

TOR 1r d'ESO: Sentit de la mesura

Consideracions generals	1
Blocs de sabers	2
Magnitud	2
Sabers	2
Descripció i orientacions	2
Reflexions inicials	2
Comentaris sobre les connexions	3
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació	3
Observacions sobre alguns sabers específics	4
Recursos i activitats	4
Recursos i activitats generals per al bloc de sabers	4
Recursos i activitats per treballar sabers concrets	4
Mesurament	17
Sabers	17
Descripció i orientacions	17
Reflexions inicials	17
Comentaris sobre les connexions	18
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació	19
Observacions sobre alguns sabers específics	20
Recursos i activitats	20
Recursos i activitats generals per al bloc de sabers	20
Recursos i activitats per treballar sabers concrets	22
Estimació i relacions	38
Sabers	38
Descripció i orientacions	38
Reflexions inicials	38
Comentaris sobre les connexions	39
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació	39
Recursos i activitats	39
Recursos i activitats generals per al bloc de sabers	39
Recursos i activitats per treballar sabers concrets	40
Blocs de competències: processos matemàtics i gestió socioemocional	42
Resolució de problemes (CE 1 i CE 2)	42
Sabers	43
Recursos	43
Raonament i prova (CE 3 i CE 4)	44



Sabers	44
Recursos	44
Connexions amb altres parts de la matemàtica (CE 5)	45
Sabers	45
Recursos	46
Connexions amb altres matèries i amb l'entorn (CE 6)	46
Sabers	46
Recursos	47
Comunicació i representació (CE 7)	47
Sabers	48
Recursos	48
Gestió socioemocional (CE 8 i CE 9)	49
Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 8:	49
Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 9:	50

Consideracions generals

La mesura constitueix una de les principals activitats humanes a partir de les quals es desenvolupa la matemàtica. Està present en totes les cultures, atès que permet comparar, ordenar, estimar, calcular, amb més o menys precisió, diferents magnituds. (Bishop, 1999)

El sentit de la mesura aglutina un conjunt d'accions que ha de permetre connectar amb la resta de sentits del currículum.

Els sabers treballats a primària corresponents a la mesura es mantenen amb poques modificacions a secundària, tal com es pot observar a les pàgines 7 i 8 del document [Sabers de l'educació primària: Matemàtiques](#). Aquestes coincidències faciliten la transició entre les dues etapes. Així doncs, caldrà acompanyar els alumnes i recollir els diferents aprenentatges assolits sobre mesura en cursos anteriors per tal de continuar treballant en aquest 1r d'ESO.

Des del CREAMAT s'ofereixen els cursos d'ARAMAT dirigits al professorat de primària. Es considera important referenciar la [3a sessió del mòdul 2](#) d'aquests cursos, dedicada a la mesura. En aquesta sessió s'observen diferents activitats d'aula i indicacions sobre la seva gestió que ens donaran bones idees i informació del treball que ha pogut fer el nostre alumnat respecte al sentit que aquí es tracta.

El conjunt de sabers que constitueixen el sentit de la mesura venen agrupats en tres blocs: Magnitud, Mesurament i Estimació i relacions. Una lectura en l'ordre en què s'han escrit pot donar estructura i una visió completa del que volem treballar amb el nostre alumnat, però en el moment de dur-lo a l'aula amb activitats d'experimentació, aquesta seqüenciació no és tan rígida, ja que la interacció entre els sabers de diferents blocs apareix de forma natural.

Treballar el sentit de la mesura connectant-lo amb la resta de sentits matemàtics i amb altres àrees de coneixement n'accentua la rellevància. Tanmateix, també és necessari estudiar-lo per si sol, i mostrar aquells aspectes propis que el fan significatiu. L'estudi de diferents relacions entre magnituds en objectes bidimensionals i tridimensionals i la seva comprensió en són un bon exemple. Igual que amb la resta de sentits, volem que la resolució de problemes sigui l'eix vertebrador de l'aprenentatge de les matemàtiques.

Tal com indica el professor Anton Aubanell en les [Orientacions pràctiques per a la millora de la geometria](#), a la pàgina 72, *són moltes les activitats que es poden fer a classe entorn de la mesura. Serà bo que els alumnes treballin en grups, amb un bon grau d'autonomia i amb un ambient d'intercanvi d'idees, al llarg d'un procés per al qual es pot proposar un cert patró general de possibles accions:*

1. *Conjecturar, fer una estimació de la mesura que es busca. Si pot ser, posar-la en comú argumentant les raons que l'han fonamentada.*
2. *Establir la unitat de mesura més adequada.*
3. *Buscar o construir l'eina de mesura i conèixer bé com fer-la servir: cintes mètriques, làsers, goniòmetres, etc. La construcció d'un goniòmetre per part del mateixos alumnes és una proposta molt instructiva.*
4. *Mesurar tant com calgui amb les millors condicions per garantir la màxima exactitud.*
5. *Prendre consciència de l'existència d'errors en la mesura i de procediments que poden millorar-ne la precisió. Per exemple, fer la mateixa mesura repetidament i fer la mitjana dels resultats.*
6. *A vegades s'estarà fent una mesura indirecta. En aquest cas, la mesura que s'està determinant no és la que s'ha mesurat directament sinó que ha de ser deduïda per mitjà de procediments geomètrics o trigonomètrics. En aquests casos cal tenir en compte dues coses:*
 - *El domini dels conceptes i les relacions que cal posar en joc. (...)*

- *La propagació d'errors en el procés de càlcul. Els errors en els mesuraments inicials poden créixer i afectar significativament el resultat final. (...) Sovint, en aquest context, els alumnes tenen tendència a donar el resultat de les operacions fetes amb moltes xifres decimals, com si més xifres impliquessin més exactitud. És important subratllar el fet que no podem atorgar al resultat final més exactitud que la que tenien les dades de partida i que, potser, encara se n'ha perdut al llarg del procés de càlcul.*
- 7. *Valorar la plausibilitat de la mesura obtinguda («Té sentit en el context?» «És coherent amb altres dades de què es disposa?») i la seva precisió, expressant-la adequadament atenent, en especial, a les xifres significatives i a les unitats.*
- 8. *Si és possible, fer comprovacions comparant el resultat obtingut en el mesurament amb mesures procedents d'altres fonts: si es tracta d'un edifici, preguntant a un veí; si es tracta d'un objecte petit, submergint-lo en aigua i mesurant l'augment de volum; en altres casos, embolicant l'objecte per aproximar-nos a la mesura de la seva àrea o emplenant-lo per al volum.*
- 9. *Reprendre les conjectures fetes inicialment i valorar el nivell d'aproximació que s'havia assolit.*

En aquesta línia, donat el fort component experimental que per naturalesa presenta el desenvolupament d'aquest sentit a 1r d'ESO, es proposa treballar-lo sempre a partir dels processos matemàtics i amb activitats que impliquin els tres blocs de sabers i, alhora, posar l'accent en el càlcul de mesures directes per tal d'anar construint coneixement. Es definiran i es consolidaran els conceptes quan calgui, procurant no avançar-ne l'aparició. La representació i plantejament de les diferents situacions de mesura directa viscudes, així com la seva resolució, dotaran l'alumnat de models que li permetran atacar nous escenaris i apropar-lo al càlcul de mesures indirectes.

Blocs de sabers

Magnitud

Sabers

- A. Identificació d'atributs mesurables en objectes matemàtics o físics en el nostre entorn.
- B. Establiment d'unitats patró de mesura (a partir del propi cos, unitats antropomètriques, o d'objectes coneguts propers a l'alumnat) adequades a cada situació.
- C. Comparació de les diferents unitats de mesura per a un mateix atribut.
- D. Adquisició, per consens, d'una unitat de mesura de referència comuna.
- E. Avaluació de la importància de l'establiment del sistema mètric decimal (naixement del metre).
- F. Adequació de la unitat de mesura als atributs dels objectes.
- G. Elecció d'unitats de mesura adients per poder operar entre elles i, si s'escau, per generar-ne de derivades (per exemple, $1\text{ m} \times 1\text{ m} = 1\text{ m}^2$) [ESS] #NUM.SO
- H. Determinació del grau qualitatiu de certesa o incertesa associat a esdeveniments: segur, molt probable, poc probable, possible, impossible... [ESS] #EST.PI

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

Aquest primer bloc de sabers recull la necessitat que l'alumnat desenvolupi el sentit de la mesura a partir del reconeixement d'atributs mesurables en objectes i l'adquisició de patrons que li serviran de base per poder establir quantitats, fer comparacions i estimacions. Cal que aquests patrons s'acabin integrant de forma natural en el seu coneixement com a unitats de referència, no només sabent-ne l'existència, sinó tenint una representació mental i física del que mesuren. És per això que recomanem un aprenentatge basat en activitats experimentals i on es fomenti la conversa matemàtica. Malgrat que sembli una evidència, només es pot desenvolupar el sentit de la mesura mesurant.

Tal com s'ha comentat en les consideracions generals, els alumnes ja tenen experiències sobre mesuraments a la primària, i han treballat amb unitats angulars, de longitud, àrea, capacitat, massa, temps, etc. Cal recollir aquest treball i els aprenentatges assolits per tal de donar-los una continuïtat, aprofundir amb noves situacions, reconèixer relacions d'equivalència i saber operar amb les quantitats obtingudes.

Cal cuidar la introducció i el treball amb unitats poc convencionals i aquelles que impliquin mesures derivades com és el cas del metre quadrat, el metre cúbic i els seus múltiples i submúltiples. Malgrat que en alguns casos l'alumnat ja ha pogut tenir experiències a l'educació primària amb activitats que preveuen l'ús d'unitats, és recomanable insistir a oferir propostes d'experimentació on intervinguin magnituds i mesures de superfícies, volums de sòlids i líquids, així com la descoberta d'equivalències. Donada la importància que es dona a les propietats físiques dels cossos en els sabers de les ciències experimentals, aquests tipus d'activitats són una invitació a les connexions externes entre les matemàtiques i les mateixes ciències.

Comentaris sobre les connexions

En general, tot el sentit de la mesura a la secundària està estretament connectat amb el sentit espacial. Serà habitual proposar activitats on es tinguin en compte de manera interrelacionada sabers d'un sentit i de l'altre. Les magnituds podran pertànyer a objectes geomètrics i, si volem presentar situacions enriquidores i ben connectades, sovint la mesura i la geometria aniran plegades: unitats per mesurar el perímetre de la classe, l'àrea de la taula, la capacitat de la piscina municipal o de les llaunes de refresc...

A la vegada, en aquest bloc de sabers trobarem connexions amb el sentit numèric, concretament amb el bloc del sentit de les operacions **#NUM.SO**. Algunes unitats vindran derivades per les relacions entre altres magnituds i, per tant, caldrà tenir-les presents a l'hora d'establir-les i, com a conseqüència, fer operacions entre elles. Per exemple, $1 \text{ m}^2 = 1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$. Igualment ens passarà quan calgui operar amb quantitats d'una mateixa magnitud però mesurades amb diferents unitats. En aquestes situacions ens veurem obligats a establir unitats de mesura adients que permetin operar i convertir totes les mesures a quantitats expressades en la mesura establerta. A més a més, ens podem trobar amb quantitats expressades en notació científica, i per tant, amb potències de base 10, nombres decimals o fraccions.

També trobarem connexions amb el sentit estocàstic quan es proposin situacions que impliquin la mesura de la certesa o incertesa d'esdeveniments. En concret, amb el conjunt de sabers de predictibilitat i incertesa **#EST.PI**. En aquests casos no sorgirà una unitat de mesura però sí un grau qualitatiu que permetrà comunicar si un succés és més o menys probable que es produeixi.

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

Es destaquen com a essencials els sabers que tenen una clara connexió amb altres sentits, a part de l'espacial. D'aquesta manera es vol posar èmfasi en l'elaboració de propostes que permetin un aprenentatge significatiu i ben connectat. Així doncs, creiem que per assegurar el **saber #1.MES.MA.G** caldrà que l'alumnat hagi assolit altres sabers que depenen del mateix bloc. L'establiment d'unitats per poder operar entre elles i establir-ne de noves comporta que ja s'hagin treballat prèviament situacions on la resta de sabers anteriors de magnitud hagin estat presents. En cap cas s'ha volgut significar aquest saber com a bàsic. Tots els sabers proposats són considerats importants i necessaris de ser treballats, però la tria d'aquest com a essencial ve donada pel seu caràcter aglutinador; per la necessitat d'haver incorporat els altres a l'hora de treballar el **saber #1.MES.MA.G**.

La determinació del grau qualitatiu de certesa o incertesa associat a esdeveniments tal com l'hem recollit en el **saber #1.MES.MA.H** apareix al llarg de l'educació primària. El fet d'escollir-lo com a essencial té la voluntat d'assegurar que tot l'alumnat, en finalitzar aquest curs, hagi pogut treballar activitats sobre mesura de la probabilitat que els permeti aconseguir aquest saber i, alhora, desenvolupar els sentits estocàstic i de la mesura conjuntament.

Observacions sobre alguns sabers específics

Aquest bloc de sabers recull la importància que l'alumnat sigui capaç de reconèixer magnituds en objectes del seu entorn, i establir conjuntament unitats de referència per tal de poder fer mesuraments i estimacions. És important acompanyar l'alumnat perquè copsi la necessitat d'aquest consens que li facilitarà no tan sols resoldre situacions de mesura sinó també la comunicació, i fer que la quantitat mesurada sigui entesa de la mateixa manera per tothom.

La identificació d'atributs mesurables, així com l'elecció d'unitats patró, permetran explorar la mesura d'elements, especialment els geomètrics. No obstant, seguint amb el treball dut a terme a primària, serà convenient parlar del temps cronològic, la temperatura, la capacitat, etc.

En funció de la mida o la quantitat, apareix de forma natural la necessitat d'emprar altres unitats de mesura d'un mateix atribut. En moltes situacions, caldrà que l'alumnat mostri destresa en l'ús de factors de conversió per fer canvis d'unitats i les operacions que li siguin necessàries; però això està més relacionat amb el bloc de sabers de mesurament.

És important fer emergir una consciència col·lectiva de la conveniència de disposar d'un sistema mètric comú. El coneixement de la història, les necessitats sorgides i els diferents escenaris que han esdevingut on la mesura n'ha estat protagonista, dotaran de context alguns problemes, facilitaran que se'n compregui la resolució i ensenyaran a l'alumnat models aplicables a noves situacions.

Finalment, amb el sentit estocàstic, apareix l'estudi de la mesura de la incertesa. Una mesura que no està associada a un atribut amb una unitat específica, sinó al grau de certesa o incertesa amb què es produeix un esdeveniment.

Recursos i activitats

Recursos i activitats generals per al bloc de sabers

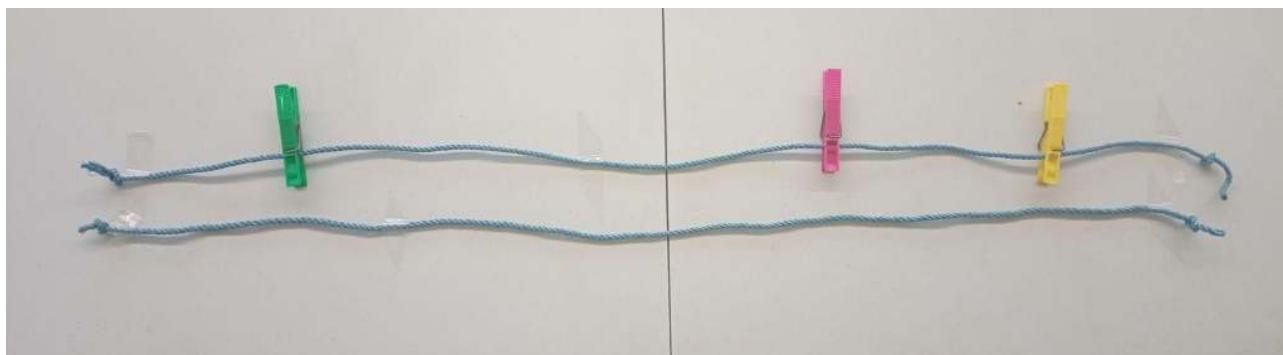
En aquest apartat volem destacar l'article que van escriure David Barba i Cecilia Calvo per a la revista SUMA de la FESPM, en el número 77. Rep el títol d'[Algunas actividades para hablar de medida](#) (Barba & Calvo, 2014). És un bon article que, malgrat estar enfocat a la primària, presenta tot un seguit d'activitats ben estructurades per treballar aquest sentit, com ara el significat de mesurar, l'ús d'unitats, d'instruments i la necessitat de fer bones estimacions.

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

Per treballar el **saber #1.MES.MA.A** es pot demanar a l'alumnat que porti objectes quotidians on identifiqui atributs mesurables, sense especificar primerament a quins ens estem referint. No es tracta de portar instruments de mesura, sinó objectes on s'expliciti o es pugui mesurar una magnitud. Ens podem trobar llaunes, paquets o bosses d'aliments, gots, gerres... D'aquesta manera, mitjançant una posada en comú i en grups de 3 o 4, s'observarà si tenen adquirit el concepte de magnitud i quines són les que reconeixen fàcilment. Aleshores, proposarem fer un llistat per cada grup, anotant el nom dels objectes o incorporant-ne una fotografia, i tot seguit indicar quina o quines magnituds hi identifiquen. L'activitat prosseguirà detectant magnituds en elements que estiguin a la mateixa classe (la taula, el passadís, la pissarra, els penjadors...). Sempre que tenim una situació matemàtica a l'aula no hem de perdre l'oportunitat de fer-nos preguntes. És important, però, saber gestionar l'activitat i això implica decidir quines preguntes fem i quan les fem. En aquesta línia pot ser interessant proposar alguna situació en què l'alumnat es pugui arribar a preguntar si certes qualitats són magnitud o no, com el color, la bellesa o el gust. Ensenyar a l'alumnat a fer-se bones

preguntes ha d'estar implícit en qualsevol proposta d'aula, ja que aquestes seran motor de futures indagacions i, com a conseqüència, d'aprenentatge.

El professor Alberto Herrero ens ofereix una proposta amb el nom [La necessitat de les unitats de mesura](#), adaptada dels [dossiers de matemàtiques](#) de l'INS El Sui, on es dona rellevància al **saber #1.MES.MA.B**. En un primer moment trobem l'activitat «El joc dels nusos», en què es parteix de dues cordes idèntiques. Una se li dona a un alumne i se'l convida a sortir de classe, o donar l'esquena a la resta del grup, de manera que no pugui veure com li fem tres nusos a l'altra corda. Aleshores un altre company, d'esquena al primer però veient la corda amb els tres nusos, li ha d'explicar on estan situats sense utilitzar cap unitat de mesura del sistema mètric decimal (SMD), amb l'objectiu que el que escolta els faci en la mateixa posició que en l'altra corda. En lloc de nusos podem emprar agulles d'estendre roba. Mentrestant, caldrà anotar les paraules importants que s'utilitzin a l'hora de donar les instruccions, i reflexionar sobre els problemes apareguts per transmetre on estaven situats els nusos. Per tal de ser precisos amb el resultat, sorgirà la necessitat d'establir una unitat de mesura que faciliti la comunicació entre els dos alumnes. La competència específica sobre comunicació, C7, serà fonamental al llarg de tot l'exercici. La proposta continua amb dues activitats on es comenten algunes unitats de mesures emprades al llarg de la història per a diferents magnituds, i es convida l'alumnat a inventar-se unitats per mesurar objectes de mides diferents de la mateixa classe. D'aquesta manera, a partir de contextos històrics, es desenvoluparà la proposta fent significativa les connexions externes existents entre la matemàtica i la societat.

