar com uns gràfics resulten més rellevants que d'altres a l'hora de decidir per quin tipus hem d'optar per representar un conjunt de dades, és sens dubte el web de l'[INE](#), on podeu trobar concretament a l'apartat [Tipos de gráficos. ¿Cuál uso?](#) diferents opcions a l'hora d'il·lustrar informació. En aquest mateix web, també resulta interessant fer un cop d'ull a l'apartat [Gráficos de ayer y de hoy](#), on es fa un petit recorregut històric de l'evolució dels gràfics i el seu paper fonamental a l'hora de mostrar i analitzar els resultats d'una observació o experiment.

Una bona manera de fer gaudir l'alumnat de la interpretació de gràfics és el recurs [Slow Reveal Graphs](#), on se li proporciona una presentació en què inicialment apareix un gràfic en el qual manca informació: nombres, llegenda, títol... o on l'autor/a no l'ha acabat de dibuixar. Aquesta representació incompleta ha de servir de provocació perquè l'alumnat es faci preguntes, faci les seves pròpies suposicions i tot això serveixi així per iniciar un debat a l'aula al voltant de la representació de dades. Un cop acabada la primera discussió, es completa el gràfic amb una segona imatge que afegeix més informació. Aquest fet dona lloc a noves observacions i prediccions, i es reinicia el debat amb una nova perspectiva. El procés es repeteix fins a arribar a un conjunt de quatre imatges, que mostren com un gràfic pot revelar una gran quantitat d'informació. A través d'aquest exercici, els estudiants aprenen a fer diverses preguntes per donar sentit al gràfic i entendre la història que explica, tot desenvolupant hàbits per analitzar-ne amb atenció les característiques i dades.

Us mostrem un exemple de la seqüència d'imatges d'un gràfic de revelació lenta, així com les preguntes que poden sortir o les que pot fer el professorat per iniciar el debat a l'aula.

	
Què veus al gràfic? Quines preguntes et fas? Quin tipus de gràfic és aquest? És un gràfic creixent, decreixent o constant? Quines podrien ser les unitats de l'eix x? Pots pensar en situacions o fenòmens que poden tenir una forma similar de creixement?	Quina informació acaba d'aparèixer? Què pot significar la lletra <i>t</i>? Quin va ser el valor de la quantitat desconeguda el 2020?

Global plastic production with projections, 1950 to 2060 Annual production of polymer resin and fibers. Projections are based on the "business-as-usual" scenario which assumes that current policies remain unchanged in the foreseeable future. 	Global plastic production with projections, 1950 to 2060 Annual production of polymer resin and fibers. Projections are based on the "business-as-usual" scenario which assumes that current policies remain unchanged in the foreseeable future. 
Quina informació acaba d'aparèixer? Series capaç d'ampliar la informació i fer una predicció de la quantitat de plàstic entre el 2020 i el 2060?	Estàs sorprès? La part revelada té el mateix pendent que les altres dades del període que va de 1950 a 2020? Què creus que explica la caiguda al voltant del 2020? Creus que les suposicions basades en projeccions seran correctes? Com pot canviar la forma de les dades conegudes les projeccions futures?

Font: [Global Plastic Production \(with projections, 1950 to 2060\)](#)

Autor: [Slow Reveal Graphs](#)

A l'ARC també podeu trobar una bona activitat tant per a 1r com per a 2n d'ESO basada en la interpretació de gràfics: [Estadístiques als diaris](#) de Sergio Gracia, una activitat en què es pretén que l'alumnat es familiaritzi amb els gràfics estadístics que es poden trobar als diaris i que tracten temes generals com ara l'augment de preus, el nombre de turistes o de naixements, etc.

Cal recordar que el **saber #1.EST.DI.A** és essencial, però que els recursos que s'acaben de descriure són només una proposta.

El desenvolupament del **saber #1.EST.DI.B** i dels conceptes bàsics d'estadística, com població, mostra i individu, és fonamental per entendre com es recullen i analitzen les dades d'un estudi o investigació.

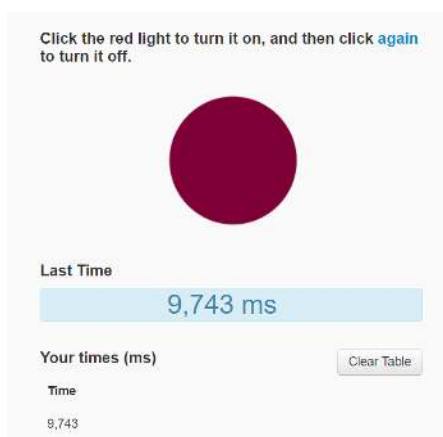
A classe, el professorat pot introduir teòricament aquests conceptes, però sempre de manera contextualitzada. Un exemple de discussió a l'aula podria començar amb un estudi sobre les hores de son de l'alumnat del nostre institut. El professorat podria començar llançant a l'alumnat determinades qüestions com: si volem fer un estudi sobre les hores de son de l'alumnat de l'institut, cal preguntar a tots els alumnes? A quines classes hem de preguntar? A quants alumnes de cada classe? N'hi haurà prou si només fem la pregunta a l'alumnat de 1r d'ESO si volem saber el resultat global de tot l'institut? I si tan sols preguntem a noies? I després, lligant les respostes, podem deixar clar quina és la població del nostre estudi, quina serà la mostra i qui és l'individu.

A l'hora de treballar qualsevol activitat estadística o fer un estudi estadístic, és imprescindible remarcar aquests aspectes bàsics.

Associat al **saber #1.EST.DI.A** podríem analitzar com seria la distribució d'habitants del món si aquest només tingués 100 habitants, tant a través del gràfic, [The world as 100 People](#) de jackhagley.com o del vídeo, [If The World Were 100 People](#) de Good Magazine.

Una bona activitat per treballar el **saber #1.EST.DI.C** i que connecta amb el sentit socioemocional, concretament amb la curiositat i l'interès envers el coneixement matemàtic i la perseverança i la resiliència en el seu aprenentatge, **#SOE.CE.D**, és l'activitat de Sergi del Moral [Hola, com ets?](#). En aquesta activitat, l'alumnat construeix col·lectivament un diagrama de barres generat a partir d'adjectius que descriuen com se senten quan fan matemàtiques. El recurs pot ajudar a conèixer matemàticament els nostres alumnes i quines sensacions tenen a l'hora de fer matemàtiques, i pot servir també com una bona activitat per iniciar el treball en la recollida de dades. Tot i que Sergi del Moral la proposa per a inici de curs, és perfectament vàlida en qualsevol moment per valorar com se sent el nostre alumnat i com evoluciona al llarg del curs.

Una altra proposta interessant per treballar el **saber #1.EST.DI.C** la podem trobar al web de l'NRICH, concretament l'activitat [Estimating time](#), una activitat que ens repta a fer una estimació de la durada de 10 segons a través d'un applet que permet fer diferents intents i recopilar dades de diverses persones.



Font: [Estimating time](#)

NRICH

Un cop generades les diverses estimacions, podem recopilar les dades i fer-nos preguntes per iniciar una petita investigació: les persones som millors estimant períodes curts o llargs? Quan fem millor l'estimació, el primer o el segon cop? Si el primer cop s'ha fet una sobreestimació, què passa en el segon intent? La utilització de l'applet millora els nostres resultats? Quines estratègies pot fer servir l'alumnat per fer una bona estimació? Per poder arribar a conclusions i analitzar aquestes dades convidarem l'alumnat a organitzar les dades de la manera més eficient possible a través d'una taula.

A la mateixa web, pot resultar també interessant l'applet per mesurar angles [Estimating angles](#) i de mesura del temps de reacció [Reaction timer](#). Aquest conjunt d'activitats seria interessant que l'alumnat les treballi per parelles o en grups de tres persones, caldrà animar-los a fer una hipòtesi del que pot passar d'acord amb les preguntes formulades, com poden utilitzar els experiments per posar a prova les seves hipòtesis inicials i decidir quants experiments haurien de dur a terme.

En totes aquestes activitats, cal que els grups de treball tinguin el seu temps per experimentar, recopilar i analitzar les dades, però és probable que la tasca més enriquidora sigui presentar a la resta de companys i companyes els resultats de l'estudi i quins mètodes de recopilació de dades han estat més apropiats i efectius per provar les seves hipòtesis.

D'altra banda, un cop introduïdes les taules com a manera òptima de recollida d'informació, s'haurien d'establir quins requisits ha de complir una bona taula i treballar així l'alfabetització estadística de l'alumnat, a fi de ser consumidors crítics de les dades que sovint apareixen als mitjans de comunicació. Cal posar èmfasi en el fet que una taula correcta, més enllà de les dades, ha de contenir un títol adequat que expliqui clarament la temàtica, especificar la data si les xifres poden canviar amb el temps, incloure aclariments a peu de pàgina si calen i citar la font de les dades. Us animem a mirar les taules que apareixen en el web de les [Olimpiades 2024](#).

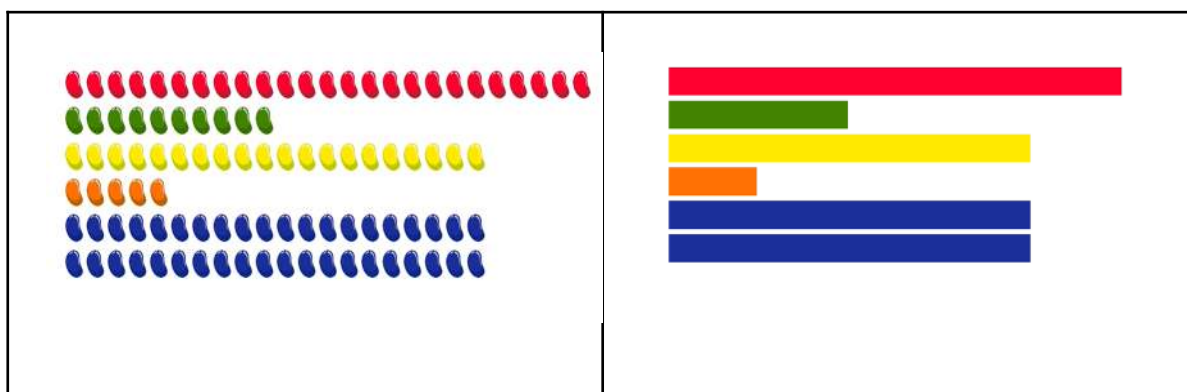
A fi de treballar el **saber #1. EST. DI. D.**, us proposem una activitat engrescadora i en aquest cas també dolça per treballar les freqüències relatives d'una bossa de gominols i fer connexions entre fraccions i percentatges, [Flavour Frenzy](#). L'activitat la podeu trobar a [Make Math Moments](#), però us animem a controlar el vostre alumnat més golafre i poder dur a terme l'activitat amb una bossa de gominols o altres tipus de dolços amb coloraines.

