

ESO: Sentit algebraic

Consideracions generals

El sentit algebraic aglutina un conjunt de blocs de sabers especialment important dins de les matemàtiques de l'educació secundària, ja que inclou l'aprenentatge d'un llenguatge nou (l'àlgebra), amb tot el que això implica, el desenvolupament del qual és rellevant per aprofundir en els processos i en gran part de les competències presents en el currículum de matemàtiques.

Per desenvolupar el conjunt de sabers que constitueixen el sentit algebraic en els diferents cursos, es proposa introduir el llenguatge algebraic partint dels coneixements aritmètics i geomètrics dels alumnes, tenint molt en compte les dificultats que suposa el treball amb un nou llenguatge. També és rellevant ajudar l'alumnat a donar significat al conjunt de símbols que apareixen en les expressions algebraiques i que representen incògnites, variables, paràmetres, operacions, així com identitats, equacions, inequacions i funcions. D'altra banda, cal mostrar que l'àlgebra és un llenguatge útil en situacions diferents, en particular per expressar generalitzacions de propietats, caracteritzar patrons i resoldre problemes. Pel que fa a l'aprenentatge de la resolució d'equacions, inequacions i sistemes i les seves aplicacions, creiem que cal emmarcar-lo en un ambient de resolució de problemes i allunyar-se de l'aplicació mecànica de receptes i de la pràctica reproductiva de procediments opacs. També forma part d'aquest sentit el pensament computacional, que té característiques pròpies, diferents de les dels altres blocs de sabers, però que permet un ampli ventall de connexions internes que poden representar bones oportunitats didàctiques. Al final d'aquest apartat hi dediquem una atenció especial.

La relació entre els sabers que constitueixen el sentit algebraic i els processos matemàtics es concreta de la manera següent:

Resolució de problemes. La possibilitat d'expressar nombres desconeguts, incògnites i, a partir d'unes relacions conegudes i mitjançant l'ús de determinats procediments, desvelar el valor d'aquestes incògnites. La resolució de problemes també té una relació molt directa amb el bloc de pensament computacional.

Raonament i demostració. La manipulació de símbols algebraics, i també de dibuixos i gràfics, ens permet descobrir noves relacions, buscar equivalències entre expressions aparentment diferents i trobar justificacions generals.

Connexió amb altres parts de la matemàtica. L'àlgebra es relaciona amb la majoria dels sentits, però segurament és amb el sentit numèric i l'espacial, juntament amb el de la mesura, on trobem un major nombre de connexions. El bloc de sabers de pensament computacional també presenta riques connexions amb sabers d'altres blocs i sentits.

Connexió amb altres matèries i amb l'entorn. L'àlgebra com a eina per resoldre problemes, tant de la matemàtica mateixa com en altres contextos, es connecta amb moltes disciplines, especialment les científiques. I dins del sentit algebraic, el bloc de funcions és especialment ric per les seves connexions amb les lleis científiques. També el pensament computacional, en particular el desenvolupament de programes informàtics, permet establir connexions amb camps molt diversos.



Comunicació i representació. L'àlgebra aporta un llenguatge per expressar de manera general i interpretar sintèticament propietats i relacions numèriques o relacions entre variables per mitjà de fórmules de diferents tipus. Des d'una perspectiva més àmplia, és interessant projectar la idea que el llenguatge i les tècniques algebraiques són emprats en tots els àmbits científics i tecnològics.

Com en qualsevol altre sentit, és molt important tenir en compte l'horitzó matemàtic, tant d'allò que ja s'ha treballat com del treball a desenvolupar en el futur en altres etapes educatives. En relació amb els sabers de primària, cal tenir en compte el coneixement de les operacions elementals i llur relació, així com el coneixement de la prioritat de les operacions i l'ús de parèntesis. També el significat dels símbols aritmètics i de les operacions en els diferents conjunts numèrics. Pel que fa a l'horitzó futur, el coneixement de l'àlgebra resulta indispensable per a l'alumnat que farà matemàtiques al batxillerat, però també si accedeix a mòduls professionals i al món laboral, com a eina per resoldre problemes, per caracteritzar els fenòmens de canvi, per argumentar i per expressar generalitzacions.