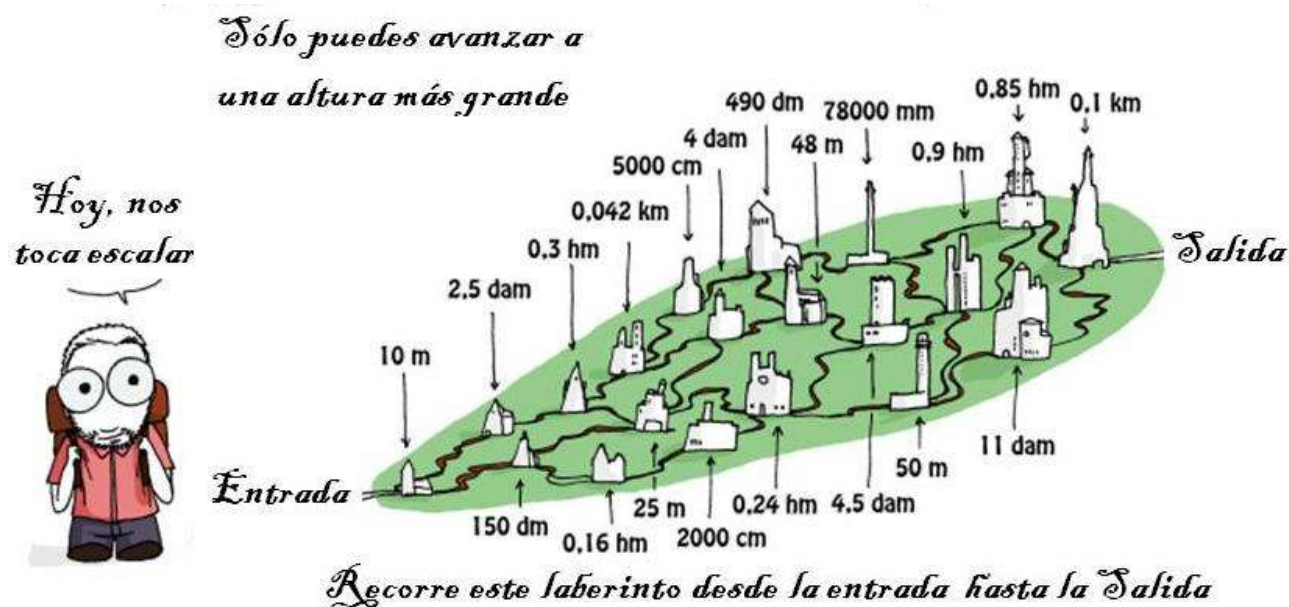


Font: Elaboració pròpia

És habitual trobar activitats centrades en l'assoliment del **saber #1.MES.MA.C**. Amb tot, és important que aquestes estiguin contextualitzades i surtin d'una necessitat a l'hora de fer mesures. Trobarem molts exercicis que conviden a comparar unitats i fer canvis d'una a l'altra. Justament en propostes com [La necessitat de les unitats de mesura](#), vista per al **saber #1.MES.MA.B**, on l'alumnat s'inventa unitats per mesurar, és on podem aprofitar per fer aquest tractament de la conversió entre unitats. El mateix professor Alberto Herrero estira la seva activitat amb [Idea de les unitats de mesura](#) demanant als alumnes que associïn un objecte quotidià o una situació a diferents unitats de mesura. D'aquesta manera s'aconsegueix que l'estudiant tingui una imatge mental de cadascuna de les unitats i se li facilita la possibilitat de comparar-les. En [aquest full](#) es poden veure les tries que va fer l'alumnat de dues classes.

El professor Lluís Mora, a través del seu blog [Marro de nou](#), ens exposa els beneficis del joc com a eina d'aprenentatge, i la necessitat d'oferir un ventall ampli de tipologia d'activitats a les nostres aules: cal diversificar les propostes! Ho trobarem a l'entrada [Parlem una estona de #jocs: «Un juego». Implicacions per a l'aula](#). Amb aquesta mateixa idea, Ana García Azcárate, del Grupo Azarquiel, té una pàgina web, Jocs i Matemàtiques, plena de recursos i activitats on podem trobar el joc «Qui té?... Jo tinc» aplicat a [Cadena de las unidades](#). Les [instruccions](#) són força senzilles i es pot adaptar perfectament a moltes situacions. En aquest cas les preguntes que surten tenen a veure amb conversions entre unitats de mesura de diferents magnituds. En el mateix portal tenim [Los laberintos de las unidades de medida](#), en què es comparen mesures fetes amb múltiples i submúltiples d'una mateixa unitat. L'alumnat es trobarà amb una activitat

interactiva en la qual haurà de completar diverses taules amb unitats de longitud, capacitat i massa. Aquesta activitat permetrà entendre les relacions i comparacions entre les diferents unitats de mesura, i es presentarà com un «laberint» que han de resoldre mitjançant les seves habilitats de conversió. L'objectiu és que l'alumnat practiqui les conversions i discuteixi amb els companys sobre les seves estratègies per trobar els resultats correctes. Es fomentarà el treball en grup per incentivar la comunicació i el raonament compartit.



Font: [Los laberintos de las unidades de medida](#)

Autora: Ana García Azcárate

Per tal d'establir conversions entre unitats d'una mateixa magnitud recomanem emprar les taules de proporcionalitat. D'aquesta manera ajudarem l'alumnat a donar significat a les operacions que fa. De vegades s'ha utilitzat *la regla de tres* per a aquestes situacions, entesa com un procés mecànic que facilita la conversió, però allunyat completament del raonament i la comprensió sobre el que s'està fent. És per aquesta raó que les taules de proporcionalitat són una eina millor que facilita aquests processos.

km	m
1	1.000
42	42.000
0,42	420

cm	m
100	1
1000	10
5000	50

En les dues taules de proporcionalitat anteriors veiem com podem arribar a deduir quants metres representen 0,42 km partint de la relació que 1 km equival a 1.000 m. Aleshores, multiplicant per 42 tenim que 42 km equivalen a 42.000 m, i finalment per arribar a 0,42 km dividim per 100, per tant, 0,42 km corresponen a 420 m. Un procés similar ens conduiria a deduir quants metres són 5.000 cm. Començant per la relació que 100 cm són 1 m, multiplicant per 10 tenim que 1.000 cm són 10 m. Així doncs, només ens queda multiplicar per 5 per arribar a la conclusió que 5.000 cm són 50 m.

En aquests tipus d'activitats, l'alumnat veurà la necessitat d'establir la unitat de mesura que permetrà fer comparacions i convertir totes les altres a la unitat escollida. Si marquem només la relació d'equivalència i

l'objectiu (quantitat que cal passar d'unitat), permetrem que cada alumne pugui deduir el seu camí per tal d'arribar-hi i, per tant, posar en valor el raonament.

km	m
1	1.000
0,42	

cm	m
100	1
5.000	

En el cas de 0,42 km podem trobar raonaments que portin primer a buscar la quantitat de metres que representen una centèsima de quilòmetre, per a, després, obtenir els metres de quaranta-dues centèsimes de quilòmetres. Altres, potser no arribaran a calcular-ho exactament però sabran trobar-ne una estimació deduint que 0,42 és poc menys que 0,5 i que, per tant, serà una quantitat aproximada i inferior als 500 m, etc. Recordem que l'objectiu de l'activitat és d'ordenació i, per tant, qualsevol argumentació que permeti concloure quina és més gran o més petita entre dues mesures donades, serà vàlida i, alhora, consolidarà la relació entre unitats.

En el número 67 de la revista SUMA de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM), trobem un article interessant amb el títol [¡Medidas, las justas!](#) (Hans Martín et al., 2011), escrit pel Grupo Alquerque de Sevilla, i on s'expliquen quatre jocs/passatemps per treballar la conversió entre unitats de mesures: Marca-rutes, Trencaclosques de mesures, Matgrams i Dòminos. Recomanem anar variant l'agrupació a classe, fent que alguns d'aquests reptes puguin ser resolts per parelles o grups de tres, per potenciar la comunicació matemàtica i l'aprenentatge entre iguals. Cal deixar algunes activitats per a la resolució individual, ja que també és important educar el nostre alumnat a enfrontar-se a reptes per si sols.

En la mateixa pàgina web d'Ana García Azcárate, esmentada anteriorment dins d'aquest saber, també trobarem diferents dòminos, com el de [longituds](#), i el de [capacitats i volums](#) del grup Alquerque. Presentar a l'aula recursos diferents ajudarà a atendre les diverses formes d'aprenentatge de l'alumnat.

Un recurs molt interessant per treballar el raonament i prova dins d'aquest saber és la proposta que ens fa el portal NRICH amb [Place your orders](#). Es dona un conjunt de quatre quantitats que caldrà ordenar de petit a gran. Per decidir-ho, l'alumnat potser haurà de buscar informació addicional o fer alguns experiments. Caldrà argumentar la classificació final. Per veure un exemple d'aquests conjunts de quatre quantitats tenim el següent:

El temps

- de vida d'un hàmmster.
- perquè la llum ens arribi des de l'estrella més propera que no sigui el sol.
- entre dues copes del món de futbol.
- perquè tots els glòbuls vermells del teu cos siguin substituïts 10 vegades.

Amb l'activitat [La vida en 1 h, 12 h, una setmana, un any, un metre, un litre, 360°...](#) de Paula López, Dani Sans i Xavi Simon, es treballen els canvis d'unitats i la proporcionalitat numèrica mitjançant representacions molt creatives de la biografia d'algun personatge famós ja mort. Pot aprofitar-se la setmana de la ciència, per exemple, per parlar de dones científiques i representar cadascuna de les seves vides com si hagués passat en una hora, un dia, una setmana, un mes, un any, un metre, un quilogram, un litre...

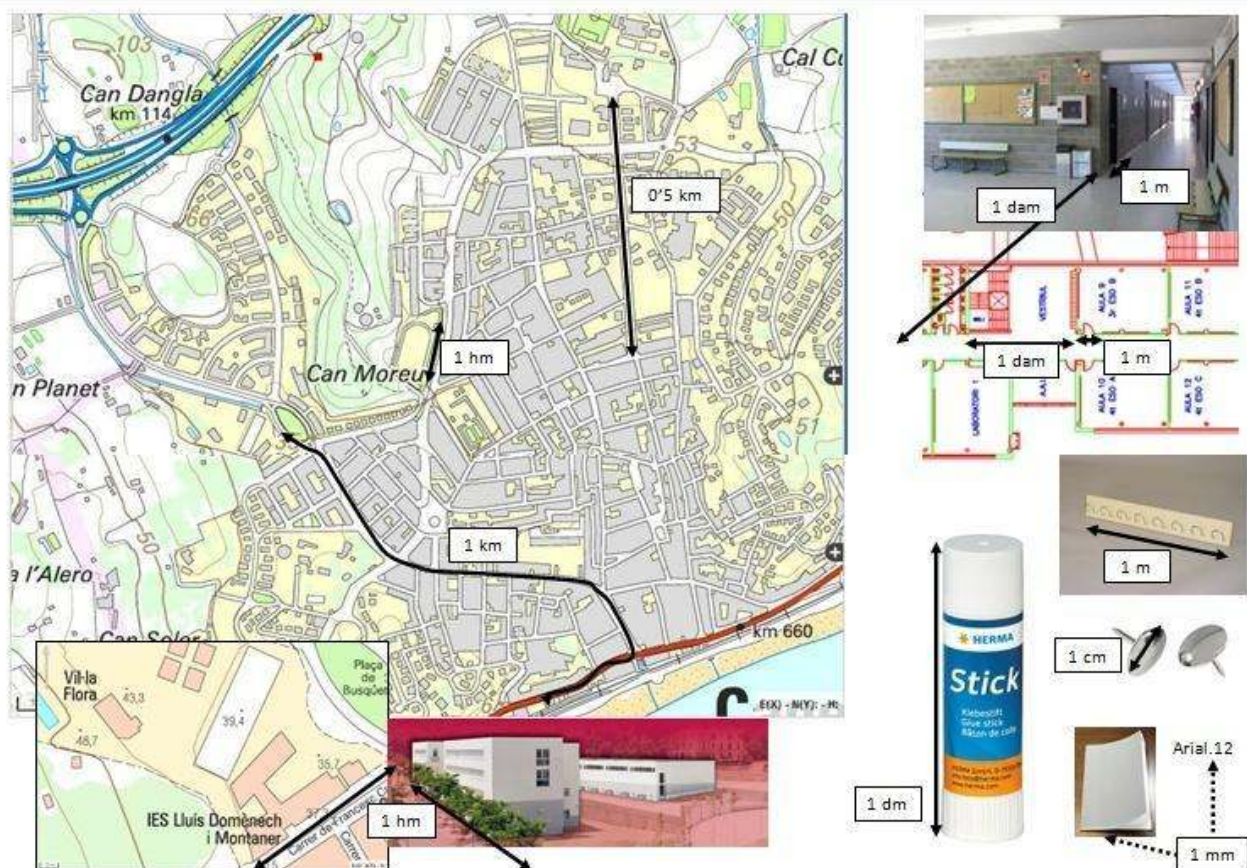
En l'enllaç a l'activitat trobarem la descripció de la proposta, així com alguns aspectes didàctics i metodològics importants per dur-la a terme.



Font: [La vida en 1 h, 12 h, una setmana, un any, un metre, un litre, 360°...](#)
 Autors: Paula López, Dani Sans i Xavi Simon

La proposta [Sense unitats no mesurem](#) de la professora Maria Rosa Latorre, i que trobarem a l'ARC, té com a principal objectiu que l'alumnat vegi la necessitat d'establir una unitat patró a l'hora de mesurar qualsevol magnitud; concretament, el **saber #1.MES.MA.D.** Es parteix de les unitats antropomètriques per mesurar longituds i d'unitats quotidianes per mesurar capacitats, i es prenen diferents mesures de manera que sorgeix la necessitat d'establir una unitat patró.

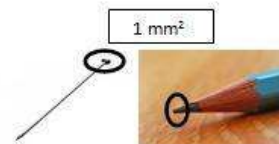
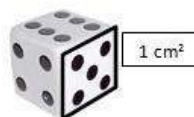
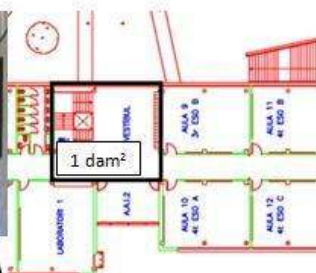
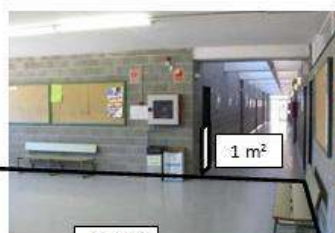
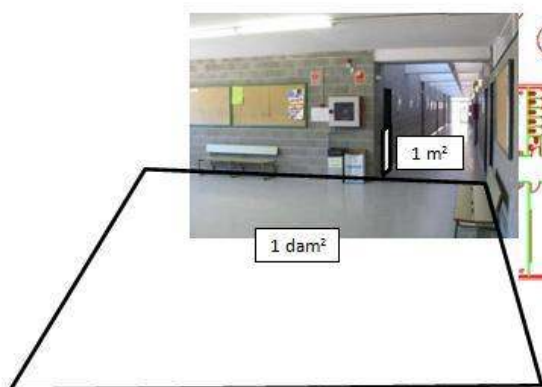
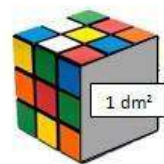
Seguint amb el treball del professor Alberto Herrero esmentat en sabers anteriors, és una bona opció establir per consens les unitats de mesura i construir un gran mural amb fotografies i dibuixos que els recordi l'equivalència. Un exemple fet per aquest docent i els seus alumnes de l'IES Lluís Domènech i Montaner de Canet de Mar és [Referents de les unitats de longitud](#).



Font: [Referents de les unitats de longitud](#)

Autor: Alberto Herrero

De la mateixa manera construïm [referents d'unitats de superfícies](#) i d'[unitats de volum i capacitat](#).



Font: [Referents de les unitats d'àrea o superfície](#)

Autor: Alberto Herrero



Font: [Referents unitats de volum i capacitat](#)

Autor: Alberto Herrero

Una bona activitat també és la [fotografia matemàtica](#). Podem demanar a l'alumnat que fotografiï un concepte o una idea matemàtica, en el nostre cas, una unitat de mesura. D'aquesta manera podem treballar la representació de conceptes i relacions matemàtiques lligades amb la magnitud. També podem optar per mostrar una fotografia i demanar a l'alumnat quin títol li posarien, entenent que aquest farà referència a les matemàtiques que ha volgut mostrar el seu autor. En fotografia matemàtica és tan important mostrar una idea matemàtica com l'assignació d'un bon títol. La primera acció ajuda l'alumnat a la seva representació i a connectar les matemàtiques amb el seu entorn proper. En la segona es posarà de manifest l'habilitat comunicativa de l'autor o autora per fer notòria la matemàtica que hi ha observat. Són un bon recurs per fer-se preguntes i alhora generadors de problemes. Tot seguit en veiem un exemple en la fotografia [Unitat de macromesura](#) de la professora Marta Arbolí, premi accésit 2010 del concurs de fotografia d'ABEAM. Només veient la imatge, quin títol li haguéssiu posat?



Font: [Fotografia matemàtica de l'ABEAM](#)

Autora: Marta Arbolí

Per treballar el **saber #1.MES.MA.E**, tenim el capítol del programa Quèquicom de 3Cat, [El sistema mètric](#), en el qual ens presenten una passejada des de la mesura de la Terra feta per Eratòstenes fins a l'establiment de l'actual sistema mètric. Durant aquest vídeo, podrem valorar la importància que va tenir Catalunya en tot

aquest procés. Un cop feta la visualització, podem localitzar els diferents vèrtexs geodèsics que es van fer servir per establir el metre, i com a ampliació per què no fem una excursió a algun d'aquests punts?

La pàgina [La mesura del planeta es va fer a Barcelona](#) de Betevé està centrada en la figura de Pierre Méchain i el seu pas per la ciutat comtal per tal de mesurar l'arc de meridià de Dunkerque a Barcelona. És un bon recurs per mostrar els punts emblemàtics de la capital catalana relacionats amb aquest fet memorable i alhora una oportunitat més per apropar les matemàtiques a partir de la història i la societat.

El programa InfoK de 3Cat també va dedicar un vídeo curt a explicar els orígens del sistema mètric, dins de la secció Piriskopi. El vídeo de menys de tres minuts es diu [El sistema mètric](#). Encara que les explicacions són molt adients per a l'alumnat de 1r d'ESO, el treball previ dels sabers anteriors de magnitud permetran que l'alumnat entengui perfectament la necessitat d'establir un sistema de mesures internacional.

El professor Anton Aubanell té una conferència amb el nom [Una passejada per l'origen del sistema mètric decimal i del sistema internacional d'unitats](#). Per visualitzar-la, primer caldrà donar-se d'alta gratuïtament al portal Vimeo. Les explicacions d'Aubanell enriqueiran, de ben segur, les propostes docents i el coneixement dels mateixos alumnes, aprofitant les connexions històriques que conté aquest **saber #1.MES.MA.E**.

Hi ha molts llibres que tracten el tema del naixement del metre: *La medida del món* (Guedj, 1998), *La medida de todas las cosas* (Alder, 2003), *La medida de todas las cosas: Un viaje por los diferentes sistemas de medición* (Whitelaw, 2010)..., però recomanem especialment, per als docents, *El naixement del metre* (Moreu-Rey, 1986).

Avui en dia encara convivim amb mesures pròpies del SMD i les imperials: peus, polzades, milles, iardes, lliures, uncies, galions, o la mateixa temperatura, expressada en graus Celsius o Fahrenheit.

Es pot demanar una cerca de productes anglosaxons per mirar l'etiquetatge i comparar-lo amb el d'aquí. Per exemple les llaunes de refresc, els paquets d'arròs, etc.

En les imatges següents veiem unitats que no són habituals en el nostre país. Són una invitació perfecta per identificar-les, saber a quina magnitud fan referència i trobar quina seria la seva equivalència si les expressem en una unitat més comuna en el nostre entorn.