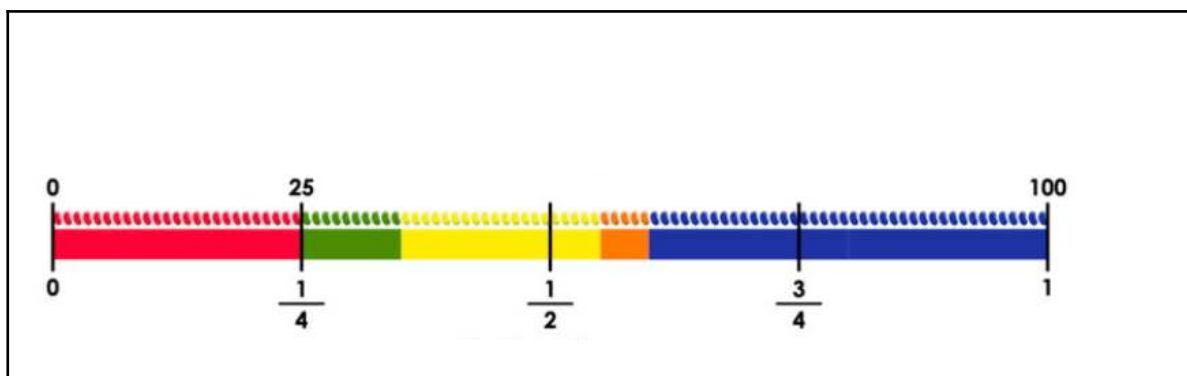


Font: elaboració pròpia

Davant l'excitació d'obrir la bossa, animeu l'alumnat a fer-se preguntes més enllà de: «ens les menjarem?», segurament sortirà la qüestió si hi ha la mateixa quantitat de tots els colors o també podem demanar a l'alumnat que faci una estimació de la fracció de dolç d'un color determinat, per exemple el vermell.

És important treballar la connexió entre fraccions i percentatges; a la imatge us mostrem una opció visual per treballar aquestes equivalències i fer la connexió posterior estadística calculant i organitzant les freqüències absolutes i les relatives.





Font: “[Flavour Frenzy](#)”

Autor: Make Math Moments

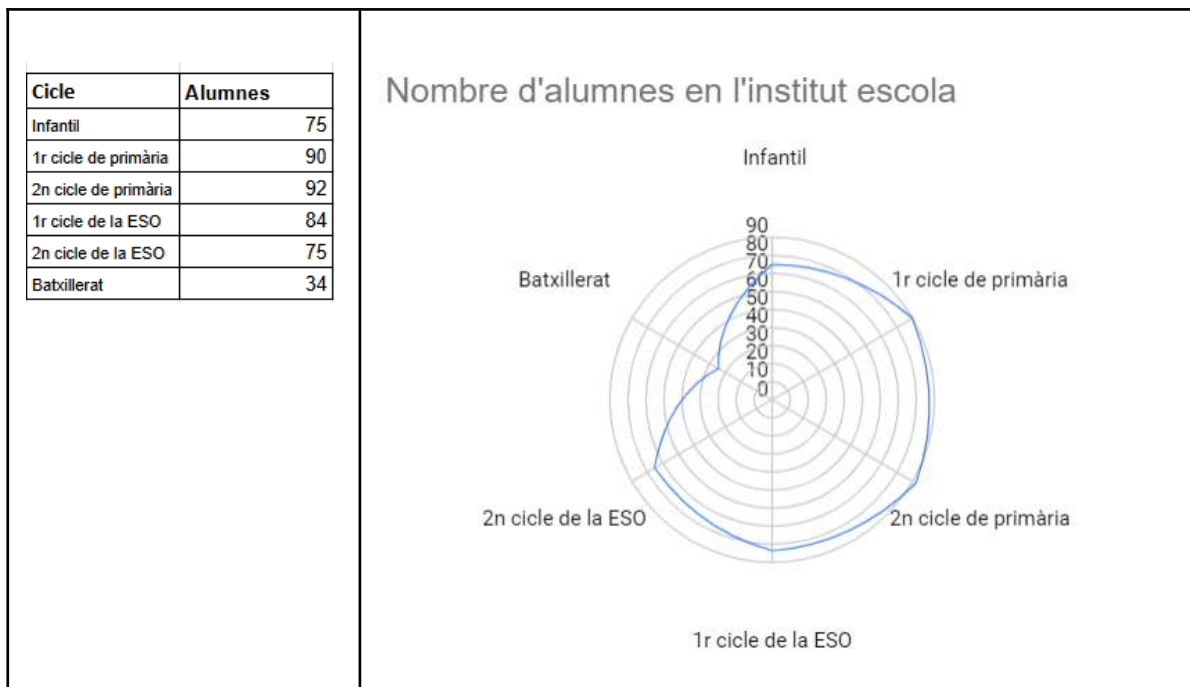
Per treballar el **saber #1. EST.DI.E.**, sempre és molt interessant que l'alumnat representi les dades que han recollit en les diferents activitats proposades, intentant triar el tipus de gràfic que les representi de forma més adequada. També es poden agafar com a base dades reals de l'[Idescat](#), seleccionades prèviament pel professorat.

Noms més freqüents dels nadons. 2023			Rànquing	
Pos. ↑	Sexe ↓	Nom ↓	freqüència	%
0001	D	MARTINA	405	7,47
0002	H	JAN	393	7,25
0003	D	JULIA/JULIA	390	7,20
0004	H	EIEL	387	7,14
0005	H	POU	376	6,94
0006	H	NIL	374	6,90
0007	H	LEO	372	6,87
0008	H	MARTÍ	367	6,77
0009	H	MARC	347	6,40
0010	D	MIA	339	6,26

Font: [Noms més freqüents dels nadons](#)

Autor: Idescat

A 1r d'ESO, quan es fan les representacions de dades de manera manual, convé treballar els gràfics de sectors o gràfics circulars explorant d'aquesta manera la geometria de la circumferència i com el sector del gràfic representa una proporció de la totalitat de les dades i el conjunt dels sectors forma una circumferència. A més, si es vol aprofundir més en el treball geomètric des d'una visió estadística, també pot ser convenient treballar els diagrames polars.



Font: elaboració pròpia

Dins del marc de representació de dades seria interessant explorar més enllà de les representacions de diagrames de barres, gràfics de sectors o núvol de punts; podem ampliar l'horitzó de les representacions amb els diagrames de tija i fulles propis dels horaris dels mitjans de transport. En la imatge següent podeu veure l'horari ferroviari amb un format de diagrama de tija i fulles a l'estació Minato Mirai de Yokohama, al Japó.



Font: Viquipèdia

Una altra proposta interessant és la que fa Anton Aubanell a la revista *NouBiaix 40*, a l'article [Nosaltres.com a recurs: role-plays a classe de matemàtiques](#), on es proposa la creació de diagrames humans en què els mateixos alumnes són les dades. N'és un exemple el que es mostra a la fotografia en la qual l'alumnat fa el seu diagrama de freqüències del mes de naixement.

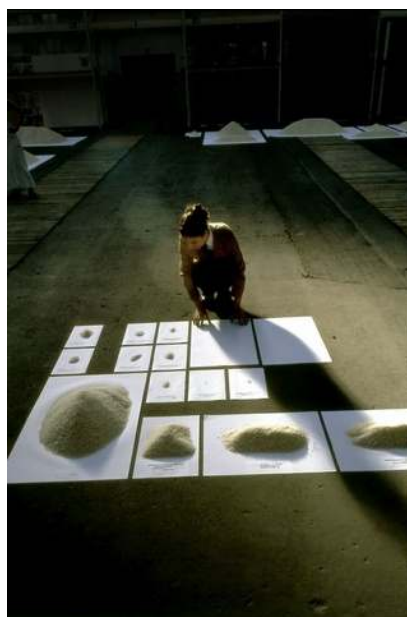


Diagrames de barres “humans”. Escola Sadako, Barcelona.

Font: [Nosaltres.com a recurs: role-plays a classe de matemàtiques](#)

Autors: Escola Sadako, Barcelona

Hi ha altres representacions més agosarades i que poden donar fortes connexions amb el sentit numèric i amb el sentit de la mesura com la que fa Stan's Cafe, on es representen les dades en les quals cada persona és un gra d'arròs. A l'aula podem treballar com són a la classe, si aquesta representa 1 kg d'arròs, estudiant diferents variables i calculant la proporció en grams corresponent a cadascuna de les freqüències. Una bona proposta d'aquest treball és la que fa Manel Martínez en el seu blog [El punt singular Projecte: gràfics amb arròs](#).



Font: [Of All the People In All the World...](#)

Autor: CCCB

Un dels conceptes importants en estadística, pel seu ús social, són els paràmetres que es fan servir per a la descripció d'un conjunt de dades. En el **saber #1.EST.DI.F** és més important centrar-se en el fet que l'alumnat entengui i interpreti cadascun d'aquests paràmetres i el reflex d'aquests paràmetres en el conjunt de dades, que no pas en el càlcul. L'activitat [M, M & M](#) de l'NRICH fa una proposta en aquesta direcció.

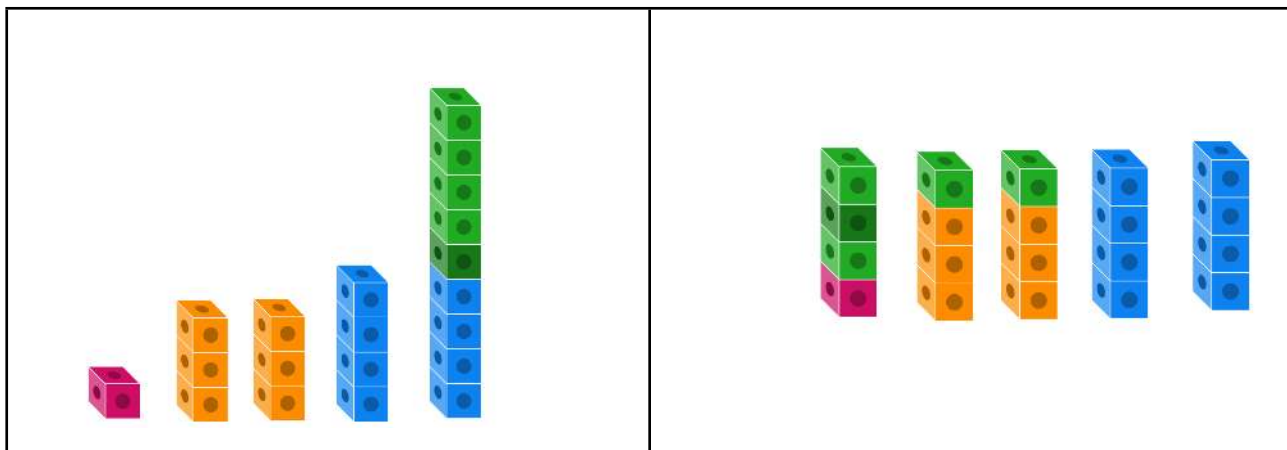
La representació o l'ús de materials manipulatius pot ajudar a entendre els paràmetres de centralització. Per exemple, al problema de l'NRICH M,M & M on es demana trobar cinc nombres enters i positius que compleixin la propietat que:

Mitjana = 4

Mediana = 3

Moda = 3

A més, es pot ampliar l'activitat proposant a l'alumnat que cerqui tots els conjunts possibles de cinc nombres enters positius que compleixin els criteris descrits anteriorment. Un recurs útil per visualitzar el problema i experimentar amb diferents conjunts de nombres és l'ús de policubs.



Font: elaboració pròpia

A la representació visual mitjançant l'ús de policubs podem veure que 1, 3, 3, 4, 9 són un conjunt de 5 nombres amb moda 3, mediana 3 i mitjana 4.

Una altra activitat equivalent és [Fets coneguts, fets derivats](#) que forma part de les [Minilliçons del PuntMAT](#).