L'especificació i seqüenciació dels sabers del bloc de pensament computacional s'ha dut a terme atenent a diversos criteris. Primerament, s'han contextualitzat al màxim dins de les matemàtiques, establint connexions significatives amb altres blocs del sentit algebraic, amb altres sentits i amb processos com la resolució de problemes, per facilitar així la integració del pensament computacional en el treball matemàtic. Els sabers que s'hi han inclòs es classifiquen en quatre categories: les habilitats generals de pensament computacional (descomposició, patrons, abstracció i algorismes), la construcció d'algorismes executables per persones o ordinadors, l'ús d'eines computacionals en matemàtiques i la gestió socioemocional. S'ha intentat donar acollida a tres opcions de treball diferents però compatibles: el treball sense eines digitals ("pensament computacional desendollat"), la creació de programes en diversos llenguatges de programació i l'ús d'aplicacions de robòtica i dispositius mòbils.



Sabers del currículum 1r, 2n i 3r curs	Proposta 1r curs	Proposta 2n curs	Proposta 3r curs	Sabers del currículum 4t curs	Proposta 4t curs
Patrons - Patrons: identificació i comprensió, determinant la regla de formació de col·leccions numèriques o gràfiques. - Fórmules i termes generals: obtenció mitjançant l'observació de pautes i regularitats senzilles i la seva generalització. - Identificació de la successió de Fibonacci i la proporció àuria a la natura.	Patrons Observació i determinació de la regla de formació d'un patró numèric o geomètric. Observació de regularitats en diferents contextos matemàtics que permetin extreure conclusions o descobrir propietats.	Patrons Observació i determinació de la regla de formació d'un patró numèric o geomètric. Càlcul del terme general. [ESS] Observació de regularitats en diferents contextos matemàtics que permetin extreure conclusions o descobrir propietats.	Patrons Estudi de diferents tipus de successions, com per exemple, les aritmètiques, les geomètriques o la de Fibonacci. Càlcul del terme general. [ESS] #ALG.VA Observació de regularitats en diferents contextos matemàtics que permetin extreure conclusions o descobrir propietats. #NUM.CO, #ESP.VM	Patrons - Comprensió i anàlisi de patrons, determinant la regla de formació de diverses col·leccions numèriques o gràfiques.	Patrons Observació de regularitats en diferents contextos matemàtics que permetin extreure conclusions o descobrir propietats. #ALG.RF



Model matemàtic - Modelització i resolució de problemes contextualitzats, també de la vida quotidiana, secundant-se en representacions matemàtiques i en el llenguatge algebraic. - Obtenció de conclusions raonables sobre una situació de la vida quotidiana una vegada modelitzada.	Model matemàtic Ús de la proporcionalitat numèrica com a model matemàtic de situacions contextualitzades. #NUM.RP Anàlisi de les solucions d'un problema, presa de decisions en conseqüència i formulació de prediccions, si escau. [ESS]	Model matemàtic Ús de les equacions de primer grau com a models matemàtics de situacions contextualitzades. #ALG.ID Ús de la proporcionalitat geomètrica com a model matemàtic de situacions contextualitzades relacionades amb el teorema de Tales. [ESS] #ESP.FG Ús de les funcions com a models matemàtics. #ALG.RF, #ALG.PC Ús de recursos digitals o interactius per buscar la funció que modelitzi millor un context. Anàlisi de les solucions d'un problema, presa de decisions en conseqüència i formulació de prediccions, si escau. [ESS]	Model matemàtic Ús de les equacions de segon grau com a models matemàtics de situacions contextualitzades. #ALG.ID Ús dels sistemes d'equacions com a models matemàtics de situacions contextualitzades. #ALG.ID Ús de les funcions com a models matemàtics. #ALG.RF, #ALG.PC Ús de recursos digitals o interactius per buscar la funció que modelitzi millor un context. Anàlisi de les solucions d'un problema, presa de decisions en conseqüència i formulació de prediccions, si s'escau. [ESS]	Model matemàtic - Modelització i resolució de problemes contextualitzats, també de la vida quotidiana, secundant-se en representacions matemàtiques i en el llenguatge algebraic, fent ús de diferents tipus de funcions. - Obtenció i anàlisi de conclusions raonables d'una situació de la vida quotidiana una vegada modelitzada.	Model matemàtic Representació abstracta i simplificada de la realitat utilitzant el llenguatge i eines de les matemàtiques. #ALG.PC Ús de les equacions, els sistemes i les inequacions com a models matemàtics de situacions contextualitzades. #ALG.ID Cerca de la funció que modelitzi una situació (contextualitzada o no) que segueixi un model lineal, quadràtic, exponencial, de proporcionalitat inversa... [ESS] #ALG.RF, #EST.IN Ús de recursos digitals o interactius per buscar la funció que modelitzi millor un context. Anàlisi de les solucions d'un problema, presa de decisions en conseqüència i formulació de prediccions, si escau. [ESS]
--	---	--	--	--	---