Font: [Galons de carburant](#)



Font: [Distàncies en milles](#)



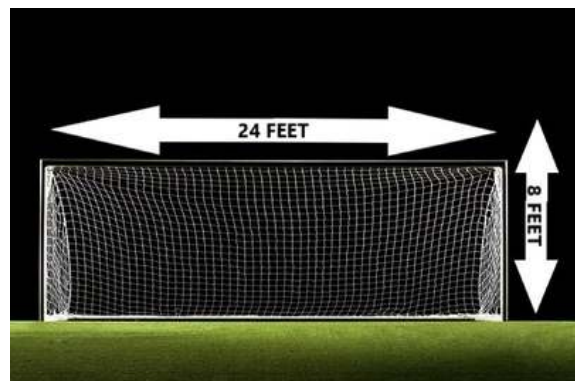
Font: [Etiquetatge amb lliures](#)



Font: [Capacitat en unces](#)



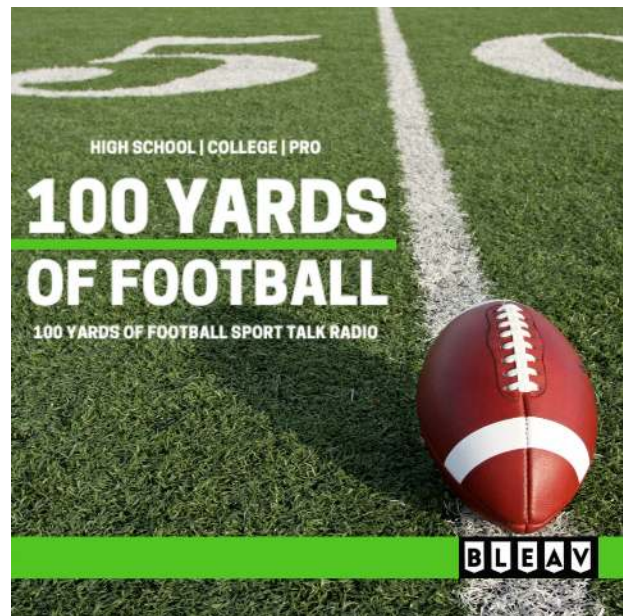
Font: [Temperatura en Fahrenheit](#)



Font: [Distàncies en peus](#)



Font: [Capacitat en unces](#)



Font: [Distàncies en iardes](#)

Per tal de copsar la importància del sistema de mesures, i que la història de la ciència i la tecnologia no es troba exempta d'errades, es pot parlar de l'accident de la Mars Climate Orbiter, l'any 1999, per part de la NASA, a causa d'un problema de canvi d'unitats. Aquí tenim un vídeo fet en col·laboració amb la Càtedra de Cultura Científica de la UPV/EHU, i emès en el programa de ciència Órbita Laika de RTVE.



Font: [El accidente de la Mars Climate Orbiter](#)

Autoria: Càtedra de Cultura Científica de la UPV/EHU

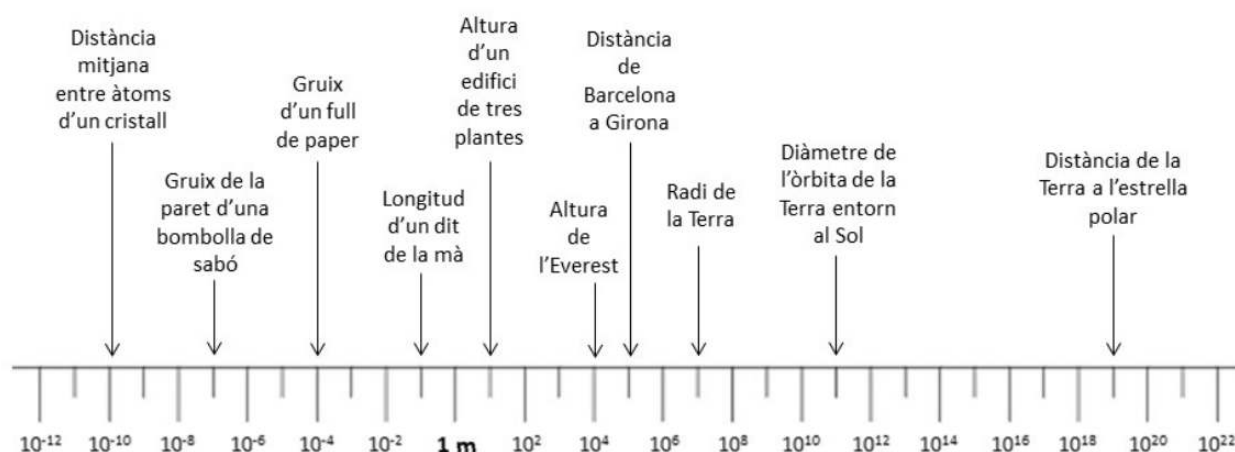
A partir del vídeo és important reflexionar sobre diferents aspectes amb l'alumnat, que tindran la seva importància en la resolució de problemes i la gestió que facin de les seves pròpies errades:

- Una quantitat de mesura, si no va acompanyada de la unitat amb la qual ha estat mesurada, no té un significat complet.
- Per poder comparar i operar amb quantitats de mesura cal que estiguin mesurades en la mateixa unitat.
- Els problemes no s'acaben quan s'obté un resultat. Cal analitzar-los, i en cas de no obtenir els resultats esperats, buscar les raons que l'han produït per tal que les errades siguin els inicis de nous

aprenentatges.

Encara que de forma implícita hagi pogut sortir en diferents propostes anteriors, adequar la unitat de mesura a les magnituds d'un objecte, **saber #1.MES.MA.F**, facilitarà no només fer els corresponents mesuraments, sinó també poder expressar les quantitats obtingudes de manera que s'entenguin perfectament els valors. Mostrar el món micro i el macro permetrà entendre perfectament aquest saber. Una manera és a partir del vídeo [Potències de 10](#) que trobarem en el portal [Dígits: del número al bit](#). Partint de la distància d'un metre, una mesura fàcilment identificable per a l'ésser humà, una càmera es va allunyant de l'objectiu inicial i mostra què es visualitza a mesura que s'incrementa la distància fins a arribar als anys llum, i també a l'inrevés, apropant-se cada cop més fins a distàncies d'un femtòmetre. Un recurs similar el tenim al portal [HTWINS](#) amb l'[Escala de l'Univers](#).

Un cop vist el vídeo pot ser interessant fer la proposta per al bloc de mesura [Explorant els ordres de magnitud](#) que Anton Aubanell descriu en les seves [Orientacions per a la millora de la geometria a l'ESO](#) (Aubanell, 2015).



Font: [Explorant els ordres de magnitud](#)

Autor: Anton Aubanell Pou

Aquesta proposta conté algunes activitats que no serien adequades per al curs que estem tractant, però la construcció de frisos per a longituds, massa i temps, com el de la imatge anterior, són un bon treball de representació perquè l'alumnat sàpiga adequar la unitat de mesura a l'atribut de l'objecte que cal mesurar. L'ús dels passadissos del centre permetrien fer una excel·lent exposició sobre ordres de magnitud treballant-ho conjuntament amb les àrees de ciències i tecnologia. Per tal de dur a terme l'activitat cal tenir en compte que el concepte «ordre de magnitud» va lligat a la notació científica, a les propietats de les potències i, depèn de com, al treball d'aquestes amb exponents negatius. És important adaptar-la en funció del coneixement que tingui l'alumnat sobre aquests sabers corresponents al sentit numèric, o proposar-la sabent que esdevindrà una oportunitat per introduir i treballar els sabers esmentats.

Aquest treball també es pot fer a partir de la gran proposta del professor Jordi Domènech Casal amb [Solar System Pathway](#). Segons el mateix autor, es tracta d'una *activitat d'aprenentatge de l'astronomia en primera persona seguint metodologies actives properes a l'ABP. Es proposa a l'alumnat elaborar una maqueta urbana del sistema solar de 10 km de llargada, en la qual ubicaran els diferents cossos celestes, cadascun al lloc que pertocaria i indicant la mida que tindria, amb l'objectiu de percebre les proporcions reals dels elements del Sistema Solar i crear un itinerari cultural al municipi*. La realització d'aquesta activitat enforteix les connexions externes entre les matemàtiques i altres àrees de coneixement. En particular, es treballa el saber de Biologia i Geologia referent a l'elaboració de maquetes i models per a la representació i

comprensió de conceptes, processos o elements de la natura, i els sabers de Ciències Socials: Geografia i Història sobre ubicació espacial.

Podries córrer mil metres en un minut? Els éssers humans viuen fins a un milió d'hores? Aquestes són dues mostres d'exemple dels diferents reptes que es plantegen en l'activitat [Thousands and millions](#) de NRICH. Amb aquestes qüestions podem centrar la classe en la resolució de problemes. L'alumnat es veurà obligat a treballar amb nombres grans, però alhora caldrà que faci canvis d'unitats per tal de resoldre'ls. La vida humana l'acostumem a expressar en anys i no pas en hores. Així doncs, caldrà adequar les unitats per poder realitzar les primeres investigacions i fer-ne els càlculs. Es recomana que per a totes les preguntes es faci una estimació, posant-la inicialment en el full de treball. Finalment, després de fer els càlculs i obtenir els resultats, serà interessant avaluar la diferència obtinguda entre l'estimació i el valor resultant. Des d'un punt de vista organitzatiu, pot ser enriquidor proposar-ho en parelles per fomentar la conversa matemàtica, compartir estratègies de resolució i valorar els resultats obtinguts.

El **saber #1.MES.MA.G** es treballa de forma natural en la resolució de problemes en què les dades provenguin de magnituds. Hi trobem dos aspectes rellevants:

- 1) D'una banda, la necessitat de triar la unitat de mesura per fer tots els mesuraments d'una determinada magnitud, i com a conseqüència poder operar amb les mesures obtingudes. En aquest sentit serà necessari i imprescindible el canvi d'unitats, i ens apareixeran mesures amb nombres decimals o en notació científica. Per tal que aquest aspecte sigui significatiu es recomana posar-lo en un context d'experimentació i de resolució de problemes, com per exemple [La recepta](#) de Maria Rosa Latorre, on a partir dels ingredients de diferents receptes es treballen els canvis d'unitats i s'operen les quantitats.
- 2) L'altre aspecte que sorgeix en el mateix saber és la construcció de noves unitats de mesura derivades d'altres, com per exemple la unitat de superfície m^2 , resultat del producte de dues magnituds expressades en metres, o el m^3 a partir del producte de tres magnituds expressades en metres. Pot ser interessant construir entre tota la classe el metre quadrat a partir de quadrats de 10 cm de costat. Si volem construir-lo, quants quadrats de 10 cm de costat haurà de fer cada alumne?



Autoria: Alberto Herrero

Aquesta construcció, com la del metre cúbic, permet a l'alumnat tenir una experiència que el connecta directament amb la mida real i alhora provoca fer equivalències entre les unitats representades:

Quants centímetres quadrats mesura l'àrea de cada quadrat petit?
Quants quadrats petits de 10 cm de costat hem necessitat per construir el quadrat gran?
Quants centímetres quadrats té d'àrea el quadrat gran?
Quants centímetres mesura el costat del quadrat gran?
...

Totes aquestes preguntes permetran entendre la raó per la qual hem obtingut un quadrat d'1 m de costat, i per tant d'1 m² d'àrea. I alhora, les relacions d'equivalència
 $1 \text{ m}^2 = 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} = 100 \times 100 \text{ cm}^2 = 100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm}$.

El professor Sergio Gracia ens ofereix un [Memory improbable](#) que s'adequa perfectament al **saber #1.MES.MA.H**. L'activitat consta de tres moments i té com a primer objectiu treballar diferents graus de certesa o incertesa com «poc probable», «impossible», «segur»..., en aspectes de la vida quotidiana. Més endavant entra en la possibilitat de quantificar i acaba amb un Memory. És recomanable que, a més a més, es pugui construir un [Probabilòmetre](#), una activitat dissenyada pel professor Francesc Massich.

Cal recordar que els **sabers #1.MES.MA.G** i **#1.MES.MA.H** són essencials, però que els recursos que s'acaben de descriure són només una proposta.

Mesurament

Sabers

- A. Selecció i ús d'instruments (analògics o digitals) per mesurar de manera directa diferents magnituds de l'entorn.
- B. Presa de mesures de les magnituds pròpies del curs i de l'entorn proper de l'alumne.
- C. Esbós, representació a escala i fitament d'objectes per tal de calcular distàncies. **#NUM.RP**
- D. Distinció entre perímetres i àrees de regions planes.
- E. Deducció, interpretació i aplicació de diferents estratègies per obtenir longituds i àrees a través de material manipulatiu o aplicacions de geometria dinàmica. **#ALG.PC**
- F. Càlcul de superfícies de regions poligonals per descomposició en figures geomètriques d'àrea coneguda. **[ESS] #ALG.PC**
- G. Mesurament i deducció dels angles relacionats amb polígons. **[ESS]**
- H. Descoberta de π a través de la raó entre la longitud de la circumferència i el seu diàmetre. **#ESP.FG**
- I. Ús de representacions planes d'objectes generats per ortoedres per visualitzar i resoldre problemes d'àrees, entre d'altres.
- J. Relació entre les freqüències relatives i les probabilitats d'esdeveniments simples en experiments aleatoris a través de la regla de Laplace. **#EST.PI, #ALG.PC**

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

L'activitat matemàtica sobre el sentit de la mesura a 1r d'ESO se centra en aquest conjunt de sabers. És important que l'alumnat visqui situacions de mesurament, ja siguin de mesura directa, a partir de l'elecció d'instruments de mesura o fent comparacions amb la unitat patró escollida; o de mesura indirecta, en què mitjançant l'obtenció d'unes determinades magnituds i aplicant les operacions adients entre elles, s'acaba obtenint la mesura desitjada. En aquestes situacions es treballaran indubtablement sabers que pertanyen als altres dos blocs, Magnitud i Estimació i relació, i és recomanable que sigui així. Mesurar implica comparar i, com a conseqüència, ordenar i reconèixer els diferents ordres de magnitud que es poden donar.

A més a més, cal oferir a l'alumnat moltes experiències de mesurament de diferents magnituds per tal d'anar millorant les seves estimacions.

Durant la primària el càlcul de mesures directes ha estat fonamental, i en els darrers cursos han començat a aparèixer situacions de mesures indirectes: càlcul d'àrees de quadrats o perímetres de polígons a partir de la mesura dels seus costats. El pas de l'una a l'altra s'ha de cuidar, i és precisament a primer de secundària on tenim una oportunitat perquè les diferents expressions de càlcul de mesures que apareguin siguin una descoberta per a l'alumnat i no pas un conjunt de fórmules descontextualitzades.

Es recomana afavorir el treball en grups heterogenis d'unes tres persones, amb l'objectiu de promoure la conversa matemàtica, compartir conjectures i prendre decisions consensuades i fonamentades en el raonament. Tanmateix, cal dedicar estones al treball individual i educar l'alumnat a enfrontar-se als problemes per tal que aquests esdevinguin reptes personals i no limitadors d'aprenentatge.

Comentaris sobre les connexions

A l'hora de proposar activitats de representació a escala i fitament d'objectes s'establirà una connexió amb el bloc de sabers de raonament proporcional, pertanyents al sentit de numeració. Seran propostes lligades a l'elaboració de plànols, a la seva lectura o a l'ús d'eines digitals, com [OpenStreetMap](#) o Google Maps, per tal d'obtenir algunes distàncies, superfícies, etc.



Font: Elaboració pròpia

Comprendre l'escala com una raó de proporcionalitat i saber-la emprar correctament permetrà una bona lectura de mesures en mapes i la seva traducció a la realitat. És important evitar l'ús d'estratègies de càlcul o algorismes que no incorporin un raonament. Per això recomanem usar les taules de proporcionalitat que permetran veure en tot moment la relació d'equivalència existent entre dues magnituds. Si s'escau, es pot aprofitar per relacionar aquesta taula amb els resultats que s'obtenen aplicant «la regla de tres», amb l'equació de proporcionalitat o en el càlcul de percentatges quan es multiplica amb un tant per u. En aquestes situacions podem aprofitar per treballar amb eines tecnològiques com la calculadora i el full de càlcul. Cal insistir en aquestes situacions sobre representacions proporcionals (figures semblants) i buscar que l'alumnat mateix identifiqui quines magnituds es mantenen invariants (magnituds angulars) i quines es modifiquen i de quina manera. La consolidació d'aquests sabers, sempre presentats en context, seran el punt de partida de nous escenaris en cursos posteriors estretament lligats als sentits de mesura i espacial.

Tal com s'ha observat en la concreció de sabers, en el bloc de mesurament sorgeixen moltes connexions amb el sentit algebraic. La necessitat que el mateix alumnat trobi estratègies per al càlcul de mesures indirectes ja sigui mitjançant el material manipulatiu, les aplicacions de geometria dinàmica o la

descomposició de figures, farà que disposi de diferents recursos per solucionar un mateix problema, alhora que enfortirà el seu coneixement i les relacions entre diferents parts de la matemàtica. En moltes d'aquestes situacions caldrà desenvolupar un pla per resoldre-les, i el raonament matemàtic serà fonamental per dur-lo a terme. Sovint caldrà descompondre els problemes en parts més petites com a estratègia de resolució. És per això que hi veiem una clara connexió amb el pensament computacional. Si tot aquest procés es duu a terme en petits grups s'aconseguirà, a més a més, que hi hagi una construcció de coneixement compartida, una exposició d'idees per part de l'alumnat dins de cada grup i, com a conseqüència, una millora en la comunicació matemàtica, així com la possibilitat que aquestes idees es vegin confrontades amb altres i, per tant, es posaran en joc el raonament i l'argumentació.

L'ús de programes de geometria dinàmica per al mesurament de longituds i superfícies, i altres com el full de càlcul o simuladors virtuals en activitats lligades amb la mesura de la incertesa, requeriran una introducció al seu maneig, i per tant, també es treballaran sabers propis del pensament computacional.

Precisament, en situacions de mesura de probabilitat d'esdeveniments simples en experiments aleatoris apareix una connexió directa amb el sentit estocàstic, concretament amb el sabers propis de predictibilitat i incertesa.

No és fàcil desvincular el sentit de la mesura del sentit espacial. La connexió natural entre l'un i l'altre fa que en la gran majoria de propostes trobem lligams entre els seus sabers. Tanmateix, d'entre tots els que pertanyen al grup de mesurament, hem volgut destacar la descoberta de π com una raó entre magnituds d'elements propis de la circumferència i el cercle, com aquell que té una connexió més forta amb el sentit espacial, en particular, amb el conjunt de sabers propis de les formes geomètriques de dues i tres dimensions.

A part de les connexions internes comentades en aquest mateix apartat, no volem deixar d'esmentar les moltes connexions externes que s'esdevenen en situacions de mesurament:

- Selecció i bon ús d'instruments de mesura, alguns dels quals relacionats amb les ciències experimentals o amb la tecnologia.
- Creació i interpretació de plànols, mapes i figures a escala, relacionat amb el món del disseny, l'arquitectura i l'urbanisme.
- Realització d'activitats de mesura directa contextualitzades en un entorn proper de l'alumnat.

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

Considerem essencial el càlcul de superfícies de regions poligonals per descomposició en figures geomètriques d'àrea coneguda, ja que permet treballar la transició entre les situacions de mesura directa i les de mesura indirecta. Passem de tenir una unitat patró amb qui comparar o un aparell de mesura, a tenir una figura geomètrica d'àrea coneguda que ha de permetre conèixer la superfície d'una altra. L'adquisició d'aquest saber, a més a més, dotarà l'alumnat de recursos en la resolució de problemes, ja que el procés de descomposició de la figura inicial comportarà una simplificació del problema i, per tant, també es treballaran els processos de raonament i representació. A la vegada, tal com es pot observar en alguns dels recursos proposats, amb aquest saber es donarà significat i comprensió a algunes expressions algebraïques per al càlcul d'àrees.

També proposem com a essencial el mesurament i deducció dels angles relacionats amb polígons, que comporta establir raonaments a partir de la comparació entre figures geomètriques i les seves magnituds angulars, i a la vegada es treballa la representació per donar significat a les relacions existents entre els angles d'un mateix polígon o de polígons diferents. És important també deixar constància que aquest saber serà fonamental per a l'adquisició de nous sabers propis del sentit espacial i de la mesura en cursos posteriors, concretament en aplicacions del Teorema de Tales i de Pitàgores.

Observacions sobre alguns sabers específics

Una dificultat habitual entre l'alumnat és la confusió entre àrea i perímetre. També es dona entre volum i àrea quan passem al treball amb objectes en 3D. Aquesta dificultat ja s'identifica en cursos anteriors, a la primària, i s'accentua quan es fan activitats de mesurament a partir de l'aplicació de fórmules. És molt important, però, no avançar l'ús d'expressions algebraïques fins que no quedi clara la distinció d'una magnitud i l'altra, i es coneguin diferents estratègies per obtenir-les. Per tal de treballar el raonament, pot ser interessant presentar activitats que, mantenint fixada una de les magnituds –el perímetre, per exemple–, es vagi variant l'altra, en aquest cas, l'àrea. I a l'inrevés. Contraposar o fer intervenir alhora les dues magnituds en una mateixa activitat permetrà diferenciar-les, a la vegada que formaran part de les deduccions i raonaments que faci l'alumnat.

La naturalesa del **saber #1.MES.ME.J**, tal com s'ha concebut, permetria incloure'l tant en el bloc Mesurament com en el d'Estimacions i relacions. Darrere de la seva redacció hi ha una intenció metodològica. Recomanem que l'alumnat arribi a emprar la regla de Laplace a partir de la seva descoberta i comprensió. Aquesta idea sorgirà com a conseqüència de l'experimentació, on l'evolució de les mateixes freqüències relatives permetran observar com tendeixen a la mesura de probabilitat d'un esdeveniment. D'aquesta manera, el **saber #1.MES.ME.J** preveu la regla de Laplace, que serà un instrument per fer mesuraments, i les freqüències relatives, que seran una estimació de la probabilitat.