La mitjana de 3, 7, 8, 12 i 15 és 9	explicació
La mitjana de 4, 8, 9, 13 i 16 és ...	
La mitjana de 30, 70, 80, 120 i 150 és ...	
La mitjana de 4, 6, 8, 12 i 15 és ...	
La mitjana de 3, 7, 8, 9, 9, 12 i 15 és ...	

Imatge extreta de: <https://puntmat.blogspot.com/2014/03/mes-sobre-minillicons.html>

Dins del repositori web de [Fotografia matemàtica](#), podem trobar una fotografia titulada: «Ocellet, si creues la mediana augmentaràs la mitjana d'accidents i no aniràs a la moda», que dona per a una bona reflexió i un bon ús dels lèxics associats als paràmetres estadístics. Podem plantejar diverses preguntes a l'alumnat quan mira la imatge: Se us ocorre un altre títol suggeridor? Quines característiques (variables) es poden mesurar o quantificar de la fotografia?



Font: [Ocellet, si creues la mediana augmentaràs la mitjana d'accidents i no aniràs a la moda](#)

Autora: Laura Izquierdo

També podria ser una bona activitat donar premisses a l'alumnat i que elabori les seves pròpies fotografies com ara: que la mitjana sigui igual que la moda, que la mediana sigui igual que la mitjana, que la moda sigui més gran que la mediana... Després, es poden posar en comú les diferents imatges creades per l'alumnat i analitzar-les col·lectivament.

Inferència

Sabers

- A. Disseny d'investigacions i enquestes per donar resposta a una pregunta, repte científic o situació quotidiana.
- B. Concreció de les variables estadístiques quantitatives i qualitatives discretes a estudiar. [ESS]
#ALG.VA
- C. Elecció de mostres significatives d'una població a fi de realitzar un estudi estadístic.
- D. Formulació de preguntes senzilles no esbiaixades que puguin donar resposta a les qüestions plantejades. [ESS]
- E. Recollida, depuració i organització de dades rellevants. #EST.DI
- F. Interpretació i anàlisi de les dades de l'estudi estadístic plantejat per obtenir conclusions o recomanacions. [ESS]
- G. Elaboració d'un informe en què s'expliqui la metodologia emprada en l'estudi estadístic plantejat i amb els resultats i les conclusions.

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

És important recalcar la diferència entre l'estadística descriptiva (que és la part de l'estadística que descriu, analitza i representa un conjunt de dades utilitzant mètodes numèrics i gràfics amb l'objectiu de sintetitzar i representar aquesta informació) de l'estadística inferencial (que és la part de l'estadística dedicada a obtenir resultats d'una població objecte d'estudi a partir dels resultats obtinguts de l'anàlisi d'un subconjunt d'aquesta població, anomenat *mostra*). En el cas de l'estadística inferencial, és essencial treballar amb una mostra representativa de la població per tal que les conclusions a les quals s'arribin puguin ser generalitzades a tota la població.

És molt recomanable treballar l'estadística en situacions no estrictament matemàtiques per donar oportunitat al disseny d'investigacions i enquestes, amb l'objectiu d'identificar els elements i les condicions que ha de complir un bon estudi estadístic que ens permeti modelar la situació. Per això, és important que a principi de curs es treballi coordinadament amb el professorat dels diferents àmbits per aprofitar les diferents oportunitats que puguin aparèixer, ja sigui dintre d'una activitat, una situació d'aprenentatge o un projecte.

Comentaris sobre les connexions

La connexió entre l'estadística i l'àlgebra es pot observar en diversos aspectes, especialment quan es treballa amb variables estadístiques quantitatives i qualitatives. Aquesta relació es fa més evident a mesura que es concreten les variables i es tradueixen a termes algebraics per ser analitzades o manipulades matemàticament. Per tant, hi ha una connexió amb el **saber** #1.ALG.VA.D.

La connexió entre l'estadística descriptiva i l'estadística inferencial, **saber #1.EST.DI.C**, es troba en el procés de recollida i anàlisi de dades en un estudi estadístic. Aquests dos tipus d'estadística estan interrelacionats i sovint treballen conjuntament per proporcionar una comprensió més completa de la informació. La recollida de dades rellevants és un element central que uneix ambdues perspectives.

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

A fi d'iniciar l'alumnat en la inferència, començarem amb petits estudis estadístics d'una població com és la classe, i la investigació simple serà sovint en forma d'una pregunta que propiciï una recollida de dades i una representació i anàlisi posteriors. És per això que és essencial treballar des d'un principi la formulació de bones preguntes estadístiques i evitar les que siguin esbiaixades.

Per altra banda, lligat també el **saber #1.EST.DI.A**, és fonamental treballar les conclusions que es poden extreure dels diversos estudis estadístics que fem a classe.

Recursos, activitats

Recursos i activitats generals per al bloc de sabers

Un dels recursos que cal tenir en compte per treballar estadística a l'aula és sens dubte el blog del grup Vilatzara, [L'estadística, més enllà dels paràmetres](#), que fa una proposta per treballar l'estadística per a cadascun dels nivells, ordenats seqüencialment; a més, en cadascun dels nivells trobareu una proposta per desenvolupar un projecte.

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

Per introduir l'alumnat en el **saber #1.EST.IN.A**, disposeu de l'activitat del grup Vilatzara [Caracteritzant la classe](#), en què l'alumnat, mitjançant enquestes senzilles, ha de recollir les dades sobre com són a la classe: Quants anys fa que vivim a Catalunya? Quantes persones conviuen a casa teva? Quina distància hi ha fins a casa teva?...

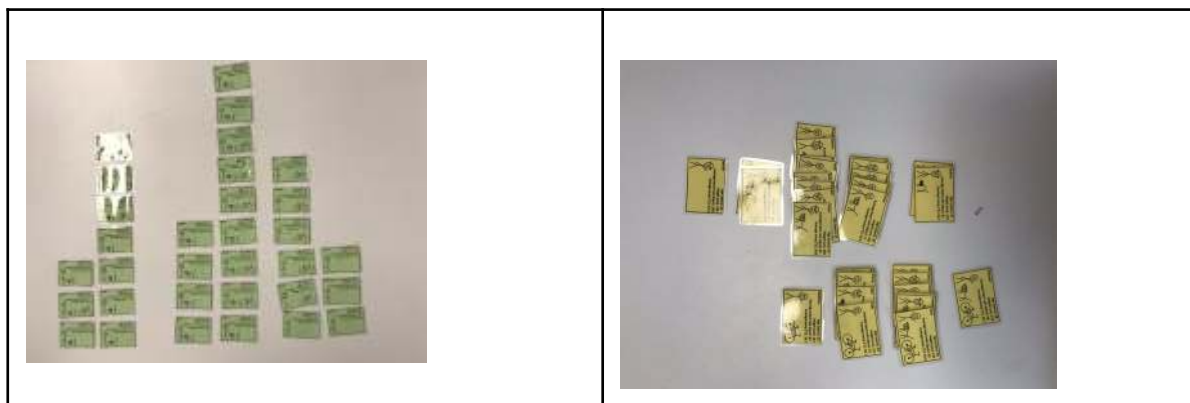
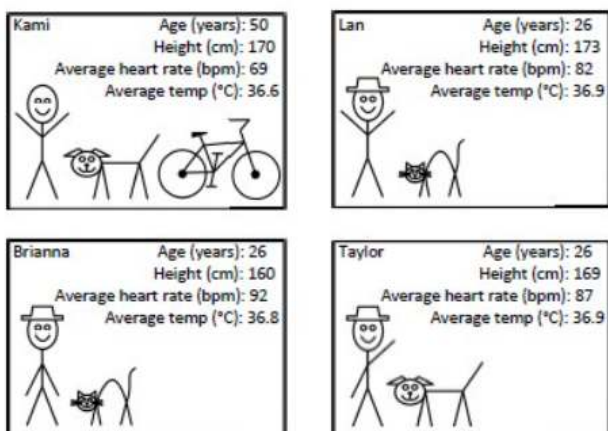
Una activitat semblant és la que proposa Lluís Mora, [Com som](#). Aquesta activitat, englobada en l'itinerari [Estadística i Atzar](#), intenta reflexionar més enllà de les preguntes senzilles sobre l'ordre i la caracterització de les preguntes a l'hora de fer una enquesta: Et sembla bé l'ordre de les preguntes? Quines preguntes es poden respondre amb un número i quines no? De quantes maneres diferents es poden respondre les preguntes? A més, dona pautes de com treballar enquestes amb molts ítems amb l'alumnat.

A propòsit del **saber #1.EST.IN.A**, des d'una visió de projectes, a l'ARC també podeu trobar una tasca més completa que inclou una petita investigació estadística, [Un oceà de plàstic](#), d'Ana M. Domènech Calvet, Xavier Oller Civit, Montserrat Franch Pons, en què es fa una recerca sobre l'ús del plàstic i com ha evolucionat al llarg dels darrers anys. Per portar a terme aquest estudi, es demana a l'alumnat una enquesta a familiars de diferents generacions per poder establir com s'ha anat incorporant aquest material a la nostra vida quotidiana i conèixer quines semblances i diferències hi ha en els materials més utilitzats per les diferents generacions.

També es podria fer un estudi més extens, basat en el projecte [Si el món tingués 100 persones](#) i preguntar-nos com seria aquest món si les 100 persones visquessin a la nostra província i cercar les dades a [Idescat](#).

Per tal de treballar la concreció de variables estadístiques i el **saber #1.EST.IN.B**, us recomanem les targetes del professor de secundària David Butler, que podeu trobar a la seva entrada [Introductory Statistics Data Cards](#). Es tracta d'un conjunt de 32 targetes, cadascuna amb 10 atributs (nom, edat, alçada, freqüència cardíaca, temperatura, estat d'ànim, braços, casc, mascota i bicicleta). L'activitat proposa repartir les

targetes a la classe sense donar cap indicació inicial sobre com classificar-les, fins i tot sense explicar quin tipus d'informació contenen per tal de fomentar l'anàlisi i el debat.



Font: [Introductory Statistics Data Cards](#)

Autor: David Butler

L'alumnat ha de decidir llavors quina és la seva variable d'estudi i com classifica les targetes d'aquesta manera. Després es pot treballar amb els patrons que apareixen i inclús, en cursos posteriors, es pot ampliar l'activitat i buscar correlacions entre dues o més variables: quina és la probabilitat que, si una persona és feliç, estigui ballant? Anar en bicicleta pot millorar el teu estat de salut?

Si es vol explicar la diferència entre variables contínues i discretes, una manera atractiva de fer-ho és a través del còmic [Dados y datos. Còmic hacia la estadística con probabilidad 0,95 de serlo](#) de l'[Institut d'Estadística de les illes Balears](#), on s'explica el concepte a través de la cursa entre un cargol i un saltamartí.



Font: [Datos y datos. Cómic hacia la estadística con probabilidad 0,95 de serlo](#)

Autor: Institut d'Estadística de les illes Balears

Per treballar el **saber #1. EST. IN. C** i ajudar l'alumnat a comprendre que, donada una població, no és necessari estudiar tots els individus per conèixer-ne les característiques, una activitat interessant és [L'illa misteriosa](#) de Lluís Mora. Aquesta proposta que podem trobar dins de l'itinerari [Estadística i Atzar](#), estableix connexions amb la geometria i el càlcul d'àrees. Mitjançant la tècnica del mostreig, l'alumnat ha d'intentar esbrinar l'àrea d'algunes illes del Pacífic a partir de fotografies aèries aleatòries. D'aquesta manera, es pretén que els estudiants descobreixin com es poden inferir propietats d'una població fent-ne l'anàlisi d'una petita part.