Variable - Comprensió del concepte de variable en les seves diferents naturaleses.	Variable Expressió de quantitats indeterminades. Incògnites en equacions. [ESS] #ALG.ID Variables en el context del pensament computacional. [AMP] #ALG.PC Variables estadístiques quantitatives i qualitatives. [ESS] #EST.DI, #EST.IN	Variable Variables en l'expressió de relacions funcionals. [ESS] #ALG.RF Distinció entre incògnites en equacions i variables en funcions. #ALG.ID, #ALG.RF Variables en el context estadístic. #EST.DI, #EST.IN	Variable Variables que intervenen en la definició del terme general d'una successió. #ALG.PA, #ALG.RF Variables estadístiques discretes i contínues. #EST.DI, #EST.IN	Variable - Utilització dels diferents usos de variables associant expressions simbòliques al context del problema. - Evolució històrica del concepte de variable i de l'ús de l'àlgebra simbòlica com a llenguatge de la ciència.	Variable Paràmetres en l'expressió algebraica de funcions. [AMP] #ALG.ID, #ALG.RF Ús de variables en situacions contextualitzades. #SOE Variables en distribucions estadístiques bidimensionals. #EST.DI, #EST.IN Evolució històrica del concepte de variable i de l'àlgebra simbòlica com a llenguatge de la ciència. [AMP] #SOE
---	---	--	---	---	---

Igualtat i desigualtat	Igualtat i desigualtat	Igualtat i desigualtat	Igualtat i desigualtat	Igualtat i desigualtat	Igualtat i desigualtat
- Ús de l'àlgebra simbòlica per representar relacions lineals i quadràtiques en situacions contextualitzades, també de la vida quotidiana. - Anàlisi dels diferents mètodes de resolució d'equacions al llarg de la història, en particular els mètodes geomètrics d'Al-Khwarizmi. - Identificació i aplicació de l'equivalència d'expressions algebraïques en la resolució de problemes basats en relacions lineals i quadràtiques. - Cerca de solucions en equacions o sistemes lineals i equacions quadràtiques, tant de manera manual com utilitzant la tecnologia.	Expressions que contenen quantitats indeterminades en contextos matemàtics o de la vida quotidiana. Valor numèric d'aquestes expressions. Transformació d'expressions simbòliques. #NUM.SO Condicions que expressen igualtats on hi ha alguna quantitat desconeguda que es vol trobar, emprant paraules o símbols matemàtics. Concepte d'equació, d'incògnita i de solució. #ALG.VA Resolució d'equacions senzilles per tempteig a fi de descobrir la relació amb les operacions inverses. #NUM.SO Transformació de les equacions en equivalents	Transformació d'expressions algebraïques per generar-ne d'equivalents. #NUM.SO Resolució d'equacions senzilles aplicant, amb sentit, les operacions inverses en els dos membres de la igualtat. [ESS] #NUM.SO Resolució de problemes d'equacions de primer grau contextualitzats. [ESS] #ALG.MM Expressió amb paraules de condicions de desigualtat i traducció a llenguatge matemàtic. Introducció a la idea d'inequació. [AMP] Igualtats per expressar funcions constants, lineals i afins en situacions contextualitzades. Distinció entre funcions i equacions. #ALG.MM, #ALG.VA, #ALG.RF	Distinció entre identitats i equacions. Identitats notables i factorització d'expressions algebraïques. #NUM.SO #ESP.VM Equacions quadràtiques senzilles i incompletes. Resolució d'equacions de segon grau per mètodes geomètrics. #ESP.VM Equacions quadràtiques completes. Nombre de solucions reals d'una equació de segon grau segons el discriminant. [AMP] #ALG.RF Resolució de problemes senzills d'equacions quadràtiques contextualitzats. [ESS] #ALG.MM Problemes en context per introduir sistemes d'equacions lineals.	- Ús de l'àlgebra simbòlica per representar relacions funcionals en contextos diversos, també de la vida quotidiana. - Utilització i generació de formes equivalents d'expressions algebraïques en la resolució d'inequacions lineals.	Diferents significats del signe igual (comparació, definició, assignació, transformació...). Revisió i consolidació de la resolució d'equacions de segon grau. Idea de polinomi. Factorització i arrels de polinomis. [AMP] #ESP.VM Resolució d'equacions racionals, irracionals, exponencials i trigonomètriques senzilles. Comprovació i discussió, si escau, de les solucions. [AMP] Resolució de problemes d'equacions en situacions contextualitzades. [ESS] #ALG.MM Resolució algebraica i gràfica en el pla de sistemes de dues equacions lineals.