Recursos i activitats

Recursos i activitats generals per al bloc de sabers

A l'espai web del CREAMAT podem trobar molts recursos i activitats productius per treballar tots els sentits, i en particular el de la mesura. D'entre tots, volem destacar la campanya del [vídeoMAT-Plus](#) amb vuit propostes que, a excepció de la primera i la sisena, se centren en la mesura. En totes elles es parteix d'una pregunta (repte) que fa referència a un context proper a l'alumnat. A partir d'aquí comencen petites investigacions d'on surten noves preguntes i, com a conseqüència, se succeeixen les investigacions. Tenim els ingredients necessaris per crear bones situacions d'aprenentatge. En aquest sentit volem destacar la proposta 7: [Un món més sostenible](#) amb diferents activitats per treballar els objectius de desenvolupament sostenible (ODS). I és que des de les matemàtiques treballem per la millora de la vida al nostre planeta.

Una altra campanya significativa del mateix CREAMAT és la del [Laboratori de matemàtiques](#), on trobarem materials manipulatius o virtuals que seran protagonistes de moltes activitats, ja sigui com a suport per a l'aprenentatge, com a element d'estudi, com a instrument necessari per al desenvolupament de l'activitat, etc. És important fer notar que el material per si sol no aporta aprenentatge, cal afegir-hi una bona activitat i la seva gestió per aconseguir un bon recurs. Dins d'aquesta campanya trobarem moltes propostes de mesura, algunes de les quals les especificarem lligades al saber a tall d'exemple.

Una font de problemes interessants, molts dels quals relacionats amb el sentit de la mesura, la trobem a les [Proves Cangur](#), elaborada per un grup de treball de la Societat Catalana de Matemàtiques. Es tracta d'un seguit d'activitats tipus test de resposta única. Les preguntes són de dificultat creixent i totes són un gran exemple del que anomenem repte. A tall d'exemple podem veure la [prova](#) de 1r d'ESO de l'any 2024, en què les preguntes 6, 7, 13, 15, 19 i 22 corresponen clarament al sentit de la mesura, concretament als sabers del bloc de mesurament.

Encara que ja s'hagi esmentat a les consideracions generals, val la pena tornar a recordar el document «Orientacions pràctiques per a la millora de la geometria de l'ESO» (Aubanell, 2015), en el qual trobem orientacions i molts exemples d'[activitats](#) per treballar el sentit de la mesura.

Volem destacar en aquest apartat l'oportunitat de fer bons projectes que neixin des de les matemàtiques i que incorporin altres àrees, per esdevenir fins i tot projectes de centre. En els dos projectes següents es treballen la majoria dels sabers corresponents a mesurament, a més d'altres propis del sentit de la mesura.

El professor José Antonio Mora Sánchez és l'autor del projecte [La mitad del cuadrado](#), portat als primers cursos de la secundària. És una proposta amb una gran connexió amb el disseny, l'art i la societat. La idea inicial és simple, ja que només cal dividir un quadrat en dues zones amb la mateixa àrea. La investigació i la seva documentació és àmplia i permet també treballar altres sabers de les matemàtiques. Aquest és un clar exemple d'activitat de llindar baix, sostre alt i parets amples.

L'altre projecte, «Pots dutxar-te amb un poal d'aigua? Dona-li una segona oportunitat a l'aigua», té un fort component d'educació mediambiental, i és una bona oportunitat per treballar els objectius de desenvolupament sostenible (ODS) des de les matemàtiques. Va ser realitzat per l'alumnat de l'IES Mare Nostrum d'Alacant i coordinat pel professor Lluís Bonet. L'any 2023 va guanyar el [Premi Maria Antònia Canals](#), convocat per les societats de professorat i mestres de matemàtiques de parla catalana: FEEMCAT, SCM, SEMCV-Al-Kwharizamī i SBM-Xeix, en la categoria de secundària. En aquest [document](#) trobem l'explicació detallada de l'activitat. L'organització i implicació de les diferents àrees curriculars en el projecte la trobem en aquesta [presentació](#). Per difondre'l tenim la creació de dos vídeos:



Font: [vídeoMAT2019 ¿Podrías ducharte con un cubo de agua?](#)

Autoria: Integrant Matemàtiques - IES Mare Nostrum

PROYECTO

DALE UNA SEGUNDA OPORTUNIDAD AL AGUA



Font: [Proyecto: Dale una segunda oportunidad al agua](#)

Autoria: Integrant Matemàtiques - IES Mare Nostrum

CASIO publica en el seu portal, en l'apartat de recursos didàctics, una [adaptació](#) i la [fitxa de l'activitat](#) per dur-la a terme a partir de 6è de primària.

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

Amb el **saber #1.MES.ME.A** tenim l'oportunitat d'oferir a l'alumnat propostes ben connectades amb les àrees de tecnologia i ciències experimentals. Mesurar l'amplada d'objectes petits quotidians com poden ser la del tap d'un bolígraf o la del cordill de la sabata ens permetrà valorar quin instrument de mesura dels ja coneguts resultarà més adient per dur a terme la tasca, i alhora conèixer-ne de nous. Aquest exemple és idoni per presentar el peu de rei i aprendre com s'utilitza. La proposta [Coneixement i ús del peu de rei](#) d'Emilio Setién i Irene Mora, que trobem a l'ARC, permetrà conèixer i emprar correctament l'aparell de mesura. També és convenient portar a classe diferents aparells de mesura (cronòmetre, transportador d'angles, hodòmetre, cinta mètrica, cinta de costura, balança digital, provetes graduades, vasos de precipitats,...) i estudiar-ne l'ús. Si hi ha l'oportunitat, pot ser convenient visitar el taller de tecnologia i el laboratori de ciències per estudiar en quines situacions i per a quins atributs són idonis els diferents aparells de mesura que es poden trobar.

El professor Xavier Fernández Berges, del Grup Perímetre, proposa una [Gimcana de mesures](#). S'encarrega als alumnes que demanin a casa objectes i aparells (nous i antics) amb els quals es pugui mesurar alguna cosa i que puguin portar a classe. Cada alumne explica als altres els diferents materials que han portat: el nom, per a què serveixen i com funcionen. I es munta una petita exposició a classe. Tot seguit es poden veure un conjunt de fotografies d'aparells de mesura.



Font: Elaboració pròpia

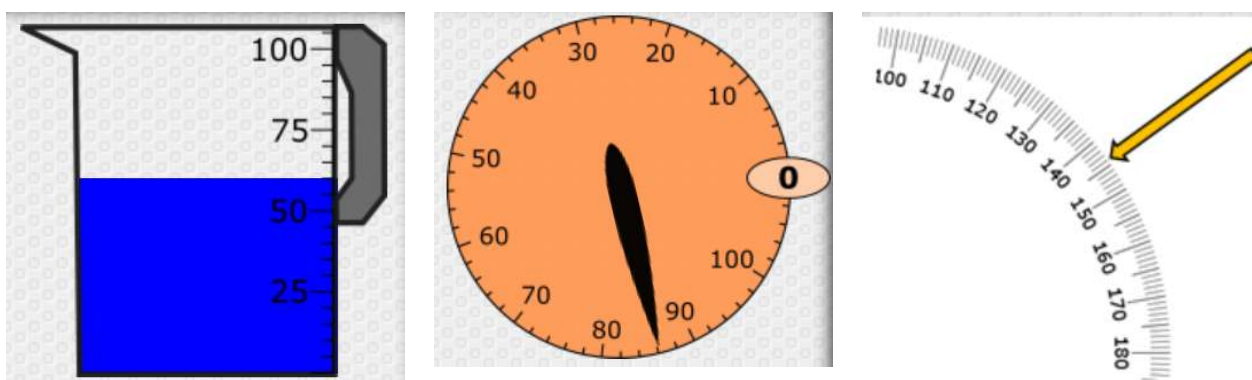
Es prepara tot un seguit de [preguntes de mesuraments](#) relacionades amb els objectes que han portat els alumnes, i per parelles es van fent les proves. En funció de la pregunta que rebí cada equip, caldrà que triïn l'aparell de mesura adient per dur a terme l'experimentació i obtenir el mesurament.

En algunes tauletes i mòbils funcionen aplicacions digitals de mesura. Si la normativa de centre ho permet, recomanem instal·lar-les i utilitzar-les principalment per a mesuraments de longitud i angles, i parlar sobre quins avantatges té el mesurament digital respecte del mesurament manual o mecànic.

Un activitat que desenvolupa el **saber #1.MES.ME.B** és [La mesura del nostre entorn quotidià](#), en què l'autor, Anton Aubanell, ens convida a practicar la mesura amb els objectes i els espais que ens envolten, des d'aquells més propers a l'alumnat quan es troba a classe: llapis, gomes, llibres, taules..., fins als que trobaria

a casa seva, a les instal·lacions del centre, en un camp d'esports, un parc, etc. A partir dels objectes podem elaborar tot un seguit de preguntes que puguin ser abordades mitjançant mesures directes: Quines són les dimensions d'un bric de llet? Quin és el gruix d'un full de paper? Quant mesuren les línies del terra d'un camp de bàsquet?, etc. Tal com es comenta en la fitxa de l'activitat enllaçada, tots aquests possibles amidaments conviden a conjecturar, a establir la unitat adequada, a buscar l'instrument de mesura, a amidar amb cura, a fer els càlculs que calgui, a valorar la plausibilitat i precisió del resultat, a fer comprovacions (mirant etiquetes, submergint, consultant plànols, preguntant...), a contrastar el resultat amb la conjectura inicial...

En la presa de mesures és molt important fer una bona lectura de la quantitat que ens marca l'aparell emprat. En el portal Transum trobem una proposta interessant, [Reading Scales](#), per llegir aquestes quantitats d'acord amb les unitats i subunitats representades. Tot seguit en veiem tres exemples:



Font: [Reading Scales](#)
 Autoria: Transum

La proposta consta de sis nivells de dificultat i es corregeixen automàticament. L'alumnat pot fer-la individualment o en parella.

El coneixement i ús de representacions a escala ens permetrà anar treballant el **saber #1.MES.ME.C**. Podem portar diferents ninos de Playmobil i proposar que dedueixin a quina escala han estat construïts.



Font: [Ruraltoys](#)
 Autor: Playmobil

Mesurant l'alçada de cada nino i buscant l'alçada mitjana d'un adult es pot deduir a quina escala han estat fets.

Un cop arribat aquí, si els ninos venien acompanyats d'animals, es pot preguntar quina alçada haurien de tenir aquests per mantenir la proporció. Per exemple, una girafa, un elefant, un lleó, etc.

La investigació els portarà a veure que els humans han estat representats molt més grans que els animals.



Font: [Ruraltoys](#)
Autor: Playmobil

El treball de mesurament i comparació entre les mides reals i les representades permetrà consolidar el concepte d'escala.

En la proposta [Scale drawings](#) de Transum tenim sis representacions a escala i una eina virtual de mesurament. A partir d'aquesta situació se li demana a l'alumnat informació sobre mesures reals, amb la qual cosa es treballarà el pas de la representació a la mida real a partir de l'escala. Els regles i els mesuradors d'angles es poden girar amb el cursor o ratolí, mantenint premuda la tecla Shift del teclat. La mateixa activitat els portarà a deduir que les longituds queden modificades a escala, però que els angles es mantenen invariants, situació clau per entendre què són figures semblants.

A partir d'aquí es pot proposar un projecte de tot el grup classe fent un esbós, la representació a escala i fitament d'una part del centre educatiu: els patis, la classe o tota una planta amb els seus passadissos. Aquest projecte requerirà una organització prèvia abans de començar els mesuraments: decidir quines mides tindrà la representació del plànol, a quina escala es representarà, el repartiment de petits grups en diferents espais per fer els mesuraments, etc. L'èxit final serà la conseqüència del treball coordinat col·lectiu, i després d'haver fet diverses revisions del procés que permetin anar validant els resultats i prenent decisions conjuntes en tot moment, sobretot a l'hora de resoldre dificultats o necessitats que puguin sortir. En una línia similar, però amb una dimensió més gran i col·laborant amb altres centres, hi ha propostes interessants com [Maquetem Mataró](#) del Grup Vilatzara, dirigida principalment a alumnat de 2n d'ESO, però adaptable a primer, en cas que ho creiem necessari.

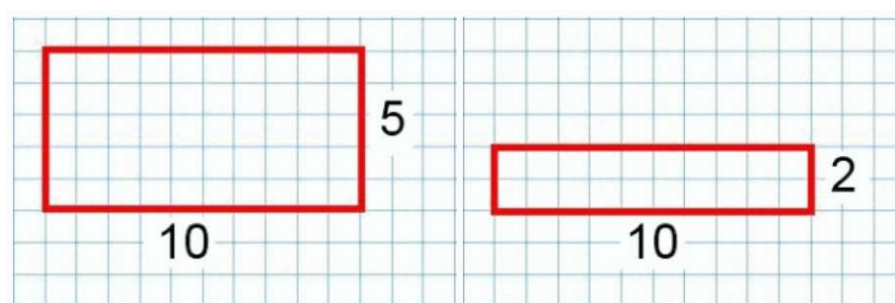
Per anar assolint el **saber #1.MES.ME.D** calen situacions on es treballin conjuntament el perímetre i l'àrea. Una d'aquestes és la que ens ofereix el professor Roger Grau a l'Institut Baixamar, [Perímetres i àrees a partir de pentòminos](#). L'activitat té un punt de partida ideal perquè tot l'alumnat pugui entrar fàcilment a fer investigacions, i es planteja de manera que tot el grup classe participa conjuntament en l'estudi. Primer cal analitzar quants pentòminos diferents hi ha i quin és el seu perímetre i superfície. Aquesta primera anàlisi pot determinar algunes conclusions. És important educar en la cerca de regularitats i propietats que es poden anar observant durant el procés. Tot seguit es demana investigar quins rectangles es poden construir amb una, dues, tres o més peces de pentòminos, i determinar-ne les dimensions. En l'enllaç es poden apreciar exemples d'argumentació i resolució fets per l'alumnat de 1r d'ESO.

L'activitat [Perimeter Possibilities](#) de NRICH és de llandar baix i sostre alt; ideal perquè qualsevol alumne pugui enfrontar-s'hi. Es pot plantejar en pissarres verticals (Thinking Classrooms) fent grups de 3 persones. El problema parteix de dos rectangles d'àrea 24 cm^2 , donant-ne les dimensions i els corresponents perímetres. Aleshores, es demana quins altres rectangles es poden trobar d'àrea 24 cm^2 , i quins són els seus perímetres. La cerca de solucions ja permet trobar alguns patrons entre les dimensions i els perímetres. Els

primers rectangles que s'obtidran seran de dimensions enteres, però podem estirar l'activitat, en cas que no surti de manera natural, demanant si es pot aconseguir un perímetre senar. Per a una bona gestió, en la mateixa activitat es formulen un seguit de noves preguntes/investigacions que permeten anar cap a la generalització. En la [pàgina](#) de la proposta tenim un parell de vídeos que l'expliquen i amb algunes respostes fetes per alumnes. L'activitat té un sostre tan alt que la podríem treballar perfectament en cursos superiors.

Si es vol consultar el funcionament de la metodologia Thinking Classrooms proposem consultar l'article que els professors Gregorio Morales Ordóñez i José Ignacio Úbeda García van elaborar per a la revista electrònica Entorno Abierto de la Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas: [Implementando Thinking Classrooms en Educación Secundaria](#).

Continuant amb propostes de NRICH que treballen aquest saber i que poden ser presentades en pissarres verticals, tenim [Can they be equal?](#).



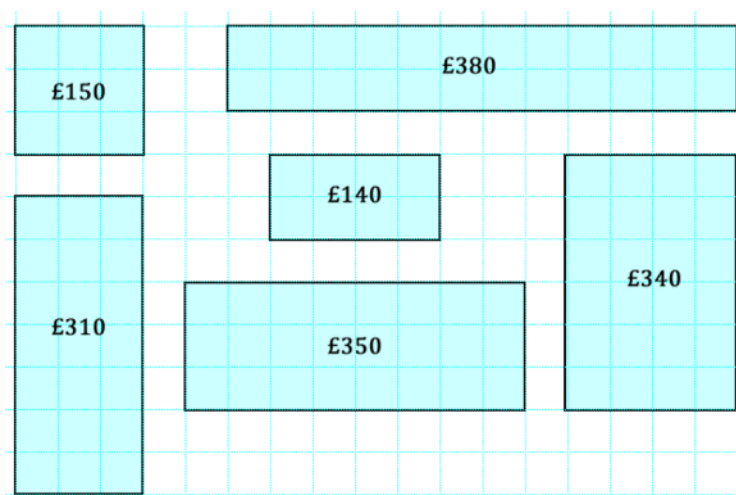
Font: [Can they be equal?](#)

Autor: NRICH

En aquest cas partim de dos rectangles, el primer de perímetre 30 u i àrea 50 u^2 , i el segon de perímetre 24 u i àrea 20 u^2 . ¿Podem trobar un rectangle amb un costat de longitud 10 u, de manera que el valor del seu perímetre sigui igual al de la seva àrea? D'aquesta manera comença una investigació que té llarg recorregut. Aquestes situacions ens permeten fonamentar les nostres classes de matemàtiques en la resolució de problemes.

Amb l'activitat [Fence it](#) tenim fixat el perímetre i promou la investigació modificant-ne l'àrea. Si només disposem de 40 metres de tanca, quina és la superfície màxima de terreny rectangular que podem tancar? L'estudi evoluciona fent canvis en la disposició i la forma del terreny. Una nova oportunitat per treballar conjuntament perímetre i àrea en la resolució de problemes.

I finalment, una proposta en què canvia tant el perímetre com l'àrea: [Through the Window](#).



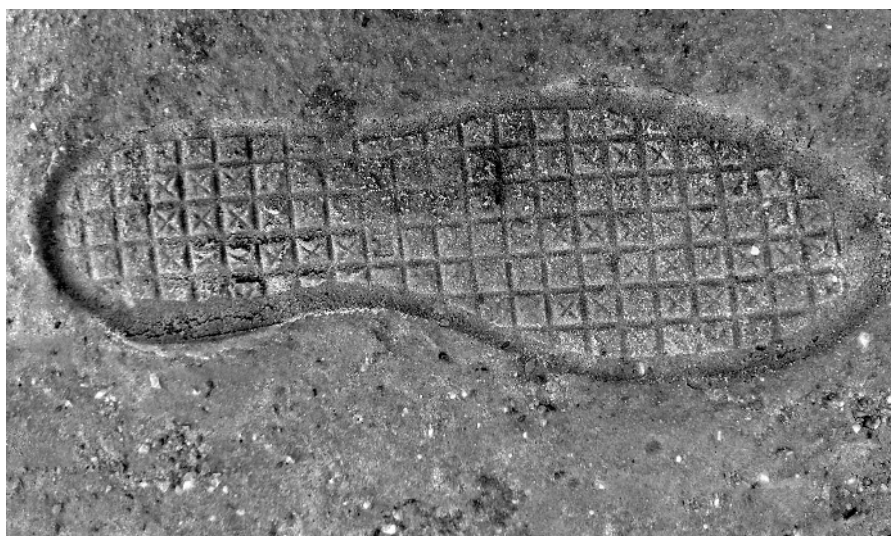
Font: [Through the Window](#)

Autor: NRICH

Es mostren els preus de diferents finestres i cal deduir com s'han obtingut tenint en compte la quantitat de vidre i de marc que tenen cadascuna. És imprescindible no donar eines algebraïques que permetin traduir aquest problema a un dels sistemes d'equacions lineals; tot el contrari. Sense donar més pistes, l'alumnat començarà a calcular els perímetres i àrees de cada finestra, assignant-hi el preu total corresponent. A partir d'aquí raonaran transformacions que els permetran arribar a deduir com s'han obtingut els preus. En la pàgina del problema tenim unes preguntes que serviran de bastides per iniciar-lo. L'ús d'aquestes bastides i quan cal presentar-les també és un art, ja que no ens hauríem d'avançar per tal de no limitar els raonaments del nostre alumnat.

El pas de les mesures directes, obtingudes mitjançant una unitat patró, a les mesures indirectes, calculades amb una operació matemàtica, requereix el seu temps perquè l'alumnat pugui arribar a deduir quines operacions són les adients. No és convenient presentar fórmules d'àrees o de perímetres que estiguin completament desconnectades d'una experimentació prèvia, del mesurament en si mateix, i que, per tant, pugui representar un escull en la seva comprensió. És per això que preferim optar per un procés graduat que ofereixi a l'alumnat recursos i estratègies diverses per mesurar, i, finalment, poder arribar a deduir unes expressions amb les quals fer mesuraments indirectes.