Una altra activitat per treballar mostreig és la que es proposa a [Quants cigrons hi ha en un quilogram de cigrons?](#) d'Anton Aubanell, una proposta basada en el mètode de captura i recaptura, amb connexions internes amb el **saber #1. NUM. R. P. E** i amb connexions externes en el món de l'ecologia, tècnica que s'utilitza quan volem saber el nombre d'espècies d'una població salvatge. Podeu trobar un bon exemple de les connexions de l'activitat amb les ciències naturals en el llibre *La certeza absoluta y otras ficciones* (Grima, 2010), on hi ha un subcapítol anomenat «¿Cuántos peces hay en un lago?».



Alumnat treballant captura i recaptura.

L'activitat que es pot relacionar amb el comptatge de dofins, peixos d'un estany o esquiroles d'un bosc, prova de comptar quants cigrons hi ha en un quilogram de cigrons. Per començar, portem a classe una bossa amb un quilogram de cigrons i en prenem una primera mostra, la comptem (suposem que n'hi ha m_1) i, treballant tota la classe conjuntament, fem sobre cada cigró de la mostra una marca ben visible amb el retolador. És recomanable que les mostres no siguin petites, sinó entre 150 i 200 cigrons. Un cop marcats, retornem els cigrons al recipient i els barregem bé amb els altres. Tot seguit, ens dividim en equips de treball a la classe i cada equip fa la seva exploració: han de treure una segona mostra i comptar-la (suposem que n'hi ha m_2). A continuació, han de comptar els cigrons de la segona mostra que porten el senyal del retolador, és a dir, quants cigrons formen part de la primera mostra (suposem que són n). Si anomenem t el total de cigrons que estem buscant, sembla assenyat esperar que la proporció de cigrons marcats (n) que apareix a la segona mostra (m_2) tingui aproximadament la mateixa proporció de cigrons marcats m_1 respecte del total de cigrons (t). D'aquesta manera obtenim la relació següent:

$$\frac{n}{m_2} \approx \frac{m_1}{t} \text{ i per tant, } t \approx \frac{m_2 \cdot m_1}{n}$$

Un cop que cada equip hagi fet aquesta estimació, és interessant comptar, entre tots/es, el nombre real de cigrons que hi ha realment i observar l'error absolut i relatiu comès per cada equip.

Per reflexionar sobre la importància de les bones preguntes en fer una enquesta i com evitar el biaix, **saber #1.EST.IN.D**, cal garantir que les mateixes preguntes no suggereixin la resposta. Us proposem el fragment de l'escena, [Sí, primer ministre](#), per reflexionar sobre el paper de les enquestes. També teniu [La manipulació dels qüestionaris](#), proposada per Enric Brasó, en què podeu trobar el diàleg transcrit.

Per reflexionar sobre la formulació de bones preguntes estadístiques, també podeu discutir les que apareixen en l'activitat [Statistical Shorts](#) proposada per NRICH. Es tracta de valorar si les frases presentades són sempre certes o només ho són en determinades situacions, i animar l'alumnat a donar exemples que justifiquin en quines condicions una afirmació és sempre vertadera o falsa.

Al segon llibre de [L'estadística en el vostre món](#) (Barceló i Vidal *et al.*, 1990) hi ha una activitat específica anomenada [Què en penseu de?](#), dissenyada per evitar biaixos en les respostes dels enquestats.

Començarem partint d'un exemple:

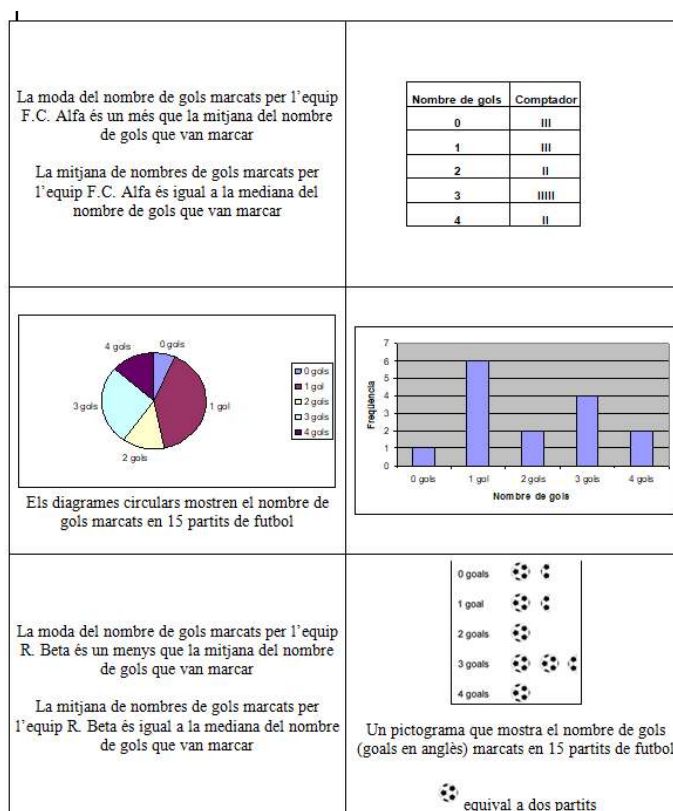
- «Hem de mantenir-nos aliats amb els nostres amics de l'OTAN. Hi estàs d'acord?» (que és esbiaixada).
- «Tota persona assenyada hauria de voler desvincular-se de l'OTAN. Hi estàs d'acord?» (és esbiaixada en el sentit contrari).

Es demana a l'alumnat que reconegui les paraules clau que fan que la pregunta sigui esbiaixada per, seguidament, classificar tres preguntes diferents per identificar la més esbiaixada i la que ho és menys:

- a) «En un país lliure com el nostre hauria d'estar permès fumar dins els autobusos. (D'acord/En desacord)».
- b) «L'hàbit absurd de fumar s'hauria de prohibir dins els autobusos. (D'acord/En desacord)».
- c) «No hauria d'estar permès fumar als autobusos. (D'acord/En desacord)».

Posteriorment, s'anima l'alumnat a escriure frases esbiaixades sobre la seva preferència en el futbol o en el tenis, preguntes esbiaixades sobre els sentiments que desperten les matemàtiques als companys i companyes de la classe o per saber si la gent prefereix TV2 o TV3.

Per treballar els **sabers #1.EST.IN.E** i **#1.EST.IN.F** trobem interessant la proposta de Sergio Gracia, [Gols i estadístiques](#) de l'itinerari [Un passeig per l'estadística](#), adaptació de la proposada a l'NRICH [Match and matches](#), en què es proporciona una classificació de la lliga de futbol i on l'alumnat ha de discriminar, entre el conjunt de dades, les necessàries per portar a terme les investigacions; després, a través d'unes targetes amb informació que aparentment pot semblar diferent, han de distingir quines pertanyen a un dels dos equips de futbol per tal de treballar la diferent representació. La proposta de Sergio Gracia també incorpora l'ampliació on l'alumnat fa les seves pròpies targetes.



Font: [Gols i estadístiques](#)

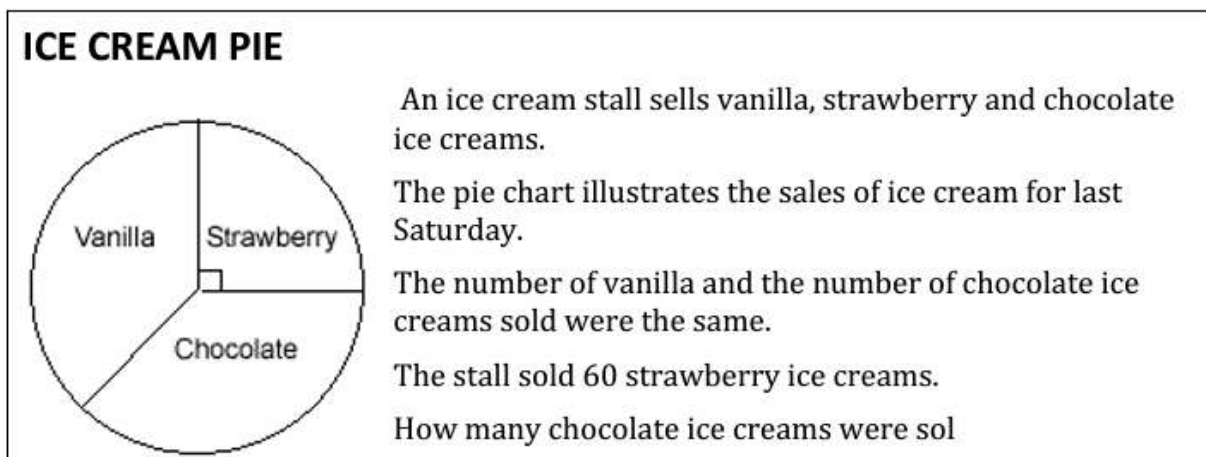
Autor: Sergio Gracia

Podeu trobar una altra bona activitat per treballar la interpretació de dades amb connexions amb el bloc espacial i també amb el sentit numèric a [AIMSSEC](#) (African Institute for Mathematical Sciences Scholls Enrichment Centre). Aquest programa educatiu, integrat a l'African Institute for Mathematical Sciences (AIMS), té com a objectiu principal la promoció de l'educació matemàtica i científica a l'Àfrica, especialment a les zones amb menys recursos.

AIMSSEC se centra a proporcionar formació, materials i suport als mestres de matemàtiques de secundària i són de lliure accés. L'objectiu és millorar l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques a les escoles mitjançant el desenvolupament professional dels docents. Ofereixen cursos en línia, materials didàctics i tallers per ajudar els professors a actualitzar els seus coneixements matemàtics i les seves metodologies per millorar l'alfabetització matemàtica de l'alumnat a l'Àfrica. A més, el programa també promou valors i

competències socioemocionals com el treball en equip, la resiliència i la confiança en les capacitats pròpies, tant entre els docents com en l'alumnat. Aquesta perspectiva integral permet connectar el desenvolupament matemàtic amb el creixement personal i afavoreix una educació més inclusiva i transformadora.

L'activitat concretament s'anomena [Ice cream pie](#) i s'hi presenta un gràfic de sectors corresponent a la venda de gelats. L'alumnat ha de trobar la fracció de gelats de maduixa i el total que es va vendre si de maduixa se'n van vendre 60, i analitzar també a través del gràfic el nombre d'unitats venudes de xocolata i vainilla. És una bona manera de treballar gràfics de sectors, fraccions i percentatges.



Font: [Ice cream pie](#)

Autor: AIMSSEC

Per treballar l'informe estadístic a 1r d'ESO, **saber #1. EST. IN. G.**, recomanem treballar la base d'orientació d'un informe estadístic. A l'aula, el professorat pot optar per deixar que l'alumnat faci l'informe estadístic sense cap pauta i després posar en comú els diferents informes dels grups de treball que han sortit. Analitzant i contrastant els diversos informes, es pot construir la pauta d'un informe estadístic de la classe o bé el professorat pot proporcionar la base d'orientació de l'informe des d'un principi.