	com a procediment de resolució. Comprovació de solucions. Traducció d'enunciats de problemes a una equació senzilla, resolució i comprovació en el context del problema. [ESS]		Significat d'un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites i de la seva solució. #ALG.MM #ALG.RF Resolució i significat geomètric d'un sistema de dues equacions lineals amb dues incògnites. #ESP.VM Resolució de problemes contextualitzats a través de sistemes de dues equacions lineals amb dues incògnites. [ESS] Expressió de les solucions d'inequacions senzilles amb una incògnita a través d'interval·ls i semirectes. [AMP] #NUM.QU Igualtats per expressar funcions senzilles (constants, lineals, afins, quadràtiques i de proporcionalitat inversa) en situacions contextualitzades. [ESS] #ALG.MM #ALG.RF		Classificació en sistemes compatibles-determinats, compatibles-indeterminats o incompatibles. #ESP.LS Concepte d'inequació, d'incògnita i de solució. Analogies i diferències amb les equacions. Resolució d'inequacions amb una incògnita. #NUM.QU Solució geomètrica d'una inequació lineal amb dues incògnites. Regió solució. #ESP.VM Solució geomètrica d'un sistema d'inequacions lineals amb dues incògnites. Regió solució. [AMP] #ESP.VM Igualtats per expressar funcions dependents d'un paràmetre. [AMP] #ALG.VA, #ALG.RF
--	--	--	--	--	---



			Relació entre les solucions d'equacions (de primer i segon grau) i els zeros de les funcions (lineals, afins i quadràtiques) corresponents, utilitzant tecnologia. #ALG.RF		
Relacions i funcions - Aplicació i comparació de les diferents formes de representació d'una relació. - Identificació i ús de funcions, lineals o no lineals i comparació de les seves propietats a partir de taules, gràfiques o expressions algebraïques. - Identificació de relacions quantitatives en situacions contextualitzades, incloent la vida quotidiana i determinació dels tipus de funcions que les modelitzen (lineals i quadràtiques). - Deducció de la informació rellevant d'una funció mitjançant l'ús de diferents		Relacions i funcions Identificació d'una funció com a relació entre dues variables i estudi de la relació de dependència entre elles. #ALG.VA Relació entre les diferents maneres de representar una funció (verbal, taula, gràfic i expressió algebraica). #ESP.LS Estudi i aplicació en contextos de les funcions constant, lineal o de proporcionalitat directa i afí. Representació i estudi de les seves característiques: pendent i ordenada a l'origen. [ESS] #NUM.RP, #ESP.FG, #ESP.VM, #ALG.MM	Relacions i funcions Identificació d'una funció com a relació entre dues variables i estudi de la relació de dependència entre elles. [ESS] #ALG.VA Relació entre les diferents maneres de representar una funció (verbal, taula, gràfic i expressió algebraica). Estudi i aplicació en contextos de la funció de proporcionalitat inversa: representació i característiques, i comparació amb les funcions estudiades anteriorment. [ESS] #NUM.RP, #ESP.VM, #ALG.MM	Relacions i funcions - Identificació i ús de la forma de representació més adequada de funcions elementals en la resolució de situacions contextualitzades, incloent la vida quotidiana - Identificació de relacions quantitatives en situacions contextualitzades, incloent la vida quotidiana i determinació dels tipus de funcions que les modelitzen (proporcionalitat inversa i exponencial) - Interpretació de diferents característiques del canvi mitjançant la representació gràfica de	Relacions i funcions Revisió del concepte i propietats de les funcions polinòmiques (constants, lineals o de proporcionalitat directa, afins i quadràtiques) i de proporcionalitat inversa. #ESP.VM, #ALG.MM, #EST.IN Estudi i aplicació en contextos de la funció exponencial i les seves característiques: representació, estudi de la relació entre la gràfica i el valor de la base en l'expressió algebraica de la funció exponencial. #ESP.VM, #ALG.MM, #EST.IN