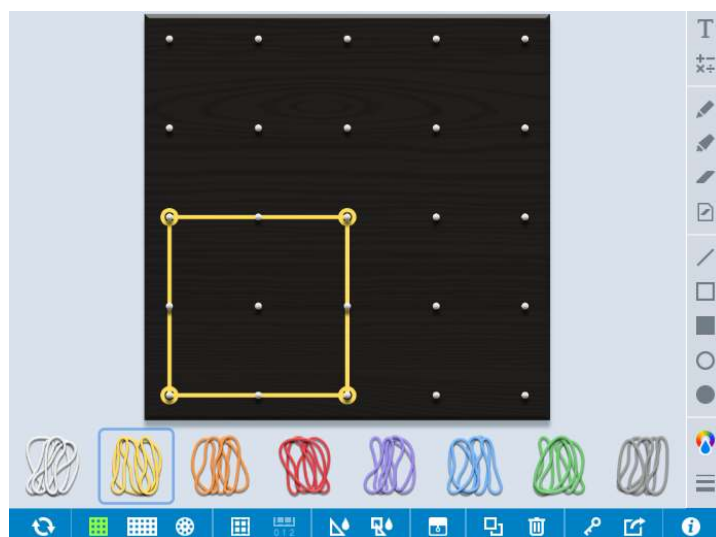
Una primera experiència de càlcul de longituds i àrees per adquirir el **saber #1.MES.ME.E** és l'ús de fil i paper vegetal quadriculat, tal com es proposa en l'activitat [Mesura de longituds i d'àrees amb fil i paper vegetal quadriculat](#) del professor Anton Aubanell. Es proposa fer rectificacions d'un fil per estimar el càlcul de longituds i quadrar una zona per a l'estimació del seu càlcul d'àrees. Es poden imprimir diverses quadrícules de diferents mides: quadrats d'1 cm x 1 cm, 0,5 cm x 0,5 cm, etc., en paper acetat. Posant-los sobre la figura l'àrea de la qual haguem de calcular i comptant la quantitat de quadradets de superfície que té, s'obté la mesura. El fet d'utilitzar-ne de diferents mides permetrà parlar de la precisió en el càlcul i alhora fer comparacions entre unitats de superfície. Pot ser convenient emprar el mateix mètode en diferents situacions, com en el càlcul de figures poligonals còncaves i convexes, i d'altres ben irregulars amb una frontera formada per una línia tancada corba. Tal com ja s'ha esmentat en les propostes del **saber #1.MES.MA.D**, la fotografia matemàtica és un bon recurs per mostrar totes aquestes idees. Fixeu-vos com ho va fer l'alumne Álvaro Huelves Sotelo de 6è de primària amb [Superfície de la petjada = suma dels quadrats](#) per al concurs de [fotografia matemàtica d'ABEAM](#).



Font: [Fotografia matemàtica de l'ABEAM](#)

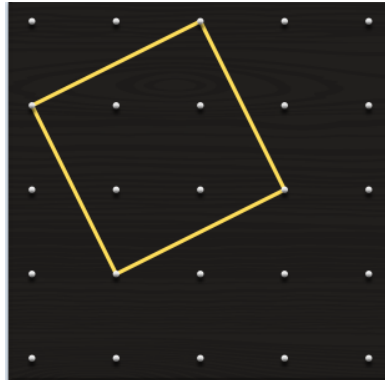
Autor: Álvaro Huelves Sotelo

Els geoplans també són un bon material manipulatiu amb què es pot treballar el càlcul d'àrees i longituds. En el concurs de resolució de problemes [Fem Matemàtiques](#), de la [FEEMCAT](#), en la primera fase es va proposar el següent problema: [Quadrats en un geoplà](#). És convenient fer-lo en grup de tres alumnes, ja que les propostes del Fem Matemàtiques acostumen a ser problemes d'investigació en què caldrà ser sistemàtic, expressar els raonaments per escrit, fer conjectures, i on la conversa matemàtica és molt enriquidora; per tant, cal aprofitar aquest escenari per afavorir l'aprenentatge entre iguals. Si no es disposa de geoplans es poden utilitzar fulls amb tramat de punts o un geoplà en línia ([Geoboard](#)).



Font: Elaboració pròpia

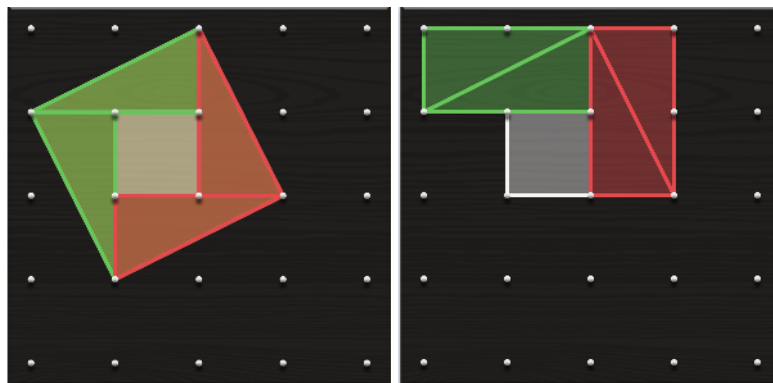
L'activitat proposa trobar tots els quadrats diferents que es poden construir en un geoplà de 5 x 5, com el de la imatge, i deduir quina és la seva àrea. En la resolució trobem que els quadrats amb costats paral·lels a l'eix horitzontal i vertical surten fàcilment, i d'aquí les àrees corresponents a quadrats perfectes: 1, 4, 9, 16 i 25. Però podem obtenir un quadrat d'àrea $2 u^2$? I $3 u^2$? I altres disposicions de quadrats en aquest geoplà?



Font: Elaboració pròpia

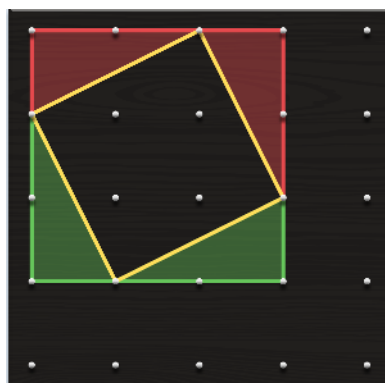
En el càlcul de la seva àrea, si no ens avancem a donar instruccions, podem observar diferents raonaments. N'exposem un parell:

- La descomposició en un quadrat d'àrea $1 u^2$ i quatre triangles rectangles que dos a dos formen rectangles d'àrea $2 u^2$. Per tant, un total de $5 u^2$.



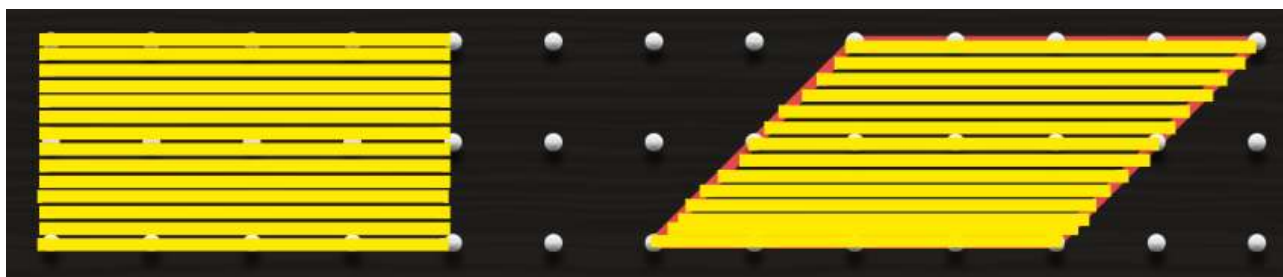
Font: Elaboració pròpia

- Emmarcar la figura en un quadrat de costat 3, i per tant àrea $9 u^2$, i tot seguit es treuen quatre triangles rectangles iguals, que dos a dos formen rectangles d'àrea $2 u^2$. Així doncs, $9 - 4 = 5 u^2$



Font: Elaboració pròpia

La professora Sílvia Margelí proposa fer ús dels espaguetis per veure que un rectangle i un romboide amb la mateixa base i altura, tindran la mateixa àrea.

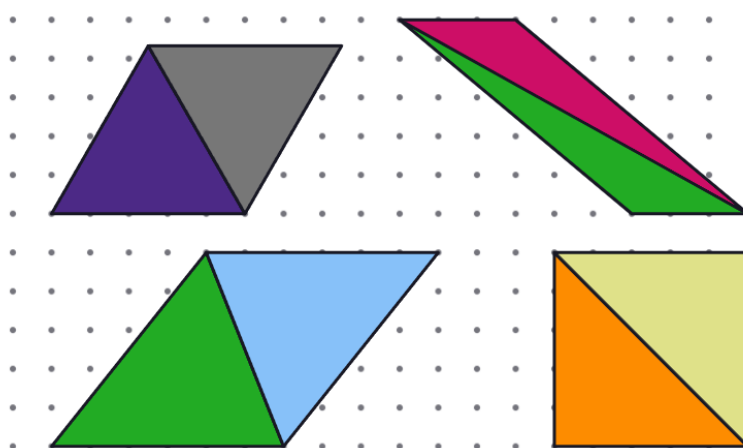


Font: Elaboració pròpia

Disposem les tires d'espaguetis paral·leles a la base cobrint tota l'àrea del rectangle, llavors la quantitat de superfície del rectangle serà la longitud de l'espagueti (base) posada tantes vegades com d'altura tingui el rectangle. A partir d'aquí sí que podem donar significat al fet que l'àrea del rectangle és base per altura.

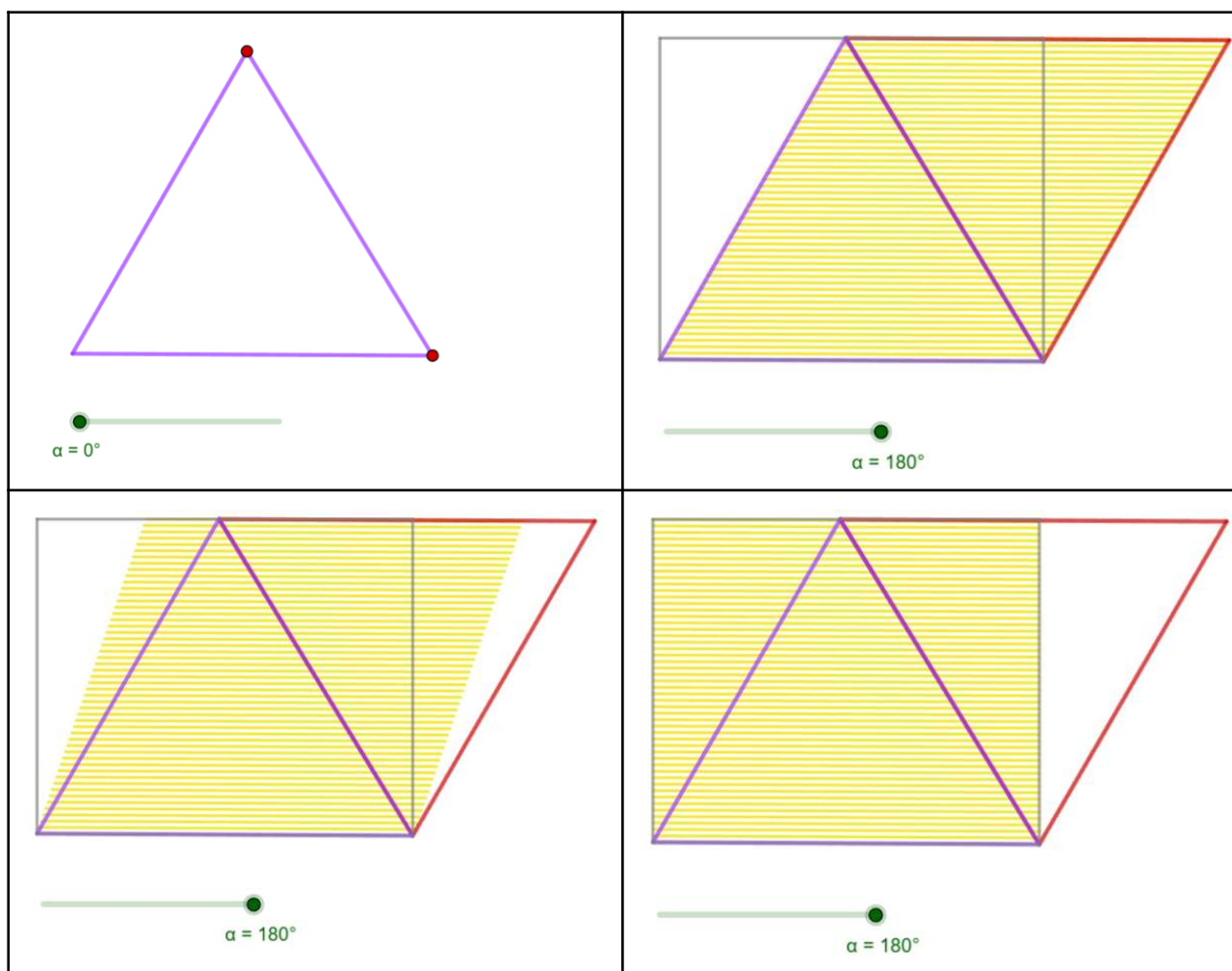
Fent uns desplaçaments d'aquestes mateixes tires podem recobrir tota l'àrea del romboide. La quantitat d'espaguetis és la mateixa i, per tant, tindran la mateixa àrea, tal com es pot veure en els dos quadrilàters equivalents de la imatge anterior.

A partir de dos triangles qualssevol idèntics podem construir un paral·lelogram que tingui la mateixa base i la mateixa altura que el triangle. Seria interessant tenir retallades moltes parelles idèntiques de triangles diferents, i que primer de tot l'alumnat intenti, movent les dues peces, construir aquests paral·lelograms. En aquest moment, superposant els dos triangles idèntics veuen ràpidament que tenen la mateixa superfície. Si els fem disposar les dues peces superposades sobre una superfície plana, la mateixa taula, se'ls pot preguntar quin moviment han de fer sobre una de les peces per tal que, sense aixecar-la, acabin obtenint el paral·lelogram. Aquest moment és molt important, ja que malgrat que estarem entrant en el sentit espacial, és una oportunitat magnífica per comparar el gir de 180° amb la simetria axial; dues isometries que es confonen fàcilment, sobretot quan treballem els paral·lelograms amb costats que no mesuren tots el mateix i una de les seves diagonals.



Font: Elaboració pròpia

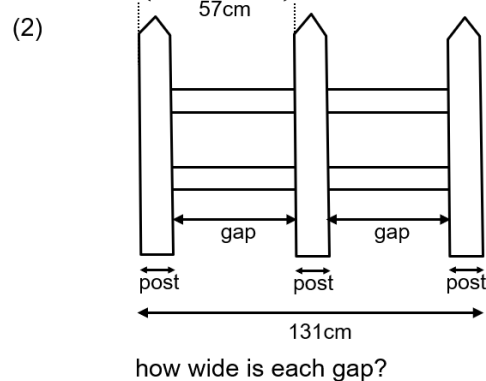
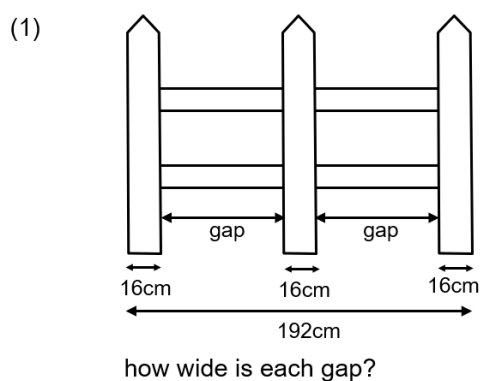
Amb la visualització del conjunt de quadrilàters formats a classe i la conversa guiada pel docent, s'acompanyarà l'alumnat en la descoberta que la superfície del triangle és la meitat de l'àrea del paral·lelogram generat i, per tant, del rectangle amb la mateixa base i altura. Per facilitar aquest últim pas, si no es creu convenient emprar material manipulatiu com els espaguetis, es pot compartir la [construcció](#) en GeoGebra feta pel professor Manel Martínez, amb la recomanació de donar l'oportunitat als mateixos alumnes que puguin deduir, manipulant l'aplicació, la relació entre l'àrea del quadrilàter i el triangle que el genera.



Font: [Àrea del triangle amb espaguetis](#)

Autor: Manel Martínez

En la pàgina del professor Don Steward tenim una bona activitat per al càlcul de longituds. Amb ella s'estableix una connexió molt forta amb el sentit algebraic. Ens referim a [Lengths](#).

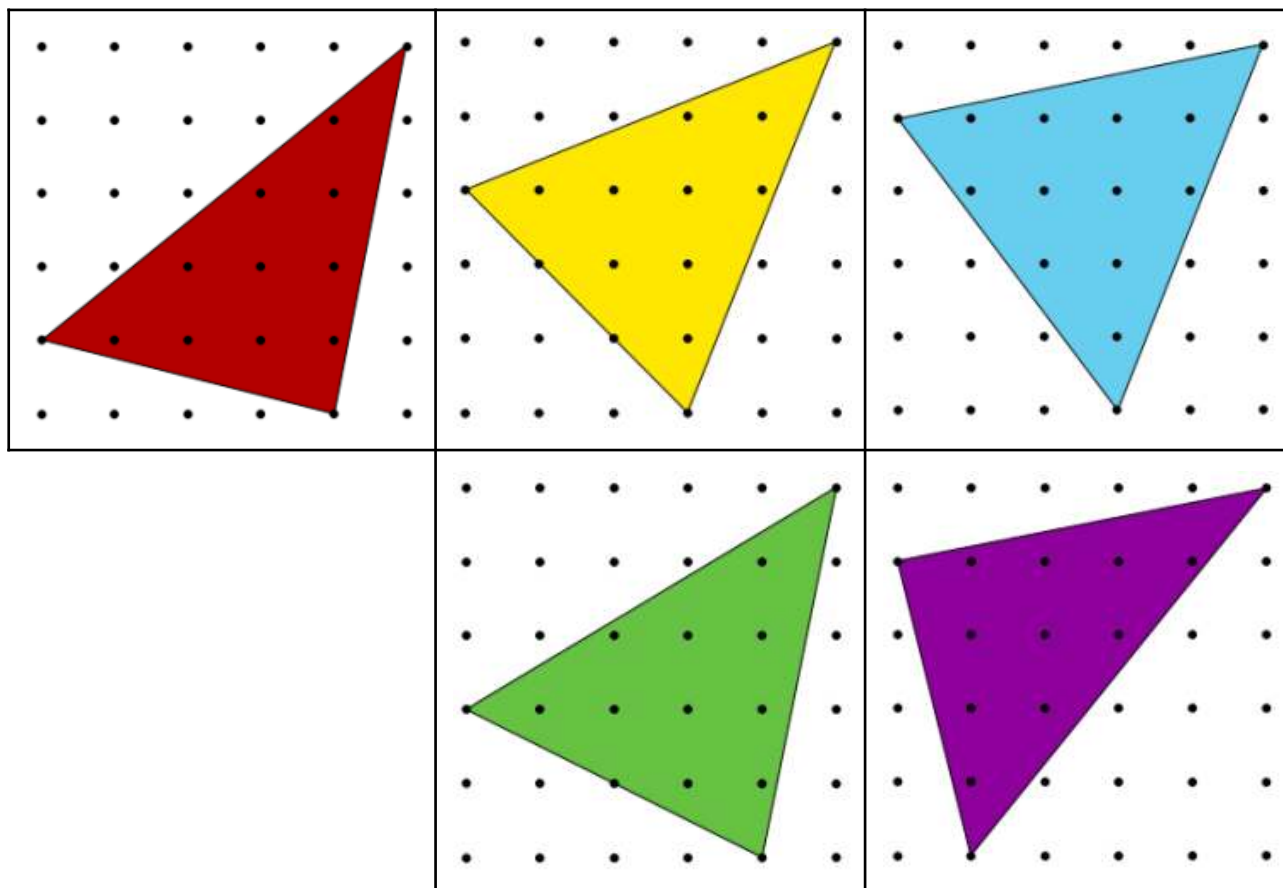


Font: [Lengths](#)

Autor: Don Steward

Són vuit reptes curts on es demana una longitud tal com es mostra en la imatge anterior. Recomanem fer-los en parelles o en grups de tres, i demanant a l'alumnat que deixi per escrit les seves conjetures i raonaments. Caldrà valorar la conveniència que vagin escrivint-ho tot correctament; de vegades, durant el procés n'hi pot haver prou amb els esquemes, gràfics o dibuixos per comunicar i ajudar a entendre què s'està fent. Aleshores, un cop s'arriba a conclusions, donar-se un temps per fer una escriptura pausada facilitarà la relectura de totes les idees exposades i permetrà ordenar-les correctament mentre se'n verifica la resolució. La connexió amb el sentit algebraic és molt forta, i els raonaments que se'n deriven estan molt relacionats amb la resolució d'equacions o sistemes d'equacions lineals. Aquesta connexió no és un impediment perquè l'alumnat els pugui abordar si els plantejem com una simple resolució de problemes. A part d'aquests vuit reptes trobarem situacions similars que condueixen a una generalització, però en aquests casos ja hi entraria el llenguatge algebraic, i potser seria convenient fer-ho en cursos més avançats.