Independentment de l'opció que decideixi el professorat, un informe estadístic pot contenir:

1. **Títol:** ha de donar idea del tema estudiat. Ha de ser cridaner o provocador. Convé col·locar el títol de forma breu a la capçalera de tots els fulls de l'informe.
2. **Autoria:** cal deixar el contacte per poder comunicar-se amb els autors.
3. **Resum:** cal donar a conèixer al lector els fets més rellevants de l'estudi i les conclusions sense entrar en detalls estadístics i numèrics. El contingut del resum ha de sintetitzar els 5 elements de l'informe. Normalment, s'escriu en passat i ha de contestar breument les preguntes següents:
 - Objectiu: què es volia investigar?
 - Mètode: quants participants hi havia i com es van recollir dades?

- Resultats clau: què s'ha trobat?
- Conclusió principal: què significa?

4. Cos de l'informe:

- **Introducció:** explica l'objectiu de l'estudi. Contesta la pregunta **per a què?**
- **Procediment:** ha de permetre poder repetir la investigació i ha de sintetitzar l'origen de les dades dels participants, quines han estat les variables d'estudi i quines decisions s'han pres a l'hora de la recollida de dades. Contesta la pregunta **com?**
- **Resultats:** es presenten preferentment els resultats en forma de gràfics o taules. Els gràfics han d'anar acompanyats amb un peu explicatiu que ha de ser suficient per entendre la informació sense necessitat d'un text llarg. Contesten la pregunta **què hem trobat o descobert?**
- **Anàlisi:** s'interpreten les dades de l'estudi i es poden fer recomanacions que surtin de les mateixes dades. Contesta la pregunta: **quines decisions o accions podem prendre?**
- **Conclusions:** una part d'aquestes s'han introduït al resum, però els autors han de comentar els gràfics i l'anàlisi de les dades.

Proposta de base d'orientació d'un informe estadístic

La base d'orientació pot servir com a pas previ per fer una rúbrica i com a eina d'autoavaluació o coavaluació.

Podeu treballar l'elaboració d'informes a l'activitat [On agafem l'avió?](#) de l'Idescat, on s'analitza la tipologia de vols de cadascun dels aeroports catalans. L'alumnat ha de fer un buidatge de dades, calcular els percentatges que representen i plasmar els resultats en un diagrama de barres. A partir d'aquestes dades i de la ubicació geogràfica de cada aeroport, es redacta un informe amb les conclusions obtingudes. Podeu trobar la fitxa per a l'alumnat [aquí](#).

Predictibilitat i incertesa

Sabers

- A. Identificació de fenòmens deterministes i de fenòmens aleatoris. **[ESS]**

- B. Reconeixement dels esdeveniments elementals d'un experiment aleatori i del seu espai mostral corresponent. **[ESS]**
- C. Assignació de graus qualitius de probabilitat a un esdeveniment aleatori: probable, improbable, impossible i segur. **[ESS]** **#MES.MA**
- D. Identificació i predicció de les probabilitats d'un esdeveniment en experiments senzills.
- E. Vinculació entre el concepte de proporcionalitat i el càlcul de probabilitats. **#NUM.RP**
- F. Utilització de la regla de Laplace per a casos equiprobables. **#NUM.QU,** **#MES.ME**
- G. Realització reiterada d'experiments amb l'objectiu del càlcul de probabilitats aplicant el concepte de freqüència relativa i la llei dels grans nombres. **#SOE.TP,** **#ALG.PC**

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

L'objectiu principal de la probabilitat és l'estudi d'esdeveniments aleatoris o no deterministes. Per tant, podem entendre la probabilitat com la mesura del grau de certesa o incertesa associat a un esdeveniment.

Seguint les recomanacions de Glaymann i Varga en el seu llibre *Las probabilidades en la escuela* (Glaymann & Varga, 1975), és fonamental promoure l'experimentació amb situacions i materials diversos per introduir l'alumnat en el món de la probabilitat. Així, es pot repetir un experiment diferents vegades en les mateixes condicions per passar després a demanar-li que pugui predir el resultat.

Inicialment, aquesta mesura pot ser qualitativa agafant diferents graus: segur, molt probable, probable, poc probable o impossible. Seria recomanable proposar situacions que els permetin comparar qualitativament les probabilitats de diferents esdeveniments.

A continuació, es poden plantejar situacions senzilles en les quals puguin caracteritzar les probabilitats amb fraccions o nombres decimals de l'interval $[0,1]$. La representació d'aquestes situacions amb diagrames d'arbre o taules poden ajudar a analitzar-les. En aquests moments, és important el domini de l'operativa amb fraccions i nombres decimals.

Més endavant, ja es podran calcular probabilitats amb la llei de Laplace per a casos equiprobables i amb la realització reiterada d'experiments aplicant el concepte de freqüència relativa i la llei dels grans nombres.

Comentaris sobre les connexions

El sentit de la predictibilitat i la incertesa es connecta directament amb el sentit numèric i el sentit de la mesura. En un primer moment, hi ha una connexió clara amb el bloc de magnitud del sentit de la mesura, **saber #1.MES.MA.H**, a l'hora d'associar una mesura qualitativa de la certesa d'un esdeveniment. Més endavant i de forma natural apareix la connexió amb els blocs de quantitat i sentit de les operacions del sentit numèric en l'ús de les fraccions per quantificar la probabilitat d'un esdeveniment, **saber #1.NUM.QU.D**. Tal com anem aprofundint, aquestes connexions apareixen de forma recurrent en el bloc de raonament proporcional del sentit numèric i en el bloc de mesurament del sentit de la mesura, **saber #1.NUM.RP.A** i **saber #1.MES.ME.J**.

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

A 1r d'ESO es considera essencial diferenciar els fenòmens deterministes dels fenòmens aleatoris, ja que és la base sobre la qual podrem començar a treballar. Una vegada identificat un fenomen aleatori, el primer pas és definir bé els esdeveniments elementals que conformen l'espai mostral del fenomen i que ens permeten assignar, en un primer moment, un grau qualitatiu de probabilitat a cada esdeveniment.

Recursos i activitats

Abans de desenvolupar les activitats de probabilitat pot resultar molt ric comentar amb l'alumnat l'origen de la paraula atzar: etimològicament prové de l'àrab hispànic "azzahr" i feia al·lusió a la flor de taronger, la que recorda l'os que ja s'utilitzava per jugar a alguna cosa semblant als daus a l'antiga Grècia.



Conjunt de tabes.

Font: [Wikipedia](#)

Recursos i activitats generals per al bloc de sabers

A la campanya [Laboratori de matemàtiques](#) del CREAMAT podem trobar activitats per treballar la probabilitat amb el [Daus - Probabilitat](#).

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

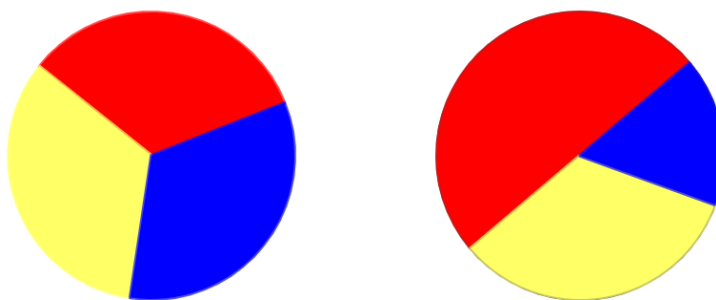
Per començar a treballar amb probabilitat, **saber #1. EST.PI.A**, resulta cabdal reflexionar com el món de l'atzar es troba en el nostre entorn i analitzar-ne la presència en el llenguatge i la realitat.

Per valorar el nivell d'intuïció de l'alumnat sobre situacions d'incertesa, us proposem una activitat basada en el 1r capítol del llibre *Azar y probabilidad* (Díaz Godino et al., 1988). Començarem la classe motivant l'alumnat perquè acabi les frases següents: per miracle, de rebot, per xamba, per potra, sense voler, per sort, sense intenció, sense cap pla. Totes aquestes frases contenen la mateixa idea intuïtiva d'atzar que es desenvoluparà posteriorment.

L'ús de materials i situacions de la vida quotidiana ens poden ajudar a reconèixer de forma fàcil els esdeveniments elementals i l'espai mostral d'experiments aleatoris per tal de treballar el **saber #1. EST.PI.B**. Així podem tirar diferents tipus de daus, ruletes, cartes, etc., i anar canviant l'experiment aleatori que es duu a terme. Aquests elements els anomenem *generadors aleatoris*.

Per exemple, si tirem un dau cúbic amb les cares numerades de l'1 al 6 i observem el valor que apareix a la cara superior, els esdeveniments elementals serien cadascun dels valors possibles i l'espai mostral seria $E=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

En canvi, si llancem un dau amb 3 cares vermelles, 2 de grogues i 1 de blava, i l'experiment aleatori consisteix a observar el color de la cara superior: els esdeveniments elementals seran cadascun dels colors, i l'espai mostral estarà format per $E=\{\text{vermell, groc, blau}\}$. Podem trobar experiments aleatoris diferents amb els mateixos esdeveniments elementals i mateix espai mostral, com ara si juguem amb una de les ruletes següents:



Font: elaboració pròpia

Podem observar com el dau amb les cares de colors i la segona ruleta són generadors aleatoris equivalents. Per exemple, podem preguntar com hauria de ser un dau per ser un generador aleatori equivalent a la primera ruleta mostrada. També es pot aprofitar la situació per introduir el concepte d'equiprobabilitat.

Per altra banda, si l'experiment aleatori consisteix a llançar dos daus i sumar els resultats de les dues cares superiors, els esdeveniments elementals seran cadascun dels possibles resultats d'aquesta suma i l'espai mostral estarà format pels valors $E=\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$. A partir d'aquí, podríem afegir-hi petites variants de la mateixa situació, utilitzant diferents tipus de daus o canviant l'operació; per exemple, si en comptes de sumar els valors, observem el valor absolut de la diferència entre els dos daus, l'espai mostral de l'experiment aleatori estarà format per $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Per treballar el **saber #1.EST.PI.C**, a l'ARC podem trobar l'activitat [Memory Improbable](#) de Sergio Gracia, també de l'itinerari [Un passeig per l'estadística](#), on es proposa a l'alumnat ordenacions de diferents expressions que podem utilitzar a la nostra vida quotidiana associades a l'assignació de graus qualitius d'esdeveniments aleatoris.

2. Establint un ordre a la probabilitat

A continuació teniu un llistat amb tot un seguit d'expressions que podem fer servir a la vida quotidiana, totes elles relacionades amb fets o successos que poden ocórrer, és a dir, possibles, però que es diferencien pel seu grau de probabilitat.

Ordena'ls seguint un ordre ascendent, és a dir, com a primera expressió "Impossible" i l'expressió "Segur" com a última.

Impossible Segur

- i. Poc probable
- ii. Pràcticament impossible
- iii. Improbable
- iv. Molt improbable
- v. Pràcticament segur
- vi. Molt probable
- vii. Poc improbable
- viii. Molt poc probable
- ix. Igualment probable (que el succés ocorri o que no ocorri)

Amb l'ajut del grup classe, proposeu una escala numèrica per tal d'associar totes aquestes expressions als diferents graus de probabilitat.

Tingues en compte que el succés impossible hauria de ser 0 i el succés segur hauria de ser 1.

Font: [Memory Improbable](#)

Autor: Sergio Gracia

En la segona part de l'activitat, es proposa un *memory* de 24 cartes on s'associen grups de 3 cartes compostos per l'esdeveniment, el grau qualitatiu i una primera aproximació numèrica. També es demana a l'alumnat que generi el seu propi *memory* probabilístic.