[Triangles in a Square](#) de NRICH és una activitat d'investigació sobre les àrees de triangles inscrits en una graella de punts de 5 x 5 espais. S'utilitzen les coordenades enteres en el primer quadrant per referir-se a les posicions que poden ocupar els diferents vèrtexs dels triangles. Es mostren cinc triangles diferents que tenen un vèrtex en (5,5), un altre vèrtex en la part esquerra de la quadrícula, i el tercer en la part inferior de la quadrícula. Aleshores es demana qui té l'àrea més gran.



Font: [Triangles in a Square](#)

Autoria: NRICH

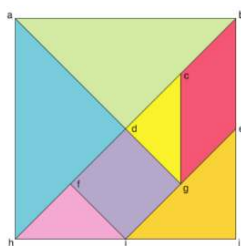
A partir d'aquí comença la investigació amb altres triangles amb les mateixes propietats que els primers, buscant qui tindrà l'àrea més gran, qui la més petita, quins valors intermedis s'assoleixen, etc. Algunes preguntes clau per gestionar aquest problema, recomanades des del mateix portal, són:

- És més fàcil deduir l'àrea de la zona ombrejada o de les zones no ombrejades?

- Si conec l'àrea total i l'àrea no ombrejada, com puc calcular l'àrea ombrejada?
- És possible cobrir més de la meitat de l'àrea de la quadrícula amb un triangle?

Per anar assolint el **saber #1.MES.ME.F** de manera gradual és important haver treballat prèviament el càlcul de superfícies amb material manipulatiu o recursos TIC. Amb l'objectiu final que l'alumnat mostri destresa en la descomposició de figures poligonals en figures geomètriques d'àrea coneguda per determinar-ne la superfície, podem començar amb propostes que impliquin la composició de noves figures a partir de les conegudes. Per exemple, a l'[Espai Jordi Esteve](#) del PuntMat podem trobar aquesta [activitat](#) amb el tangram xinès:

Grup 4 – tasca 1

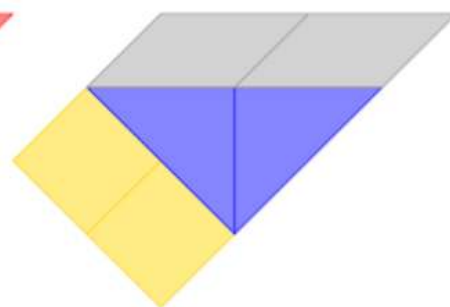
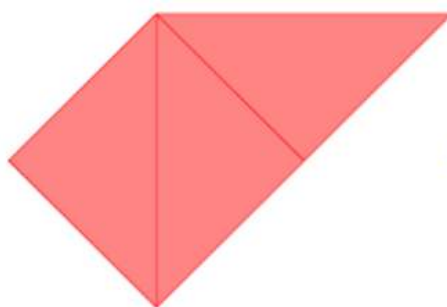


- La peça quadrada té àrea 1, quina és l'àrea de les altres peces?
- Considera les tres peces que tenen la mateixa àrea, quina té el perímetre més petit?

Font: [Mesura de superfície amb Tangram i Geoplà](#)

Autoria: PuntMat

D'aquesta manera ja tenim coneixement de l'àrea de cadascuna de les peces. A partir d'aquí el professor Xavier Fernández ens convida a provar que dos triangles mitjans més dos paral·lelograms més dos quadrats són «iguals» que tres triangles grans.



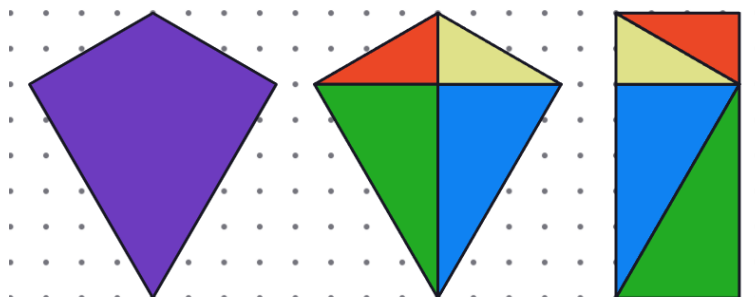
Font: [Mesura de superfície amb Tangram i Geoplà](#)

Autoria: PuntMat

L'anàlisi d'aquesta proposta feta per les professores Cecilia Calvo i Laura Morera la trobarem a la pàgina del PuntMat en l'entrada [Mesura de superfície amb Tangram i Geoplà](#).

El professor Pablo Beltrán-Pellicer, en el seu espai web [Tierra de números](#), també comenta la conveniència didàctica d'arribar a les expressions algebraïques per al càlcul d'àrees (fórmules) a partir de la descoberta. Presentar aquestes expressions com un procediment de càlcul dificulta la comprensió i fa que es perdi la consciència d'estar mesurant. En la proposta [Todos son rectángulos](#) del mateix autor, es convida l'alumnat a fer disseccions de figures poligonals amb l'objectiu d'aconseguir un rectangle disposant les peces retallades

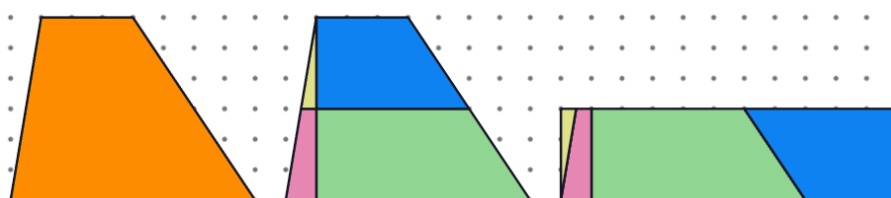
de forma adient. Cada alumne rebrà una fotocòpia de cadascuna de les figures que surten a l'activitat, i mitjançant talls rectes amb tisores, buscarà transformar aquests polígons en rectangles, i així deduir com se'n podria calcular la superfície, relacionant les dimensions del rectangle amb mesures del polígon inicial. Les disseccions no són úniques, i cadascuna porta associada una idea, un raonament de l'alumne; és per això que recomanem evitar que sigui el docent qui mostri com fer el procés. Tot seguit veiem uns exemples fets amb l'eina [Polypad de Mathigon](#).



Font: Elaboració pròpia



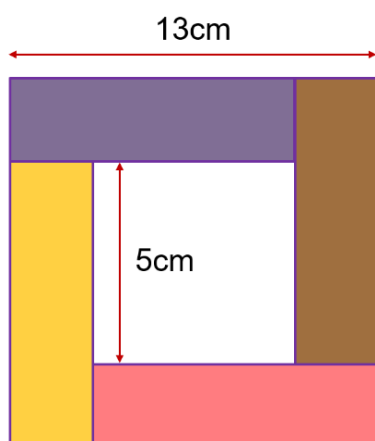
Font: Elaboració pròpia



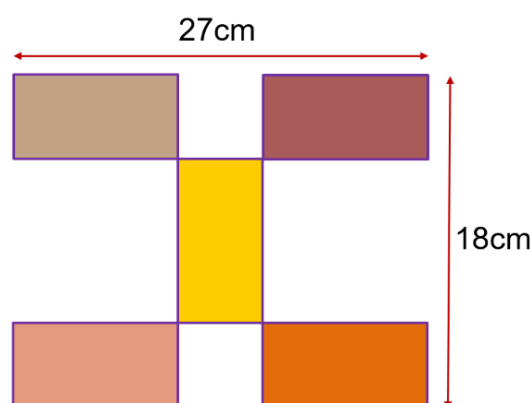
Font: Elaboració pròpia

La mestra i matemàtica Maria Antònia Canals defensava l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques amb les mans, i que el pensament abstracte havia de partir de l'experiència. És molt important que en aquestes activitats l'alumnat pugui manipular, plegar i tallar. La descomposició i composició de figures de forma manipulativa els permet fer proves diverses per tal d'aconseguir que els conceptes matemàtics esdevinguin propers i significatius, alhora que es fomenta la creativitat en la mateixa resolució del repte plantejat.

En la proposta [Rectangle areas](#) de Don Steward trobem quatre activitats de càlcul d'àrees amb figures formades a partir de la composició de rectangles. En totes elles, la representació i descomposició de la peça inicial en funció de les dades del problema és fonamental per poder donar solució a les preguntes formulades sense necessitat de passar per un llenguatge formal algebraic. Tanmateix, com totes les propostes d'aquest saber, la connexió amb el sentit algebraic hi és ben present. Tot seguit, mostrem dos dels quatre exercicis:



Quina és l'àrea de cadascun dels 4 rectangles congruents?



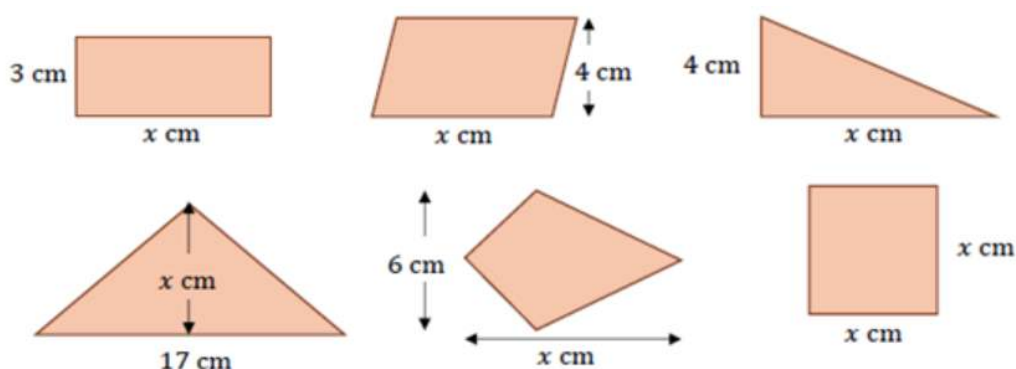
Quina és l'àrea de cadascun dels 5 rectangles congruents?

Font: [Rectangle areas](#)

Autor: Don Steward

Recordem que aquesta proposta està pensada per presentar-la als alumnes de 1r d'ESO, i, per tant, insistim que en cap cas es pretén que la seva resolució es doni mitjançant equacions.

Finalment, també podem presentar situacions en què, a partir d'una superfície coneguda en un polígon, calgui determinar-ne alguna longitud. El professor Paul Smith ens ofereix l'activitat [Area 51](#), en què dotze figures tenen en comú que la seva àrea és de 51 cm^2 . Les tres darreres fan referència a la circumferència i el cercle. Caldrà tenir-ho en compte per si es considera la possibilitat de proposar-les en cursos posteriors. L'activitat és interessant si es presenta després d'haver treballat amb l'alumnat diferents procediments per al càlcul de superfícies. En aquest cas, la descomposició d'algunes de les figures pot formar part del procés escollit pels alumnes a l'hora de trobar les longituds desconegudes. Es recomana també fer un treball previ d'estimació de la solució, i aportar un raonament que justifiqui la quantitat estimada.



Font: [Area 51](#)

Autor: Paul Smith

Per treballar el **saber #1.MES.ME.G** recomanem partir dels triangles i quadrilàters, per recollir l'aprenentatge fet a primària, i després estendre-ho a altres figures poligonals. L'activitat d'experimentació [Quant sumen els angles interiors d'un triangle?](#) presentada pel professor Manel Martínez, parteix de la creació individual d'un triangle qualsevol per part de l'alumnat. S'identifiquen els angles interiors, es retallen i es col·loquen de manera que es pot observar que junts formen un angle pla. És important la construcció d'un mural amb totes les realitzacions dels alumnes. El fet de veure que aquesta propietat es

verifica per a tants triangles diferents permet que puguin deduir que és una propietat sobre la mesura dels angles d'un triangle. A més a més, l'activitat presenta diferents construccions amb GeoGebra que mostren la propietat esmentada i com per triangulació podem obtenir la suma dels angles interiors de qualsevol polígon.

Dins de la campanya de Laboratori de Matemàtiques del CREAMAT, en la secció de Pattern blocks(1), tenim una proposta per deduir els angles de qualsevol peça dels blocs de patrons: [Quant mesuren els angles de les diferents peces](#). L'activitat parteix del coneixement que l'angle recte mesura 90° i que l'angle complet és de 360° . Tot raonament i deducció esdevindrà a partir de la manipulació del material. Es recomana treballar amb taules de quatre alumnes, i amb prou material perquè cada alumne tingui la possibilitat de manipular les peces, fer les seves conjetures i compartir les observacions en grup. De forma natural i per tal de mesurar angles a partir de la composició de diferents peces, es faran operacions bàsiques amb angles, com la suma i la diferència, lligades a la seva interpretació geomètrica.

Amb el títol d'[Angle inscrit en una circumferència](#), tenim una activitat d'experimentació proposada per Anton Aubanell en què l'alumnat deduirà la relació existent entre qualsevol angle inscrit i el seu corresponent angle central. És una proposta ràpida que pot venir acompanyada de l'activitat [Angles en la circumferència](#) de Manel Martínez, en què a partir de construccions en GeoGebra i la seva manipulació, els alumnes descobriran algunes propietats entre els diferents angles que hi podem determinar. Ambdues propostes tenen molta connexió amb el sentit espacial. Evidentment, i seguint amb aquest fil de propostes, seria convenient presentar activitats que impliquin el càlcul de mesures en polígons inscrits en una circumferència.

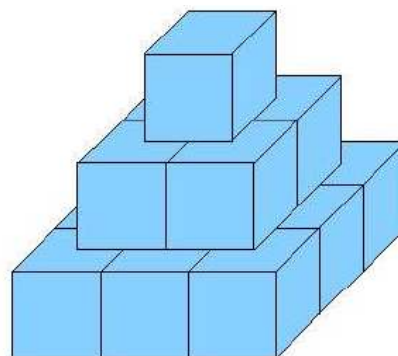
L'activitat [Descobrim Pi](#) és una magnífica proposta d'Anton Aubanell on a partir de l'experimentació s'assoleix el **saber #1.MES.ME.H**. Tal com indica el seu autor, després de fer uns quants mesuraments de longituds d'elements circulars i el seu diàmetre, la raó que es trobarà serà una aproximació de π . És molt important que l'alumnat en prengui consciència en tant que la mateixa acció de mesurar comporta un error de precisió. Així doncs, per tal que l'activitat tingui sentit, caldrà ser precisos. És important que per parelles es mesurin diferents objectes circulars, i que en un full de càlcul compartit entre tota la classe es vagin introduint les dades. La posterior anàlisi de les diferències observades en les raons proporcionarà una situació ideal per prendre decisions sobre el tractament de l'error.

El professor Joan Jareño, en el seu portal web Calaix +ie, ofereix una entrada molt completa amb el nom [Pi: recerca i captura](#), en què trobem diferents activitats per poder assolir el **saber #1.MES.ME.H**, i sobretot mostra com al llarg de la història de la humanitat hi ha hagut sempre interès per estudiar aquesta constant que es produeix entre la longitud d'una circumferència i el seu diàmetre, així com diferents camins per obtenir la millor aproximació possible del seu valor, en expressió decimal. Algunes de les propostes que hi trobem tenen connexió amb altres sentits que no pas l'espacial. Malgrat que sempre ho volem deixar a criteri del docent, pensem que no cal avançar algunes activitats, ja que aquestes proposades en cursos posteriors tenen un impacte més gran en l'aprenentatge de l'alumnat.

El **saber #1.MES.ME.I** es pot treballar amb material manipulatiu. Pablo Beltrán proposa l'ús de tisores per resoldre algunes situacions relacionades amb aquest saber. A l'entrada [Las tijeras, un gran recurso en geometría](#) del blog Tierra de Números, l'autor presenta un problema sobre el cost de pintar les parets d'una habitació tret d'una prova de competències, i alhora indica una manera senzilla de treballar l'àrea d'un cos a l'espai, mitjançant una capsa i tisores.

[Una escultura cúbica](#) és un problema d'investigació del Fem Matemàtiques (FEEMCAT) en el qual es treballen diferents mesures relatives a la superfície d'una escultura formada per ortoedres, des de la superfície que caldrà pintar, els litres de pintura que s'utilitzaran, el cost que suposarà, el temps que es trigarà a pintar-la, etc. Com tots els problemes de la primera fase del concurs Fem Matemàtiques, es recomana fer-lo en grup de tres o quatre persones.

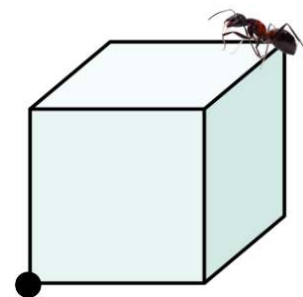
Les professores Cyntia Riquelme i Mireia López ens ofereixen una [entrada](#) en el seu blog Banc de Recursos del Fem Matemàtiques amb solucions d'aquest problema, respostes d'alumnes comentades i orientacions per als docents.



Font: [Una escultura cúbica](#)

Autoria: Fem Matemàtiques

Un altre bon problema per treballar aquest **saber #1.MES.ME.I** és el de la formiga que es troba en un vèrtex d'un cub i vol anar al vèrtex oposat fent el camí més curt possible per les cares exteriors de l'ortoedre. El repte és traçar amb precisió la trajectòria que recorrerà. El camí no és únic i el desplegament del cub ajuda a poder deduir la solució del problema.



Font: Elaboració pròpia

Pel que fa al **saber #1.MES.ME.J**, el podem treballar amb propostes com les del Grup MatGI, format per docents de secundària de les comarques gironines, amb el seu [Tema 13: Estadística i probabilitat](#). En particular volem destacar l'activitat de la [corsa de camells](#) amb dues fitxes/propostes per a l'alumnat. Disposem 12 camells numerats de l'1 al 12 per fer una cursa, i dos daus estàndards. Llancem els daus i sumem els punts obtinguts. El resultat indica quin camell avança en la cursa. És important, abans de començar el joc, fer apostes pel camell guanyador, veure quants alumnes opten pel camell número 1, pel 2, etc. No cal avançar que el número 1 serà impossible que avanci, ja que aquest fet serà una descoberta per a alguns alumnes. És interessant que l'alumnat creï altres curses com:

- la cursa de tortugues, on en lloc de jugar amb la suma de les puntuacions de dos daus, s'avança amb la distància entre les puntuacions (la diferència del valor més gran menys el més petit).
- la cursa de gossos, on s'avança a partir del producte de les puntuacions de dos daus.
- la cursa de pingüins, amb tres daus en joc i sumem les puntuacions.

El portal Transum presenta la mateixa activitat però amb cargols: [Snail Race](#). L'avantatge d'utilitzar programari informàtic és que pots fer moltes tirades en molt poc temps. Amb tot, per treballar aquest saber pensem que és important que l'alumnat experimenti el procés de l'activitat, i vegi la relació entre la freqüència i la mesura de probabilitat en aquests casos.

Cal recordar que el **saber #1.MES.ME.F** i el **saber #1.MES.ME.G** són essencials, però que els recursos que s'acaben de descriure són només una proposta.

Estimació i relacions

Sabers

- A. Estimació de mesures a partir del propi cos, de l'experiència o dels atributs d'altres objectes. [ESS]
- B. Coneixement i ús de l'error absolut i relatiu per convenir i adequar la precisió dels resultats en situacions de mesura. [ESS] #NUM.QU
- C. Elecció de l'instrument convenient en funció de la magnitud, el grau de precisió i la situació en context.
- D. Formulació de conjectures sobre l'anàlisi de la incertesa associada a un fenomen aleatori, basant-nos en l'estimació i l'experimentació. #EST.PI

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

Mesurar comporta, de manera implícita, tenir presents els conceptes de precisió i d'error. El control d'aquest error i la seva acceptació proporcionarà fiabilitat als resultats obtinguts. Abans, però, caldrà establir criteris de validació associats a l'error relatiu, que és independent de la unitat de mesura establerta.

El coneixement de diferents instruments de mesura per a una mateixa magnitud i la seva precisió permetrà fer una bona elecció, en funció del context i de la tolerància permesa, a l'hora d'obtenir els mesuraments. És important que l'alumnat entengui que l'error es trobarà ja des del primer moment que es prenguin mesures i que, per tant, caldrà ser molt curosos i precisos a l'hora d'emprar els aparells per obtenir els mesuraments i no incrementar aquest error. L'anàlisi de les dades obtingudes a l'hora de mesurar, i el tractament de les seves diferències de forma consensuada per un grup gran, és una bona oportunitat perquè l'alumnat segueixi donant significat als valors, i no els vegi simplement com un conjunt de nombres. Per prendre una mesura podem repetir el procés de mesurament diverses vegades, fet per individus diferents. Llavors, si les dades són diferents, quina prenem com a vàlida?, o com obtenim la mesura correcta a partir dels valors obtinguts? Una bona gestió d'aquesta situació pot acabar parlant de mesures de centralització i dispersió.

Fer bones estimacions és important per tal de donar sentit i confirmar les mesures obtingudes a posteriori. Per això cal treballar l'adquisició mental d'unitats patró que permetin a l'alumnat fer comparacions i bones apreciacions de mesura abans de fer cap mesurament.

És a partir de tenir moltes activitats d'experimentació relacionades amb la mesura que es millorarà a l'hora de fer estimacions, i ajudarà a fer que l'alumne pugui fer les seves conjectures i prediccions en el casos d'esdeveniments aleatoris.

Recomanem que en tota situació de mesura es comenci amb una estimació o predicció, que pot venir donada per un interval o cota. La posada en comú dels diferents intervals que sorgeixin en el grup classe poden afinar l'estimació, reduint-los. Aquest treball, de forma gradual, ha de comportar que l'elecció final de l'interval estigui fonamentada en un raonament. D'aquesta manera provocarem que hi hagi hagut una comparació, ja sigui amb una imatge mental, amb un objecte físic del qual se'n coneix la mesura o amb experiències passades. Finalment, és important contrastar i analitzar l'estimació amb el mesurament, un cop realitzat.

Per tal de reflexionar sobre la importància de l'estimació i com cal potenciar-la en les nostres classes de matemàtiques, proposem la lectura de l'entrada [Estimating – Making sense of things](#) que fa el professor Mark Chubb en el seu blog [Thinking Mathematically](#), en què analitza quatre tipus d'estimacions que es poden treballar. Destaquem els sis punts amb els quals tanca l'article, en el qual es recullen algunes recomanacions didàctiques dirigides als docents per analitzar el treball de l'estimació a l'aula.

Comentaris sobre les connexions

El tractament numèric de l'error, ja sigui el relatiu com l'absolut, per convenir i adequar la precisió dels resultats en situacions de mesura està connectat amb el sentit numèric, especialment amb els sabers de quantitat. L'ús d'expressions decimals en el càlcul de mesures dependrà de la unitat escollida, dels múltiples i submúltiples. A la vegada, trobarem que aquestes situacions són idònies per parlar de xifres significatives, i cal que ho relacionem amb la precisió i la tolerància en els valors obtinguts. Cal tenir present també la conveniència d'emprar la calculadora o el full de càlcul per fer algunes operacions mecàniques, i centrar les activitats en les competències matemàtiques. Això no ha d'evitar que l'alumnat tingui un bon maneig del càlcul amb nombres decimals o amb quantitats expressades en notació científica. Creiem que és en la proposta de bones activitats i en la gestió d'aquestes, fent preguntes adients, com es pot assolir un bon aprenentatge de les matemàtiques, i en particular, d'aquest saber.

Proposar activitats en les quals l'alumnat pugui conjecturar sobre la probabilitat que ocorre un esdeveniment aleatori basant-se en l'estimació i l'experimentació provoca que es treballi la connexió amb el sentit estocàstic i els seus sabers relacionats amb la predictibilitat i incertesa. Les freqüències amb les quals es donen certs esdeveniments simples a mesura que es fan experiments donen a l'alumnat una idea de mesura que li permet fer conjectures. Les freqüències relatives són l'eina per excel·lència per estimar la probabilitat. Per tant, cal provocar que l'alumnat vegi que com més experiments es duguin a terme, més fina serà aquesta estimació. La unió de tots els experiments fets pel grup classe ajudarà a obtenir un millor resultat. Per tant, recomanem presentar aquest tipus d'activitats des de la resolució de problemes i amb un fort component d'experimentació, ja que és interessant veure com les conjectures inicials poden veure's afectades pels resultats d'uns quants experiments.

De la mateixa manera que s'ha comentat en altres apartats, volen significar les connexions externes que tenen tots aquests sabers, principalment amb les àrees de les ciències experimentals i la tecnologia.

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

És essencial treballar perquè l'alumnat a final de 1r d'ESO tingui adquirides unes unitats patró que li permetin fer estimacions acceptables, i alhora pugui identificar errades importants en el mesurament o en l'obtenció de càlculs per la seva incoherència.

Amb aquesta idea també veiem essencial que l'alumnat sàpiga interpretar la informació que donen els càlculs de l'error relatiu i l'absolut, per tal d'establir les xifres significatives en una mesura i la precisió amb la qual cal fer els mesuraments. Aquest saber l'utilitzarà també en la resolució de problemes i en la presa de decisions relatives a altres camps de coneixement en què es treballa amb dades: l'estadística, la física, la química, l'esport, la cuina, la biologia...

Recursos i activitats

Recursos i activitats generals per al bloc de sabers

Amb l'activitat [Mesures antropomètriques](#), del professor Alberto Herrero, es treballen els **sabers #1.MES.ER.A i #1.MES.ER.B**. La proposta, en forma de concurs, està dividida en tres parts:

En la primera cada alumne escollirà una unitat de mesura del propi cos per estimar 1 metre, i una altra per estimar 10 metres. Podríem fer-ho en grups de tres, i que per consens es fes l'elecció de la unitat patró.

En la segona part es va al pati i cada grup representa al terra les longituds d'1 i 10 metres a partir de la unitat escollida. Es fa el mesurament i es calcula l'error. El grup que hagi aconseguit una major precisió guanya el concurs.

En la tercera part hi ha una proposta d'ampliació per fer una estimació a partir de passes, de la distància entre l'institut i la casa de cadascun dels estudiants.

A part de tot el procés que comporta l'activitat és molt important el tractament que es dona a l'error de mesura, i en quins moments apareix: en l'elecció de la unitat i la seva precisió, en el moment del mesurament (l'acció de repetir la unitat de mesura tantes vegades fins a obtenir la longitud desitjada) o en les operacions de càlcul en mesures parcials.

També es poden treballar aquests dos sabers mitjançant el joc de taula. N'hi ha dos de comercials, [Fauna](#) i [Estimator](#), que es basen en l'estimació de determinades magnituds. Són fàcilment adaptables i reconstruïbles.

Recursos i activitats per treballar sabers concrets

Per treballar el **saber #1.MES.ER.A** tenim el portal [Estimation 180](#) del professor Andrew Stadel. En paraules del seu creador trobarem un espai amb tasques d'estimació que fan que el raonament matemàtic sigui accessible i agradable per als alumnes. En la mateixa pàgina hi ha accés a una [guia docent](#), [vídeos explicatius](#) sobre la gestió d'activitats, recursos i fitxes de treball gratuïts. La majoria del material s'aconsegueix sol·licitant-lo en la mateixa pàgina i es rep per correu electrònic.

Entre diferents propostes destaquem per a aquest saber l'estimació a partir de fotografies dia a dia. Per exemple:

[DIA 1](#)



Quina és l'alçada del senyor Stadel?

[DIA 2](#)



Quina és l'alçada de la senyora Stadel?

En la fotografia l'alumnat veurà alguns elements que li poden servir de referència per fer les seves estimacions. Les fitxes per a l'alumnat promouen l'anàlisi de les imatges i la discussió matemàtica per tal de poder establir primerament un interval d'estimació, i finalment un valor estimat. Un cop realitzat, es pot saber la mesura real i treballar l'error.

[Fer estimacions a bell ull](#) és un concurs d'estimacions elaborat per Anton Aubanell per al Dissabte Transfronterer de les Matemàtiques a l'Alt Empordà, l'any 2015. Es demana fer-ho per parelles. Hi ha un seguit d'imatges on es faran estimacions per comparació de dos objectes. La precisió dels resultats estimats atorgarà els punts necessaris per guanyar. Totes les instruccions es troben en el mateix document.

Hi ha moltes aplicacions a les xarxes per poder treballar l'estimació de mesures. A la pàgina Math Playground tenim [Alien Angles](#), en què caldrà estimar angles amb una precisió de 5 graus. Volem destacar la importància de fer estimacions angulars, ja que implica anar fent subdivisions mentals de l'angle recte, i operacions de sumes i diferències d'angles a partir de l'angle nul, el recte i el pla. Si anteriorment s'han treballat prou els angles amb figures geomètriques de forma manipulativa, ja sigui amb tangrams, *pattern blocks*, etc., les referències que tindrà l'alumnat seran més grans per fer estimacions: el triangle equilàter, 60° , l'hexàgon regular, 120° , etc.



Font: [Alien Angles](#)

Autoria: Math Playground

Moltes de les activitats de mesurament i d'estimació són òptimes per treballar el **saber #1.MES.ER.B**. El coneixement de l'error absolut, entès com la distància existent entre el mesurament o l'estimació i el valor real, ha d'anar lligat amb un interval de tolerància i una cota d'error perquè es pugui donar per correcte. Aquesta tolerància també la podem trobar en els aparells de mesura. Alhora cal que l'alumnat visqui situacions on pugui veure que una errada d'un metre en la mesura pot ser acceptable o no. En quines situacions pot passar una cosa o una altra? L'errada d'un metre en el càlcul de l'alçada d'una persona no té la mateixa importància que en la distància entre dos pobles. És important que siguin els mateixos alumnes els que reflexionin sobre aquests escenaris. En el fons estem donant importància a l'error relatiu, que pot ser expressat en tant per 1 o tant per 100. En aquest tipus d'activitats s'acostuma a treballar amb expressions decimals, i és el moment per treballar l'arrodoniment.

Per tal de treballar el **saber #1.MES.ER.C** cal que l'alumnat conegui diferents instruments de mesura en context de mesurament. A l'activitat del Centre de Documentació i Experimentació en Ciències (CDEC) [Cuinats amb mesura](#) es parteix d'una recepta de cuina per tal d'identificar quins instruments de mesura seran adients per seguir-la. S'estudien diferents tipus de balances i la precisió que es pot obtenir amb cadascuna, així com la quantitat màxima que pot mesurar. Es reflexiona sobre les diferències a l'hora de fer mesuraments i els marges d'error propis dels instruments. És una proposta amb una connexió clara amb les àrees de ciències experimentals.

En situacions sobre probabilitats d'esdeveniments en experiments aleatoris sempre és recomanable iniciar-los fent que cada alumne faci una predicció, i a més a més, donar la possibilitat de canviar-la en funció de com es van succeint les primers experimentacions. Un exemple d'activitat per treballar el **saber #1.MES.ER.D** és la que ens proposen des de NRICH amb el nom [In the bag](#). S'han introduït 10 bales de 4 colors en una bossa. No se sap la quantitat de bales de cada color. El primer repte serà deduir-ho. Es fa una primera predicció i, a partir d'aquí s'extreu una bala, s'anota el color i es torna a introduir a la bossa. Es

repeteix el procés d'extracció unes quantes vegades, i es torna a demanar una predicció. L'activitat també es pot presentar com un joc. Es parteix de 500 punts i cada vegada que es demana fer 10 extraccions d'una en una i amb reposició, costa 10 punts. Es fan prediccions successives i la quantitat de bales de cada color encertades dona una puntuació o una altra. L'objectiu és arribar als 1.000 punts. Pots desenvolupar una estratègia eficaç per arribar a aquests 1.000 punts? Pots desenvolupar una estratègia eficaç per assolir els 1.000 punts en el mínim nombre de rondes? A la pàgina de l'activitat hi ha una aplicació per fer les apostes i seguir el joc. Adjuntem també la [fitxa traduïda](#) de l'activitat. Recomanem fer l'activitat en parelles per tal que es puguin compartir les conjetures que facin i, alhora, els raonaments que implicaran una presa de decisions conjunta. D'aquesta manera, i a partir d'anar incrementant el nombre d'experiments, es milloraran les estimacions.

Cal recordar que els **sabers #1.MES.ER.A** i **#1.MES.ER.B** són essencials, però que els recursos que s'acaben de descriure són només una proposta.

Blocs de competències: processos matemàtics i gestió socioemocional

El conjunt de sabers que constitueixen el sentit de la mesura, com tots els altres sentits, s'han de relacionar amb el conjunt de competències del currículum. Sense un coneixement dels sabers difícilment es poden desenvolupar els processos per avançar en l'assoliment de les competències i, d'altra banda, la manera com s'introdueixen, es construeixen i s'utilitzen els sabers és clau per dur a terme un treball competencial.

Així doncs, tots els sabers poden contribuir a desenvolupar qualsevol competència si es treballen en activitats adequades. Igualment, un saber pot contribuir a desenvolupar diverses competències.

Es presenta la relació entre els sentits i les competències específiques a través dels processos: Resolució de problemes (competències específiques CE 1 i CE 2), Raonament i prova (competències específiques CE 3 i CE 4), Connexions, en què distingim les internes (competència específica CE 5) i les externes (competència específica CE 6), Comunicació i representació (competència específica CE 7) i Gestió socioemocional (competències específiques CE 8 i CE 9).

Aquesta relació, pel que fa al sentit de la mesura, es concreta, en el marc d'aquest exemple, de la manera que es descriu en els apartats següents, tot i que poden existir altres anàlisis igualment vàlides.

Resolució de problemes (CE 1 i CE 2)

Per tal de treballar de manera significativa el conjunt de sabers relacionats amb el sentit de la mesura a 1r d'ESO, cal que les classes de matemàtiques estiguin fonamentades principalment en la resolució de problemes. És gairebé de compliment immediat presentar a l'alumnat escenaris de la vida quotidiana en què la mesura sigui protagonista de situacions, problemes i reptes que calgui resoldre. L'elecció adient d'unitats patrons i el seu establiment com a conveni permetrà a l'alumnat interpretar, comparar, calcular i comunicar mesures (directes o indirectes). El desenvolupament de les competències associades a aquest procés, la resolució de problemes, facilitarà que els mateixos alumnes desenvolupin diferents estratègies per a l'obtenció de mesures associades a les magnituds pròpies del curs: longituds, àrees, massa, angles..., de manera que es puguin evidenciar diferents raonaments que permetin l'obtenció de resultats. Per aquesta raó, recomanem proposar situacions on hi hagi un repte i que alhora es faci present un conflicte que provoqui la discussió entre iguals. Així doncs, és molt important la gestió de l'activitat, fent preguntes que interpel·lin l'alumnat i facin aparèixer nous reptes. La valoració i argumentació de la idoneïtat dels resultats obtinguts en situacions de mesurament, mitjançant el coneixement de l'error absolut i relatiu, si s'escau, propiciarà la resolució de situacions de la vida quotidiana pròpies de les matemàtiques, que poden suscitar noves preguntes. Entenem també que cal consolidar algunes tècniques i processos que van apareixent amb les propostes que es fan, com per exemple el canvi d'unitats tractat des de les taules de proporcionalitat. En aquests casos, però, preferim que es presentin a partir d'activitats de pràctica productiva i fer que aquest

objectiu s'assoleixi de manera més indirecta ambientant-lo en la resolució d'un problema, en lloc de fer-ho amb activitats de pràctica reproductiva, només enfocades en l'automatització de les destreses bàsiques.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar la resolució de problemes són, entre altres:

- El **saber #1.MES.MA.B** permet el plantejament de situacions on l'alumnat ha d'establir unitats patró de mesura que en facilitin la resolució, amb la qual cosa es mobilitzen les competències específiques CE 1 i CE 2.
- Amb el **saber #1.MES.ME.E** s'evidencien diferents estratègies per obtenir mesures indirectes de longituds i àrees, ja sigui amb material manipulatiu o amb aplicacions de geometria dinàmica. El càlcul de mesures indirectes es fa partint dels coneixements matemàtics previs que té l'alumnat, i mitjançant els seus raonaments i el treball amb material, obtenen els resultats.
- De manera similar al cas anterior, però amb el mesurament d'angles, el **saber #1.MES.ME.G**, que és essencial, porta implícit el desenvolupament de les competències específiques CE 1 i CE 2.
- El **saber #1.MES.ER.B** permet el coneixement i ús de l'error relatiu i l'absolut. El treball de l'error contribueix a la CE 2, ja que dona arguments sobre la idoneïtat de les solucions en el mesurament.

Recursos

La majoria dels recursos esmentats, sinó tots, fan referència directa a les competències específiques de resolució de problemes. Si més no, creiem que cal emmarcar-los en aquest procés. Amb tot, a tall d'exemple podem esmentar que:

- En el projecte [La mitad del cuadrado](#), de José Antonio Mora Sánchez, es veuen involucrats tots els processos, cosa que acostuma a passar en propostes riques de llindar baix, sostre alt i parets amples, que permeten que tot l'alumnat hi pugui participar i progressar. Surten diverses estratègies i raonaments per tal de dividir el quadrat en dues parts de la mateixa àrea. A més a més, existeixen unes primeres solucions prou simples perquè tot l'alumnat entri en el problema. És de fàcil entrada però alhora les diferents exploracions condueixen a aplicar raonaments que validen obtencions més complexes i fan que s'iniciïn noves preguntes.
- Les activitats del Fem Matemàtiques són bones propostes de resolució de problemes. En l'activitat [Una escultura cúbica](#) associada al **saber #1.MES.ME.I** els alumnes necessitaran treballar la interpretació de la situació inicial plantejada fent-se les seves pròpies representacions, ja sigui amb material manipulatiu, amb aplicacions informàtiques, etc. L'eficàcia d'aquestes representacions ajudaran a la resolució d'algunes parts del problema. De la mateixa manera, el fet de treballar-ho en grups de tres alumnes convida que puguin sorgir diverses estratègies de resolució i que calgui valorar quina cal seguir a partir de la discussió entre iguals. Naturalment, la validació de les solucions obtingudes i les preguntes a noves investigacions també hi són presents.
- Dins del conjunt de propostes presentades en el **saber #1.MES.ME.E** trobem l'activitat de NRICH [Triangles in a Square](#), una investigació molt rica que facilita la construcció de coneixement matemàtic per part dels mateixos alumnes i en la qual treballa tant la CE 1 com la CE 2. La gestió de l'activitat per part del docent estirant-la amb noves investigacions o proposant bastides en el cas que hi hagi bloquejos en l'alumnat, servirà com a model perquè el mateix alumne posi l'accent en

les estratègies de resolució i procediments emprats, i es familiaritzi a fer-se noves preguntes que el condueixin a estirar l'activitat.

Raonament i prova (CE 3 i CE 4)

La deducció de relacions entre diferents magnituds i les seves expressions mitjançant material manipulatiu o tecnològic, a partir del raonament i l'argumentació, proporciona nou coneixement matemàtic. El desenvolupament de la CE 3 comporta que l'alumnat sigui capaç de formular les seves pròpies conjetures, i a partir del raonament avaluar-les i modificar-les, en cas que sigui necessari, per tornar-les a posar a prova.