Una altra proposta interessant per reflexionar sobre la certesa d'afirmacions relacionades amb la probabilitat és l'activitat [Evaluating Statements About Probability](#) que forma part del [Mathematics Assessment Project](#). Aquest projecte va ser desenvolupat el 2015 en col·laboració entre la Universitat de Califòrnia, Berkeley i l'equip del Shell Center de la Universitat de Nottingham amb l'objectiu d'ajudar el professorat i l'alumnat. Hi podem trobar una col·lecció de 100 lliçons d'avaluació formativa organitzades per nivells educatius i sentits. En cada lliçó hi trobem els materials per a l'alumnat, així com les indicacions i els suports per al professorat per presentar l'activitat a l'aula. Totes les lliçons s'inicien amb una pretasca que l'alumnat ha de fer individualment a casa. A l'inici de la lliçó es revisen els resultats per detectar la comprensió de la situació i les possibles dificultats. A continuació, se segueix un esquema de treball individual, debats en petits grups i la posada en comú de tota la classe. Al final de la lliçó, es proposa una petita avaluació o una activitat reflexiva per tal que l'alumnat sigui conscient del que ha après.

L'exemple de la tasca introductòria de l'activitat [Evaluating Statements About Probability](#):

Are They Correct?

1. Emma claims:

Tomorrow it will either rain or not rain. The probability that it will rain is 0.5.



Is she correct? Explain your answer fully:

.....

.....

.....

2. Susan claims:

If a family has already got four boys, then the next baby is more likely to be a girl than a boy.



Is she correct? Explain your answer fully:

.....

.....

.....

3. Tanya claims:

If you roll a fair number cube four times, you are more likely to get 2, 3, 1, 6 than 6, 6, 6, 6.



Is she correct? Fully explain your answer:

.....

.....

.....

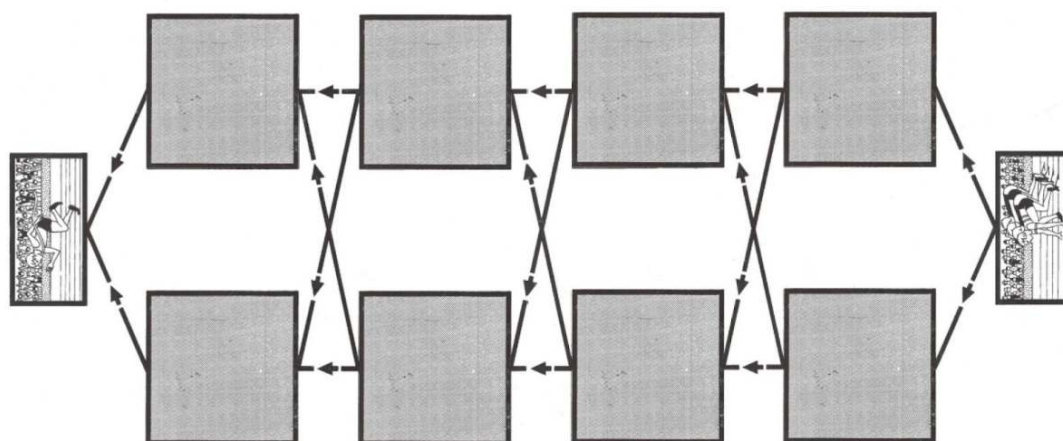
Font: [Evaluating Statements About Probability](#):

Autor: Mathematics Assessment Project

Després de l'assignació qualitativa dels graus de probabilitat a esdeveniments aleatoris, sembla natural el pas a l'assignació quantitativa d'aquestes probabilitats en casos senzills, tal com hem vist en l'activitat anterior. Una proposta possible per treballar el **saber #1. EST.PI.D** podria ser immersir aquest càlcul dintre d'un joc, com ara la «Cursa de probabilitats» de La Caixa de Varga.

La Caixa de Varga és un laboratori portàtil que conté tota mena de material manipulatiu i un catàleg d'activitats per aprendre estadística, probabilitat i combinatòria. Va ser editada originalment en alemany per l'editorial Klett Verlag de Stuttgart als anys setanta. Un dels seus creadors principals va ser Tamás Varga (1919-1987), matemàtic i professor hongarès reconegut internacionalment pel seu treball, especialment en els àmbits de l'ensenyament de la lògica, la combinatòria i la probabilitat. A la caixa s'hi pot trobar tot el material necessari per dur a terme les diferents activitats proposades.

Una de les propostes que conté és la «Cursa de probabilitats». Un joc en què dos, tres o quatre equips competeixen en una cursa; al llarg del recorregut van trobant alternatives i han de triar entre dos «obstacles» consistents en experiments aleatoris. Els obstacles s'indiquen en targetes, a cadascuna de les quals es representa l'experiment aleatori que s'ha de fer i el succés que s'ha de verificar per considerar l'obstacle superat. Així, un equip només pot superar un obstacle si, en fer l'experiment corresponent, es verifica el succés que s'hi indica. Aquestes targetes es col·loquen sobre els requadres del tauler següent:



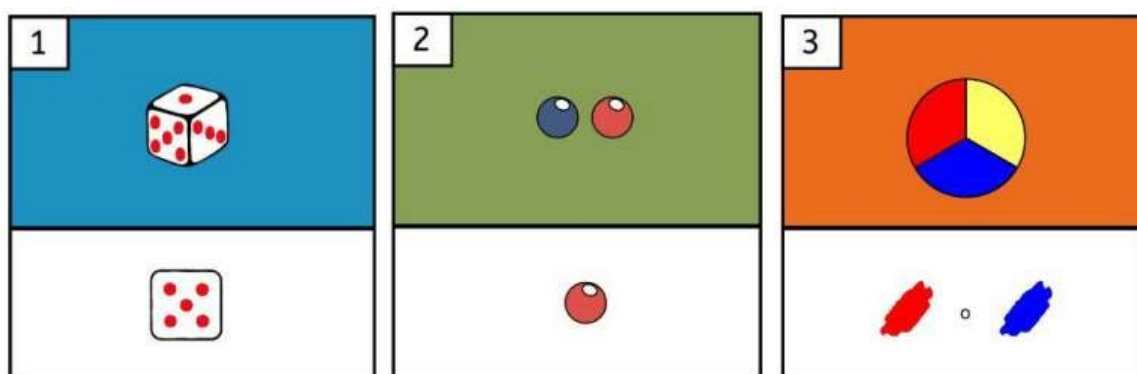
Font: [La Caixa de Varga](#)

Autor: Tamás Varga

Aquest tauler porta associades diferents col·leccions de targetes que permeten configurar de maneres diferents la cursa d'obstacles de probabilitats. Recordem que, a la part superior de cada targeta, s'indica icònicament l'experiment que cal fer, mentre que a la part inferior, el resultat que cal verificar per superar l'obstacle.

A cada pas es presenten dues alternatives i els equips han d'avaluar la probabilitat que tenen de passar per una alternativa o altra, i triar en conseqüència. Després s'ha de fer realment l'experiment aleatori... i la «sort» té la darrera paraula. Es tracta d'un recurs molt interessant per mostrar, a les etapes inicials, la necessitat de quantificar la probabilitat o per aplicar, en etapes avançades, coneixements probabilístics ja treballats a classe.

A continuació, podem veure algunes de les targetes més senzilles de la col·lecció, que l'alumnat ha d'avaluar per poder avançar en la cursa.



Font: [La Caixa de Varga](#)

Autor: Tamás Varga

Una vegada fetes les primeres curses, es pot demanar a l'alumnat que creï les seves pròpies targetes per ampliar la col·lecció original i generar els seus propis panells per dur a terme la cursa.

Al web [La Caixa de Varga](#) de l'Institut El Joncar de Barcelona, es poden trobar traduïts al català el manual i les diferents activitats del projecte. També es poden descarregar del web els [taulers](#) i les [targetes](#) de la Cursa de probabilitats. Aquest web és el resultat d'un treball de recerca de batxillerat dut a terme per dos alumnes del centre, Roger Canals i Mario Delfa. Per ampliar la informació anterior, podeu consultar també la proposta [Cursa de probabilitat](#) del [PuntMat](#).

Hi ha moltes situacions a l'aula que ens permeten associar el concepte de proporcionalitat a la probabilitat, **saber #1.EST.PI.E**. Així podem fer diferents preguntes senzilles per fer-ho palès, on el nostre espai mostral és l'alumnat de classe.

- Quina és la probabilitat que, en triar un alumne a l'atzar, porti ulleres?
- Quina és la probabilitat que porti vambes?
- Quina és la probabilitat que el seu cognom comenci amb la lletra F? I amb la W?

També podríem parlar de la probabilitat que ens toqui la grossa de la loteria o la grossa de Nadal. El professor José Luís Muñoz de Madrid ho va fer visualitzar amb grans d'arròs, comparació que es correspondria amb 1 gra d'arròs pintat d'entre 100.000 grans blancs, aproximadament 2,7 kg d'arròs- Podeu veure el seu treball a "[la probabilidad que toque El Gordo: como sacar un grano de arroz entre 100.000](#)".

Podríem aprofitar aquesta situació per fer diferents preguntes: Quina és la probabilitat que ens toqui la Grossa de Nadal? Tenim la mateixa probabilitat que ens toqui la Grossa independentment d'on comprem el dècim? Llavors, com és que hi ha administracions de loteria que tenen cues tan llargues cada any?

També podem fer servir altres materials com daus, ruletes, cartes, monedes, etc. i proposar-nos de calcular la probabilitat que surti un resultat concret.

La regla de Laplace, que es treballa amb el **saber #1.EST.PI.F**, ens diu que, en cas d'equiprobabilitat d'esdeveniments elementals, la probabilitat d'un esdeveniment A es pot calcular com a:

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos possibles}}.$$

Aquest resultat (aquesta regla) es pot aplicar a diverses situacions. Per exemple, si considerem un dècim de loteria, podem calcular la probabilitat que resulti guanyador. Podem agafar també cartes d'una baralla

espanyola i calcular la probabilitat, per exemple, de treure'n figures, o bé oros, o bé figures d'oros. Es pot variar la situació canviant-la per la baralla francesa o de pòquer, que té 52 cartes en lloc de 48, o bé treballar amb una baralla on faltin algunes cartes.

Tanmateix, és important mostrar també situacions en què no podem aplicar la regla de Laplace. N'és un bon exemple l'experiment de llançar una xinxeta i calcular la probabilitat que quedi amb la punxa cap amunt. En aquest cas, el resultat dependrà de la forma i el pes de la xinxeta i no podem assumir equiprobabilitat entre els dos possibles resultats.

Un altre exemple possible seria la coneguda [Cursa de cavalls](#), en aquest cas proposada pel Grup Matgi de Girona al seu taller [Tema13: Estadística i probabilitat](#):

La carrera de cavalls

La carrera de cavalls és un joc de tauler. Per començar a jugar, cada jugador (fins a dotze) ha de tenir una fitxa de color diferent (podeu utilitzar les de la pàgina següent), i necessiteu dos daus (de 6 cares, com els de parxís) i un taulell (el que teniu a la pàgina següent).



Per jugar heu de seguir les següents instruccions:

- Cada jugador escull un número de l'1 al 12 i col·loca la seva fitxa a la casella de sortida del costat (no podeu repetir, cada un ha d'escollir un número diferent).
- Tireu els daus (tots dos alhora) i sumeu els dos números que hagin sortit. El jugador que té la fitxa en el resultat de la suma avança una posició.
- Guanya qui arriba primer al final del taulell.



Font: [Cursa de cavalls](#)

Autors: Grup Matgi de Girona

Tot i que inicialment ens trobem en un cas de no equiprobabilitat dels esdeveniments simples, on l'espai mostrat és $E=\{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$, podem analitzar totes les possibles tirades amb dos daus, que són 36 i totes equiprobables. D'aquesta manera, ara sí que es pot aplicar la regla de Laplace.

Un altre exemple que es podria dur a classe seria els dels sortejos per lletra amb els mateixos noms o cognoms dels alumnes per triar un nombre concret d'alumnes. Tot i que inicialment les lletres de l'alfabet són equiprobables, en el sorteig no és així amb la probabilitat de sortir d'un cognom concret. Joan Jareño ho mostra d'una manera molt clara a l'activitat [Experimentem els sorteigs "per lletra"](#) del seu magnífic [Blog del calaix+ie](#). En la mateixa proposta ens planteja alternatives, com treure del sorteig les lletres per les quals no comença cap cognom o amb dues lletres. Tot i això, queda reflectit que només en casos molt concrets d'una distribució de noms o cognoms el sorteig seria just.

La llei dels grans nombres, **saber #1.EST.PI.G**, en la seva versió més senzilla, ens diu que, si repetim un experiment aleatori un nombre molt gran de vegades, la freqüència relativa d'un esdeveniment convergeix a la probabilitat de l'esdeveniment.

Reprenent l'exemple de les xinxetes, Anton Aubanell ens proposa l'activitat [Com cau una xinxeta?](#). En aquesta activitat, es demana a l'alumnat que, en petits grups, faci sèries de 50 o 100 tirades fins a completar un total de 1.000 tirades per grup. Paral·lelament, ha de representar la freqüència relativa acumulada de cadascun dels resultats per observar com aquestes es van estabilitzant al voltant d'un valor similar entre els diferents equips. Aquesta estabilització respon a l'anomenada llei dels grans nombres que, en el límit, ens permetrà donar una definició experimental de probabilitat, alternativa a la regla de Laplace.

Una activitat semblant podria ser la proposada per Enric Brasó amb una maquineteta i que podem trobar a l'ARC amb el títol [Podem fer servir de dau una maquineteta?](#), on la maquineteta fa de dau no equilibrat. A l'[activitat](#) podem trobar un applet que simula les tirades i representa un gràfic progressiu.

Per comprovar si un dau està equilibrat podríem fer moltes tirades i veure si la freqüència relativa s'aproxima a la probabilitat teòrica de cada cara. Manuel Sada en la seva pàgina web d'[Estadística y Probabilidad](#), proposa diferents construccions amb GeoGebra que simulen aquestes situacions.

Blocs de competències: processos matemàtics i gestió socioemocional

El conjunt de sabers que constitueixen el sentit estocàstic, com tots els altres sentits, s'ha de relacionar amb el conjunt de competències del currículum. Sense un coneixement dels sabers, difícilment es poden desenvolupar els processos per avançar i assolir les competències i, d'altra banda, la manera com s'introdueixen, es construeixen i s'utilitzen els sabers és clau per dur a terme un treball competencial.

Així doncs, tots els sabers poden contribuir a desenvolupar qualsevol competència si es treballen en activitats adequades. Igualment, un saber pot contribuir a desenvolupar diverses competències.

Es presenta la relació entre els sentits i les competències específiques a través dels processos: Resolució de problemes (competències específiques CE 1 i CE 2), Raonament i prova (competències específiques CE 3 i CE 4), Connexions, on distingim les internes (competència específica CE 5) i les externes (competència específica CE 6), Comunicació i representació (competència específica CE 7) i Gestió socioemocional (competències específiques CE 8 i CE 9).

Aquesta relació, pel que fa al sentit estocàstic, es concreta, en el marc d'aquest exemple, de la manera que es descriu en els apartats següents, tot i que hi pot haver altres anàlisis igualment vàlides.

Resolució de problemes (CE 1 i CE 2)

El treball dels sabers del sentit estocàstic a 1r d'ESO propicia que l'alumnat treballi la variabilitat i la tendència de dades i com aquestes dades es poden fer servir per respondre preguntes sobre dades o per comparar conjunts de dades. Cal destacar el canvi de representació taula-gràfic com una estratègia per poder interpretar dades i resoldre reptes o problemes associats.

L'alumnat de 1r d'ESO necessita l'aplicació progressiva de la mitjana, la mediana i la moda a la resolució de problemes, incloses les situacions en què calgui utilitzar el càlcul de mitjanes ponderades o comparar dos grups.

Pel que fa a la probabilitat, és recomanable treballar mitjançant simulacions i experiències reals per tal que l'alumnat pugui construir la seva comprensió a partir de l'experimentació.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar la resolució de problemes són, entre altres:

- El **saber #1.EST.DI.A** és rellevant per a la interpretació i la traducció d'un problema a un model matemàtic, i, per tant, per al desenvolupament de la CE 1.
- L'elaboració de gràfics **saber #1.EST.DI.E** afavoreix la capacitat d'elaborar representacions matemàtiques eficaces per a la resolució de problemes, com en situacions de la vida quotidiana, i s'alinea amb CE 1.
- El **saber #1.EST.IN.A** és essencial tant en el desenvolupament de la CE 1 com per a la CE 2.
- La relació entre el concepte de proporcionalitat i el càlcul de probabilitats, **saber #1.EST.PI.E**, mobilitza la CE 1.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers fan referència directa al procés de resolució de problemes. Per exemple:

- El problema de [Caracteritzant la classe](#), del grup Vilatzara, o [Com som](#) de Lluís Mora (esmentats a **#1.ALG.IN**) són bons exemples de dissenys d'investigació en què l'alumnat ha de resoldre el repte de descriure les característiques del seu grup classe. Aquests problemes permeten als estudiants explorar estratègies diverses per abordar la situació, cosa que fomenta la CE 1.
- La proposta [Si el món tingués 100 persones](#) (esmentada al **saber #1.ALG.IN.A**) també serveix per analitzar dades i interpretar resultats mitjançant el raonament matemàtic. A més, facilita la formulació de noves preguntes al voltant de la població mundial, enllaçant amb la CE 2.
- [Slow reveal graphs](#) és una eina excel·lent per contribuir al desenvolupament de les competències CE 1 i CE 2.
- En l'activitat [La cursa de probabilitats](#), que apareix al **saber #1.EST.PI.D**, l'alumnat ha d'analitzar quin és el camí més probable, cosa que mobilitza la CE 1.

Raonament i prova (CE 3 i CE 4)

És evident que l'estocàstica proporciona un context excel·lent per treballar el raonament matemàtic. L'alumnat de 1r d'ESO pot formular arguments matemàtics a través de l'anàlisi i la interpretació de taules i gràfics, així com fer prediccions de la tendència d'unes dades. A més, a l'aula apareixen discussions, tant en petit com en gran grup, sobre les maneres més bones de recollir i representar les dades, així com sobre les conclusions que podem extreure d'una investigació, un experiment o una simulació per a la posterior presa de decisions.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar el raonament són, entre altres:

- El **saber #1.EST.DI.C** i el **saber #1.EST.DI.D** són rellevants en l'organització de dades a l'hora de trobar tendències i similituds en els problemes que es volen solucionar.
- El **saber #1.EST.IN.D** desenvolupa la capacitat de plantejar preguntes en contextos diversos que es puguin resoldre mitjançant el coneixement matemàtic.
- La interpretació de dades i l'obtenció de conclusions, treballades en el **saber #1.EST.IN.F**, plantegen la necessitat de fer un raonament que justifiqui el resultat obtingut.
- El **saber #1.EST.PI.F** facilita la comprensió de la no-equiprobabilitat dels sortejos per lletres del cognom excepte en casos molt particulars en l'activitat [Experimentem els sorteigs "per lletra"](#).

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers fan referència directa al procés de raonament i prova. Per exemple:

- [Estimating time](#), de NRIC, és una bona activitat per treballar l'organització de dades amb l'objectiu de reconèixer com les persones mesurem el temps mitjançant l'anàlisi de les dades i respondre al problema plantejat (CE 4).
- Al segon llibre de [L'estadística en el vostre món](#) podem trobar l'activitat Què en penseu? (esmentada al **saber #1.EST.IN.D**), on es treballen les preguntes no esbiaixades d'un estudi estadístic (CE 3).
- A la proposta de Sergio Gracia de [Gols i estadístiques](#), de l'itinerari [Un passeig per l'estadística](#), esmentada al **saber #1.EST.IN.E**, es treballa la selecció de les dades més rellevants per resoldre el problema (CE 4).

Connexions amb altres parts de la matemàtica (CE 5)

La connexió entre estocàstica i el sentit espacial és clara quan es tracta de la representació gràfica de dades, especialment en gràfics de sectors, que s'ha considerat un saber essencial a 1r d'ESO. En aquests gràfics, l'alumnat ha de ser capaç de visualitzar com es relacionen les diferents parts del tot i establir connexions entre la mesura angular, les proporcions i els percentatges. Això també enllaça amb el sentit numèric.

Per una banda, la relació entre el sentit de la mesura i l'estocàstica és fonamental, ja que moltes operacions estadístiques impliquen recollir, quantificar i analitzar dades, unes activitats que requereixen totes una comprensió precisa de la mesura. Molts dels estudis estadístics poden sortir en contextos en què calgui mesurar o fer estimacions o aproximacions. Per aquest motiu, cal que, en els cursos inicials, l'alumnat entengui que, en escollir una mostra d'una població per fer un estudi estadístic, hi ha les imprecisions que poden sorgir i que, per tant, hi ha un error associat. Així, cal treballar com es poden minimitzar aquests errors.

Per altra banda, la mesura de la incertesa a través del càlcul de probabilitats, tenint en compte la proporcionalitat, és un saber essencial del sentit de la mesura. A 1r d'ESO, l'alumnat hauria de poder determinar el grau qualitatiu de certesa o incertesa d'un esdeveniment classificant-lo com a segur, molt probable, poc probable, possible, impossible...

Totes aquestes connexions representen ocasions per contribuir al desenvolupament de la competència CE 5.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar les connexions internes són, entre altres:

- Les freqüències relatives, que es treballen al **saber #1.EST.DI.D.**
- Els diagrames polars i de sectors, del **saber #1.EST.DI.E.**
- La mesura qualitativa de la probabilitat, inclosa al **saber #1.EST.PI.C.**
- La regla de Laplace, treballada al **saber #1.EST.PI.F.**

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers aporten o utilitzen connexions internes. Per exemple:

- [Flavour Frenzy](#) de Make Math Moments, esmentada al **saber #1.EST.DI.D.**, permet fer connexions entre fraccions i percentatges.
- L'activitat [Quants cigrons hi ha en un quilogram de cigrons?](#), d'Anton Aubanell, esmentada al **saber #1.EST.IN.C.**, presenta connexions amb el **saber #1.NUM.RP.E.**
- La proposta de [L'illa misteriosa](#), de Lluís Mora, permet treballar el mostreig i el càlcul d'àrees al **saber #1.ESP.VM.**
- L'activitat [Memory Improbable](#), de Sergio Gracia, treballa l'assignació dels graus de probabilitat a propòsit del **saber #1.EST.PI.C.**
- La coneguda [Cursa de cavalls](#), apareix al **saber #1.EST.PI.F.**
- L'activitat esmentada al **saber #1.EST.IN.F.** [Ice Cream Pie](#) permet connexions entre el sentit espacial, el numèric i la interpretació de gràfics.