Les diferents situacions de mesura directa mitjançant la resolució de problemes, l'organització de les dades obtingudes, la planificació per a aquesta obtenció, la corresponent descomposició en tasques simples, el tractament de les dades i la representació, tot amb l'objectiu d'arribar a la solució, comporta el desenvolupament del pensament computacional. De la mateixa manera, també es fa evident en la modelització de propostes de mesura directa i el seu pas o transició cap a la mesura indirecta, la qual cosa fa que l'alumnat trobi relacions entre el comportament de diferents magnituds que li permeti obtenir-ne la quantitat d'unes a partir del mesurament d'altres.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar el raonament són, entre altres:

- El **saber #1.MES.MA.C** permet el plantejament de situacions de la vida quotidiana on la comparació de les diferents unitats de mesura per a un mateix atribut, amb materials diversos, condueixi l'alumnat a formular-se conjetures senzilles, a partir del raonament i argumentació, i com a conseqüència a la construcció de nou coneixement matemàtic.
- La distinció entre perímetres i àrees de regions planes, prevista en el **saber #1.MES.ME.D**, és una invitació a presentar al nostre alumnat activitats que li generin conflicte, i on les dues magnituds intervinguin en cadascuna de les propostes. L'estudi del comportament de les dues variables conjuntament comportarà el treball de les competències CE 3 i CE 4.
- Des del **saber #1.MES.ME.H**, amb la descoberta de π mitjançant la raó entre la longitud de la circumferència i el seu diàmetre, es contribueix a desenvolupar la CE 3.
- El **saber #1.MES.ER.D** porta implícit la formulació de conjetures, en aquest cas sobre l'anàlisi de la incertesa associada a un fenomen aleatori, a partir de l'estimació i l'experimentació. Com a conseqüència, contribueix directament en el treball de les competències CE 3 i CE 4.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers fan referència directa al procés de raonament i prova. Per exemple:

- En l'activitat [Place your orders](#) de NRIC, associada al **saber #1.MES.MA.C**, l'alumnat haurà de fer les seves pròpies conjetures, validar-les i argumentar-les per tal d'ordenar conjunts de quatre quantitats d'atributs mesurables no conegudes inicialment i molt relacionades amb la vida real. Per tant, contribueix especialment al desenvolupament de la competència específica CE 3.
- Amb [Estimation 180](#), del professor Andrew Stadel i proposada per treballar el **saber #1.MES.ER.A**, l'alumnat fa estimacions a partir de comparacions amb objectes dels quals sí que en saben algun tipus d'informació. El raonament matemàtic és molt accessible i agradable per als alumnes, i es

treballa també l'argumentació per validar aquests propis raonaments amb el que vol desenvolupar la CE 3.

- En el **saber #1.MES.ER.D** tenim l'activitat [In the bag](#) de NRICH, en la qual s'han introduït 10 bales de 4 colors en una bossa, i l'alumnat no sap quantes bales hi ha de cada color, i caldrà que faci una predicció. A partir de l'experimentació, fent extracció i observació d'una bala amb reposició, es fan modificacions argumentades de les prediccions inicials. A més a més, l'activitat inclou una variant en context de joc, en què a l'alumnat se li demana desenvolupar una estratègia eficaç per assolir el repte, amb la qual cosa es desenvolupa tant la competència CE 3 com la CE 4.
- L'activitat d'experimentació associada al **saber #1.MES.ME.G** [Quant sumen els angles interiors d'un triangle?](#) convida l'alumnat a fer les seves conjetures sobre la suma dels angles interiors d'un polígon qualsevol i, finalment, arribar a la descoberta. Així doncs, contribueix al desenvolupament de la CE 3.

Connexions amb altres parts de la matemàtica (CE 5)

La presència de connexions entre el sentit de la mesura i altres parts de la matemàtica sorgeix de forma natural, ja sigui a partir de propostes en les quals la mesura és part del procés en el treball d'altres sabers —ho podem trobar especialment en activitats relacionades amb el sentit espacial o l'estocàstic— o en situacions en què la mesura és la finalitat però on altres sentits formen part del desenvolupament de les mateixes activitats, com per exemple les connexions que s'evidencien amb sabers propis del sentit numèric en el tractament de nombres i quantitats. Així doncs, l'ús de la proporcionalitat numèrica i geomètrica en situacions de mesura consolidaran els sabers comuns amb els sentits numèric i espacial. A més a més, les simulacions necessàries per mesurar la incertesa requeriran els processos associats al pensament computacional i, per tant, propis del sentit algebraic.

Presentar a l'alumnat situacions que fomenten la creació de connexions entre els diferents conceptes, procediments i idees matemàtiques permet que desenvolupin una visió més àmplia del propi coneixement i que percebin les matemàtiques no de forma compartimentada, sinó com un tot integrat. Aquesta visió i el desenvolupament de la competència facilitarà que l'alumnat generi diferents estratègies i idees per a la resolució de problemes.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar les connexions internes són, entre altres:

- El **saber #1.MES.MA.G** està ben connectat amb el sentit numèric, ja que l'elecció d'unitats de mesura adients per poder operar entre elles i la construcció de noves unitats de mesura derivades d'altres comportarà l'aparició i el maneig de nombres decimals, de potències, notació científica, etc.
- El treball de descomposició i composició de figures geomètriques per calcular superfícies present en el **saber #1.MES.ME.F** connecta amb el pensament computacional del sentit algebraic, ja que l'alumnat haurà d'identificar i analitzar estratègies, amb un seguit de passos ordenats, que li permetrà arribar a deduir quines transformacions en la figura inicial el condueixen a la solució.
- En el treball per a l'assoliment del **saber #1.MES.ME.J**, en què l'alumnat ha de ser capaç de copsar la relació entre les freqüències relatives i les probabilitats d'esdeveniments simples en experiments aleatoris a través de la regla de Laplace, a part de tenir una connexió evident amb el bloc de sabers de la predictibilitat i la incertesa, corresponent al sentit estocàstic, també s'estableix una connexió

amb el pensament computacional, del sentit algebraic, en el disseny de simuladors aprofitant recursos TIC (full de càlcul, GeoGebra, Snap!...).

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers aporten o utilitzen connexions internes. Per exemple:

- En l'activitat [La recepta](#), associada al **saber #1.MES.MA.C**, l'alumnat treballarà el canvi d'unitats, les operacions amb quantitats expressades en nombres decimals, etc. Així doncs, des de la mesura es fa present una connexió amb el sentit numèric i, per tant, es contribueix a la competència específica CE 5.
- Amb l'activitat [Mesures antropomètriques](#) recollida en l'exemplificació de propostes que treballen els **sabers #1.MES.ER.A** i **#1.MES.ER.B**, és present la necessitat de calcular l'error absolut i el relatiu en les diferents mesures que es van prenent de manera directa. Aquest càlcul i el tractament de l'error mobilitza també sabers propis del sentit numèric, i, per tant, la mateixa activitat s'afegeix en el desenvolupament de la CE 5.
- També trobem unes quantes propostes amb connexions internes, dins de la matemàtica, i en particular amb el sentit algebraic. Per exemple, en l'activitat [rectangle areas](#), associada al **saber #1.MES.ME.F**, l'alumnat es troba davant de reptes en què, per tal de trobar la solució, emprarà sabers propis del sentit espacial i l'algebraic.
- En el **saber #1.MES.ME.J** tenim tot un seguit d'activitats sota el títol [Tema 13: Estadística i probabilitat](#), en què, a part de les connexions evidents entre la mesura i l'estocàstica, s'evidencia la possibilitat de treballar amb simuladors que permetin fer estimacions sobre la mesura de probabilitat, i alhora hi és present de forma significativa el pensament computacional en el procediment d'estudi i anàlisi. Així doncs, aquestes activitats també contribueixen a desenvolupar la competència CE 5.

Connexions amb altres matèries i amb l'entorn (CE 6)

El sentit de la mesura és present en molts entorns de la vida quotidiana. La presentació de diferents contextos no matemàtics en què la mesura és essencial enforteix les connexions de situacions matemàtiques amb el seu entorn. El coneixement, l'elecció i ús d'instruments de mesura, amb l'evolució de la tecnologia, i l'establiment del sistema internacional d'unitats, ens possibilita mesurar de forma consensuada el món que ens envolta. A més, la utilització d'estimacions, el control de l'error i la seva propagació connecten no només sabers amb altres àrees, sinó també procediments aplicats a la vida quotidiana. A la vegada, la història de les civilitzacions i la seva relació amb el sentit de la mesura ens dona un context que permet connectar fàcilment les matemàtiques amb la societat.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar les connexions externes són, entre altres:

- En el **saber #1.MES.MA.A** hi ha una connexió externa amb tot el món que ens envolta, ja que pretén la identificació d'atributs mesurables en objectes matemàtics o físics, en el nostre entorn, i per tant l'observació de matemàtiques en entorns propers de l'alumnat però no precisament matemàtics.

- El desenvolupament del **saber #1.MES.MA.E** permet fer una connexió externa amb la història i amb la societat, estudiant les dificultats que comportava no tenir un únic sistema de mesures, i com aquest s'acaba formalitzant en gran part del països, a excepció del món d'influència britànica.
- El treball i assoliment del **saber #1.MES.ME.A** connecta les matemàtiques amb altres àrees de coneixement com la tecnologia, les ciències de la naturalesa, etc.
- De la mateixa manera, el **saber #1.MES.ER.C** connecta amb la tecnologia, les ciències naturals i amb les activitats diàries del món que ens envolta (esport, cuina, etc.).

Recursos

Molts dels recursos descrits per treballar diferents sabers del sentit de la mesura ofereixen oportunitats per fer connexions externes. Per exemple:

- Les vuit propostes de mesura que trobem a la campanya del [vídeoMAT-Plus](#) i comentades en l'apartat de recursos associats a diferents sabers del bloc de mesurament, s'inicien amb una pregunta que fa referència a un context proper a l'alumnat i amb moltes connexions fora de les matemàtiques. Són petites investigacions en les quals la matemàtica permet donar resposta a aquestes qüestions.
- El projecte [Pots dutxar-te amb un poal d'aigua? Dona-li una segona oportunitat a l'aigua](#) associat al bloc de sabers de mesurament és una excel·lent proposta que connecta la matemàtica amb un problema ben actual.
- L'activitat [Solar System Pathway](#) del professor Jordi Domènech Casal i proposada en el **saber #1.MES.MA.F** connecta les matemàtiques amb les ciències experimentals i les socials.
- Amb l'activitat del CDEC [Cuinats amb mesura](#), associada al **saber #1.MES.ER.C**, l'alumnat treballa el sentit que aquí es tracta a partir de la identificació i ús de diferents instruments de mesura. D'aquesta manera s'enforteixen les connexions de la matemàtica amb altres àrees de coneixement, com són les ciències naturals i la tecnologia, i on és freqüent el maneig d'aquests aparells.
- En el **saber #1.MES.MA.E** podem trobar el recurs [El sistema mètric](#), en què, a partir del coneixement de la història, l'alumnat prendrà consciència de com la matemàtica ha donat solucions a dificultats i problemes socials, com són el comerç, la comunicació, etc. La localització de diferents vèrtexs geodèsics a Catalunya, utilitzats per a l'establiment del metre o d'altres referències locals, com la Meridiana o el Paral·lel a Barcelona, també contribuiran a fer que el nostre alumnat faci connexions externes.

Totes aquestes activitats contribueixen al desenvolupament de la competència CE 6.

Comunicació i representació (CE 7)

La comunicació i l'ús precís del llenguatge és una part essencial de les activitats en què es posa de manifest el sentit de la mesura. L'intercanvi d'idees en situacions de resolució de problemes, la discussió i els acords convinguts en grup, l'expressió oral, escrita i gràfica, contribueixen a generar nou coneixement. La utilització escaient d'esbossos, escales, desplegaments..., amb l'ajut de programes gràfics o amb instruments de representació, donarà significat i permanència a les idees matemàtiques del sentit de la mesura i facilitarà la resolució de problemes. La tria de bones unitats de mesura ajudarà a la comprensió de les situacions de mesura plantejades i dels resultats obtinguts.

Cal que l'alumnat desenvolupi la competència per representar de manera precisa les dades obtingudes en processos de mesura directa, tenint en compte que en aquests tipus d'activitats la bona representació i exactitud ajuden a fer-ne la lectura i interpretació, com és en el cas de mapes, plànols, etc., i a la vegada a no incrementar l'error.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar la comunicació i la representació són, entre altres:

- El **saber #1.MES.MA.D** contribueix al desenvolupament de la competència CE 7 en tant que és el grup qui sent la necessitat de tenir una unitat de mesura de referència comuna per magnitud, la tria per consens i n'explica l'elecció.
- En el treball per a l'assoliment del **saber #1.MES.MA.H** l'alumnat representarà i comunicarà de diferents maneres, ja sigui de forma oral, escrita o gràfica, el grau qualitatiu de certesa o incertesa associat a esdeveniments, per tal de poder-los comparar i mesurar com en són de probables.
- En el **saber #1.MES.ME.C** és fonamental la representació per poder recollir la informació de la mesura directa, comunicar-la i, en cas que sigui necessari, prendre noves mesures, en aquest cas de forma indirecta. Així doncs, és significativa la seva contribució al desenvolupament de la CE 7.
- El treball per a l'assoliment del **saber #1.MES.ME.I** contribueix al desenvolupament de la competència CE 7, ja que l'alumnat necessitarà la representació 2D per resoldre problemes de mesura d'objectes en 3D.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers del sentit de la mesura fan referència al procés de comunicació i representació. Per exemple:

- En la proposta [Maquetem Mataró](#), associat al **saber #1.MES.ME.C**, trobem un gran projecte en el qual la representació hi és present de forma notòria. Naturalment, com en totes les altres activitats esmentades, es desenvolupen moltes altres competències específiques, però des del disseny de maquetes fins a la seva confecció en 3D, el desenvolupament de la competència CE 7 és molt destacable.
- Les activitats de fotografies matemàtiques, [Unitat de macromesura](#) i [Superfície de la petjada = suma dels quadrats](#), esmentades en l'exemplificació d'activitats dels **sabers #1.MES.MA.D** i **#1.MES.ME.E** són proposades en què la representació i comunicació tenen un paper destacat, tant a l'hora de fotografiar una propietat, objecte o contingut matemàtic, com a l'hora de tenir l'habilitat de posar un bon títol a la fotografia que convidi a pensar i educar la mirada matemàtica de la gent mentre l'observa.
- En l'activitat [El joc dels nusos](#) associada al **saber #1.MES.MA.B**, la comunicació és l'eix principal de la proposta. Els alumnes hauran de ser precisos amb el vocabulari que empen, i en cas de no ser-ho, en seran conscients amb els resultats que s'obtenen. D'aquesta manera, la proposta ajuda a desenvolupar la competència CE 7.
- En el **saber #1.MES.MA.F** tenim l'activitat [Explorant els ordres de magnitud](#), en què es proposa la construcció de frisos per a les magnituds de longitud, massa i temps, amb l'objectiu que l'alumnat

sàpiga adequar la unitat de mesura a l'atribut de l'objecte que cal mesurar. Aquestes construccions contribueixen al desenvolupament de la competència associada a la comunicació i la representació.

Gestió socioemocional (CE 8 i CE 9)

A 1r d'ESO cal tenir en compte la transició que es produeix entre les dues etapes educatives i el fet de vetllar per aquells aspectes socioemocionals que hi intervenen. Trobarem diversitat en l'estil en què l'alumnat ha après matemàtiques, en la manera de treballar, en els nivells de desenvolupament de les competències específiques, i en aquelles que són pròpies de les característiques individuals de tots i cadascun del nostres alumnes, construïdes a partir de les experiències viscudes. És per això que cal crear un clima de confiança i respecte que aculli a tothom, on se sumi aquesta diversitat i que faci que l'alumnat se senti còmode i segur per desenvolupar les seves habilitats matemàtiques.

Per tal que els nostres alumnes desenvolupin una bona gestió socioemocional respecte de les matemàtiques amb el treball des de tots els sentits, i en particular des de la mesura, hem de considerar dues vessants a l'hora de planificar propostes i gestionar-les a l'aula: una està centrada en el mateix individu, en la seva percepció de l'aprenentatge i de les seves habilitats, en la seva relació amb el repte, en com concep l'error, etc.; i l'altra està lligada a la seva participació en grup, a l'aprenentatge que fa de les idees dels altres, de la seva implicació en el treball col·lectiu, del respecte, empatia i tolerància cap a la diversitat i les noves idees. Per això, serà fonamental un conjunt d'activitats ben connectades entre elles i amb l'entorn quotidià de l'alumnat que desperti la seva curiositat i interès; que suposin un repte, de manera que l'alumne pugui posar en pràctica i valorar la seva perseverança i resiliència en el seu aprenentatge. Amb tot, és important mesurar la dificultat del que es proposa amb la voluntat que el repte no s'acabi convertint en un impediment i que, per tant, condueixi a la frustració. Cal que cadascun dels nostres alumnes se senti capaç i confiï en les seves possibilitats respecte del treball matemàtic. En aquest sentit, s'ha de considerar l'acceptació de l'error en l'aprenentatge de les matemàtiques, i prendre'l com a oportunitat de millora. L'ús de l'estimació en les propostes de mesura permet treballar l'error, tant el sentit de la diferència entre la quantitat estimada i la real, com el tractament dels efectes emocionals que provoca. Quan es demana una estimació, no s'espera una resposta exacta, la pressió sobre la resposta és menor, ja que s'accepta que hi hagi un interval de precisió i, per tant, una tolerància. Aquest interval anirà disminuint per aproximacions successives i rectificacions, la qual cosa farà que el valor estimat gairebé coincideixi amb el real. Tanmateix, estimacions molt allunyades poden ser la porta d'entrada a idees preconcebudes o raonaments erronis. Cal cuidar aquest moment per tal que sigui el mateix alumne qui s'adoni de forma racional i argumentada de la seva errada, i construeixi un nou coneixement que li permeti fonamentar una nova estimació.

Així doncs, la gestió socioemocional està vinculada a dues competències específiques:

- CE 8, relacionada amb el desenvolupament d'habilitats personals com les creences, les actituds i les emocions envers les matemàtiques.
- CE 9, centrada en el desenvolupament d'habilitats socials com el treball en equip i la presa de decisions.

A continuació s'indiquen alguns aspectes que, treballats des del sentit de la mesura, poden contribuir al desenvolupament de les competències CE 8 i CE 9.

Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 8:

- La resolució de problemes és present en totes o gairebé totes les activitats proposades. La gestió d'aquestes amb bastides que ajudin a superar bloquejos i amb bons reptes que encenguin la motivació personal ajudaran a desenvolupar la competència CE 8. En aquest sentit ho podem veure

en les diferents activitats referenciades del portal NRICH, en què a la mateixa pàgina hi ha tot un seguit d'orientacions que faciliten aquesta gestió de l'activitat.

- La mesura convida a fer propostes que connectin amb el context proper a l'alumnat. Ho hem d'explotar per tal que vegin les matemàtiques com alguna cosa present en el seu dia a dia, i no com una cosa llunyana i estranya. En trobem un exemple en les activitats esmentades de la campanya del [vídeoMAT-Plus](#).
- Amb la intenció de trencar algunes creences limitadores, es recomana presentar activitats de llindar baix, sostre alt i parets amples, en les quals tothom pugui participar, i per tant, evitar tenir alumnes que creguin no ser mereixedors de viure experiències matemàtiques satisfactòries. En la mateixa línia, l'ús de materials manipulatius i programes informàtics, com a suport d'activitats, també ajuda a tenir una entrada amable amb la matemàtica. Ho podem trobar en les propostes de la campanya del [Laboratori de matemàtiques](#) o en aquelles activitats de Transum: [Reading Scales](#), [Scale drawings](#), [Snail Race](#).
- El tractament de l'error com una oportunitat d'aprenentatge també és fonamental per treballar l'autoconfiança de l'alumne.
- En projectes com «Maquetem Mataró», «La mitad del cuadrado» o «Pots dutxar-te amb un poal d'aigua? Dona-li una segona oportunitat a l'aigua» els alumnes podran treballar aspecte tan lligats a la competència CE 8 com la constància i la perseverança.

Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 9:

- El treball col·laboratiu que es proposa en activitats com [La vida en 1 h, 12 h, una setmana, un any, un metre, un litre, 360°...](#) o en la [Gimcana de mesures](#) contribueix al desenvolupament d'habilitats socials.
- És molt important presentar activitats que promoguin la construcció de coneixement matemàtic col·lectiu, com per exemple la construcció de [referents de les unitats de longitud](#), [d'unitats de superfícies](#) i [d'unitats de volum i capacitat](#), associats al **saber #1.MES.MA.D.**
- El treball en parelles o grups de tres visiblement aleatoris, com es proposa a l'activitat [Lengths](#), associada al **saber #1.MES.ME.E**, pretén que puguin ajudar-se els uns als altres, escoltant-se les propostes de cadascun i arribant a acords en l'enfocament i desenvolupament dels problemes. Per crear els grups es pot partir d'una baralla de cartes. Seleccionarem tants pals de la baralla com integrants volem a cada grup. Quan parlem de pals en una baralla de cartes ens referim a ors, espases, copes i bastons en el cas d'una d'espanyola, o cors, trèvols, diamants i piques en el cas d'una d'anglesa. Es barregen i cada alumne n'escull una a l'atzar. Els grups es formen a partir del número o figura, ajuntant-se tots aquells que tinguin el mateix. Per exemple, tots els que tinguin un quatre aniran junts.