Connexions amb altres matèries i amb l'entorn (CE 6)

L'estocàstica, i especialment l'estadística, és una eina per resoldre problemes, amb aplicacions en diverses disciplines, especialment les científiques i les socials. Els sabers del sentit estadístic permeten comprendre fenòmens complexos a través de dades, fent possibles les prediccions, la presa de decisions informades i la millora contínua dels coneixements, cosa que facilita el descobriment de patrons i relacions significatives en

una àmplia gamma de fenòmens.

A 1r d'ESO, la descoberta dels estudis estadístics d'aquest fet per part de l'alumnat és encara incipient, ja que els contextos en què es poden treballar són senzills. No obstant això, a mesura que s'avanci en els cursos de secundària, es faran més complexos, teixint els vincles amb altres disciplines. No s'hauria de perdre cap oportunitat per treballar contextos d'altres disciplines, ja que això permet donar sentit a les dades i a les conclusions extretes.

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar les connexions externes són, entre altres:

Sabers

A continuació, s'indiquen, a tall d'exemple, alguns d'aquests sabers:

- L'anàlisi de gràfics, **saber #1.EST.DI.A** i **saber #1.EST.DI.E**, permet connectar les matemàtiques amb nombroses àrees del coneixement: altres ciències, actualitat, tecnologia... Això implica la construcció de models matemàtics per estudiar fenòmens naturals i socials, cosa que reforça la CE 6.
- El disseny d'investigacions i enquestes, **saber #1.EST.IN.A**, per resoldre un problema, necessitat o repte explicita la importància del context extern, i reforça també la CE 6. Cal destacar que, a 1r d'ESO, es fan servir sobretot contextos propers a l'alumne/a.
- El **saber #1.EST.DI.G**, relacionat amb l'informe explicatiu d'un estudi estadístic, és un element característic de tota la ciència, ja que qualsevol descoberta o conclusió es presenta a través d'un informe.
- L'experimentació amb l'objectiu del càlcul de probabilitats aplicant el concepte de freqüència relativa i la llei dels grans nombres, **saber #1.EST.PI.G**, es treballa en contextos pràctics i reals.

Recursos

Molts dels recursos descrits per treballar diferents sabers del sentit estocàstic ofereixen oportunitats per fer connexions externes. Per exemple:

- [Gráficos de ayer y de hoy](#), esmentat al **saber #1.EST.DI.A**, permet identificar i valorar l'aportació actual i històrica de l'estadística a la història de la humanitat.
- El recurs és [Slow reveal graphs](#), també esmentat al **saber #1.EST.DI.A**, mostra la connexió matemàtica amb molts contextos pràctics, quotidians i d'actualitat.
- L'activitat de [Quants cigrons hi ha en un quilogram de cigrons?](#), d'Anton Aubanell, esmentada al **saber #1.EST.IN.C**, presenta connexions amb l'ecologia.
- L'elaboració d'informes a l'activitat [On agafem l'avió?](#), de l'Idescat, analitza la tipologia de vols de cadascun dels aeroports catalans (**saber #1.EST.IN.G**).

- [Com cau una xinxeta?](#), esmentat al **saber #1.EST.PI.G**, s'acosta a un procés d'investigació estadística, però alhora científica.
- Els recursos associats al pensament computacional (maneig d'eines digitals, activitats de pensament computacional desendollat, programació de codi...) connecten molt bé amb el camp STEM, com ara les construccions amb GeoGebra que simulen situacions aleatòries del web de Manuel Sada, d'[Estadística y Probabilidad](#).

Comunicació i representació (CE 7)

La competència de comunicació i representació en estadística implica diverses habilitats que van més enllà de simplement obtenir dades i representar-les. Desenvolupar la competència 7 significa ser capaç de:

- Organitzar la informació: recopilar i depurar, classificar, organitzar i resumir.
- Representar la informació obtinguda: la creació dels gràfics adequats i la seva interpretació, el raonament de la informació tractada.
- Analitzar les dades: el pensament crític en interpretar les dades, la justificació de les eleccions i la formulació de noves preguntes o d'hipòtesis.
- Comunicar les conclusions de manera clara i ordenada, explicant el procés seguit.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar la comunicació i la representació són, entre altres:

- Tot el conjunt de sabers del bloc distribució convida l'alumnat a comunicar la informació de manera organitzada, a representar dades per visualitzar idees i justificar, a debatre i explicar conclusions.
- El **saber #1.EST.DI.E**, en què l'alumnat desenvolupa la capacitat de classificar i resumir, tant mitjançant taules, llistes com altres formes d'agrupació de dades. Això és essencial per a una representació visual correcta i una anàlisi més profunda.
- El **saber #1.EST.DI.F** fa referència a llegir correctament la informació presentada en un gràfic per identificar tendències, patrons i anomalies.
- El **saber #1.EST.DI.G** està vinculat a la presentació de conclusions en termes accessibles, amb un llenguatge clar i adequat, tenint en compte el públic a qui es dirigeix i explicant el procés seguit per arribar a les conclusions, de manera que els altres puguin entendre el raonament i, si cal, replicar-lo.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers del sentit estocàstic fan referència al procés de comunicació i representació. Per exemple:

- La creació de diagrames al [Projecte: gràfics amb arròs](#), esmentat al **saber #1.EST.DI.E**, com a exemple de treball en creacions gràfiques i visuals.

- L'activitat [M, M & M](#), esmentada al **saber #1.EST.DI.F**, en què cal que l'alumnat interpreti cadascun dels paràmetres estadístics.
- La creació d'informes estadístics i l'activitat [On agafem l'avió?](#) de l'Idescat, esmentada al **saber #1.EST.DI.G**.

Gestió socioemocional (CE 8 i CE 9)

La competència 8, relacionada amb el desenvolupament d'habilitats personals com l'autoregulació, és fonamental per promoure una actitud positiva cap a l'aprenentatge de les matemàtiques, en especial en estocàstica. Tant la probabilitat com l'estadística es caracteritzen per la incertesa i la gestió d'informació incompleta o variable, per la qual cosa es poden generar ansietats o frustració si no es treballen adequadament les creences, les actituds i les emocions de l'alumnat.

Fomentar l'autoregulació en aquest context implica ajudar els estudiants a gestionar les seves emocions davant de l'error i considerar-lo com una oportunitat d'aprenentatge. Aquesta actitud permet desenvolupar la resiliència necessària per continuar endavant quan els resultats no són els esperats o quan hi ha incertesa. En aquest sentit, l'estadística i la probabilitat són eines que permeten entendre i gestionar millor la incertesa i mostren que no sempre podem predir el futur amb precisió, però podem fer prediccions informades i raonades basades en dades.

A més, aquesta competència també implica ajudar els alumnes a desenvolupar creences positives sobre la seva pròpia capacitat d'aprendre matemàtiques i de gaudir del procés, fins i tot quan no tenen respostes clares o immediates. Això es pot aconseguir mitjançant activitats que involucrin la resolució de problemes oberts, la reflexió sobre els errors i el treball en equip, cosa que fomenta un entorn d'aprenentatge segur i motivador i desenvolupa així la competència 9.

La gestió socioemocional està vinculada a dues competències específiques:

- CE 8, relacionada amb el desenvolupament d'habilitats personals com les creences, les actituds i les emocions envers les matemàtiques.
- CE 9, centrada en el desenvolupament d'habilitats socials com el treball en equip i la presa de decisions.

A continuació, s'indiquen alguns aspectes que, treballats des del sentit estocàstic, poden contribuir al desenvolupament de les competències CE 8 i CE 9.

Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 8

- És cert que l'alumnat de 1r d'ESO pot arribar amb nivells diferents de coneixements d'estadística. Per garantir que tothom se senti còmode, caldria començar amb activitats introductòries que no assumeixin coneixements previs. Dur a terme activitats en què es treballen els conceptes bàsics, com activitats senzilles sobre la recollida de dades, organització i presentació de dades en taules o gràfics bàsics (barres, sectors, etc.), utilitzar exemples rellevants, com fer servir dades properes a la realitat de l'alumnat (com esports, música o sèries de televisió) pot fer que l'estadística sigui més accessible i atractiva. Per altra banda, per garantir que tot l'alumnat acabi adquirint els

coneixements bàsics d'estadística, cal proporcionar feedback continu, basat en revisions freqüents de les tasques que poden ajudar a identificar i corregir dificultats individuals.

- Combinar l'ús de materials manipulatius amb una gestió socioemocional adequada és una gran manera de presentar l'estadística i la probabilitat com una oportunitat per gestionar la incertesa. A través del treball d'anàlisi matemàtica, l'alumnat pot entendre que la incertesa no és una font d'angoixa, sinó una part essencial de la vida que es pot analitzar i abordar de manera racional. Podem convidar l'alumnat a parlar sobre com l'anticipació de resultats incerts els afecta i com poden usar els conceptes apresos per sentir-se més segurs davant aquestes situacions o reforçar la idea que no saber el resultat immediat no significa fracàs, sinó que és una oportunitat per aprendre més sobre el procés i els resultats a llarg termini.
- Presentar el potencial històric de l'estadística a l'alumnat de 1r d'ESO pot ajudar-los a entendre la seva rellevància en la vida quotidiana i en la societat. En aquest nivell, coincidint amb el treball que es porta a terme a l'àmbit de socials d'història de les antigues civilitzacions, seria convenient tractar els censos de població, que es remunten a l'antiga Roma i l'antic Egipte, on es feien servir per comptabilitzar les persones i distribuir recursos. Això permet entendre com els governs han utilitzat i continuen usant l'estadística per planificar serveis i infraestructures, cosa que promou una apreciació més gran de la seva utilitat.
- És molt beneficiós que l'alumnat prengui consciència del seu propi progrés en l'aprenentatge estadístic, ja que això els ajuda a entendre com les matemàtiques, i en concret l'estadística, tenen aplicacions pràctiques en la vida real. Aquesta presa de consciència afavoreix una major motivació i confiança en les seves habilitats.

Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 9

L'estadística és una àrea ideal per fomentar el treball en equip, ja que implica col·laboració en la recollida, l'anàlisi i la interpretació de dades. Això ajuda els alumnes a desenvolupar habilitats socials i emocionals importants, com ara la presa de decisions conjunta, el respecte per les idees dels altres i la confiança en les seves pròpies capacitats.

El procés d'un estudi estadístic a l'aula implica la col·laboració entre els membres del grup, la qual cosa proporciona una gran oportunitat per treballar la competència 9. A través del treball estadístic, els alumnes desenvolupen habilitats socials i d'aprenentatge cooperatiu, alhora que integren i enforteixen el seu coneixement matemàtic. A continuació, es destaquen algunes activitats concretes en aquest àmbit:

- L'activitat de Sergi del Moral [Hola, com ets?](#), esmentada al **saber #1.EST.DI.C**, en què es construeix col·lectivament un diagrama de barres generat a partir d'adjectius triats pels alumnes, que descriuen com se senten quan fan matemàtiques.
- La proposta esmentada al **saber #1.EST.DI.E** d'Anton Aubanell [Nosaltres com a recurs: role-plays a classe de matemàtiques \(2\)](#), en què es proposa la creació de diagrames humans on els mateixos alumnes són les dades.
- El debat que apareix al **saber #1.EST.DI.F** al voltant d'una fotografia matemàtica.