representacions simbòliques.		Ús de recursos digitals i interactius per representar taules i gràfics. Extracció d'informació d'una funció donada gràficament, mitjançant una taula, una expressió algebraica i verbalment. [ESS] #ALG.ID	Estudi i aplicació en contextos de la funció quadràtica i les seves característiques: representació, efecte del coeficient del terme quadràtic en la forma de la paràbola, incidència del terme independent en el gràfic, relació entre els punts de tall i les solucions de l'equació de 2n grau i estudi de la simetria i del vèrtex. [ESS] #ESP.VM, #ALG.MM, #ALG.ID Anàlisi de les propietats de diferents tipus de funcions a partir de la seva gràfica: creixement i decreixement, màxims i mínims, domini i recorregut, simetries... Ús de recursos digitals i interactius per representar taules i gràfics. Extracció d'informació d'una funció donada gràficament, mitjançant una taula, una expressió algebraica i verbalment. #ALG.ID	les relacions funcionals estudiades.	Estudi de l'efecte dels paràmetres en diferents tipus de funcions estudiades. #ESP.LS, #ALG.PA, #ALG.VA Estudi i aplicació en contextos de les funcions definides a trossos i les seves característiques. [AMP] #ESP.VM, #ALG.MM Anàlisi de les propietats de diferents tipus de funcions a partir de la seva gràfica: creixement i decreixement, màxims i mínims, domini i recorregut, simetries, continuïtat... Ús de recursos digitals i interactius per representar taules i gràfics. #ALG.PC Extracció d'informació d'una funció donada gràficament, mitjançant una taula, una expressió algebraica i verbalment. #ALG.ID
------------------------------	--	---	---	---	---



Pensament computacional - Identificació i ús d'estratègies quan s'interpreten, modifiquen o creen algorismes de programació per blocs i/o programació textuals que incorporen: diferenciació entre processos seqüencials i paral·lels; comprensió de les instruccions de bucle, condicionals i instruccions niades; comprensió de la gestió de dades amb variables; ús d'operadors lògics i d'esdeveniments. - Formulació de qüestions susceptibles de ser analitzades utilitzant programes i altres eines.	Pensament computacional Descomposició de problemes en parts més petites com a estratègia de resolució. [ESS] #MES.ME Reconeixement de patrons en processos seqüencials. #NUM.RE Classificació i ordenació d'objectes com forma d'abstracció. [ESS] #ESP.FG Utilització d'esquemes (quadres, fletxes, diagrames de flux, diagrames de Venn...) per analitzar i descriure situacions matemàtiques. #NUM.RE, #NUM.CO Comprensió i creació d'algorismes per resoldre problemes explorant,	Pensament computacional Selecció dels aspectes essencials per descriure i analitzar una situació matemàtica, progressant cap a l'abstracció i l'establiment d'un model matemàtic. [ESS], #ALG.MM Utilització de diagrames en arbre per analitzar i descriure situacions matemàtiques. #NUM.CO, #EST.PI Comprensió i creació d'algorismes per resoldre problemes a través de seqüències ordenades d'instruccions que puguin ser executades per una persona o per un ordinador, en particular que continguin instruccions condicionals i blocs iteratius. #EST.PI,	Pensament computacional Abstracció a fi d'identificar els aspectes més rellevants d'una situació matemàtica i avançar cap a la seva modelització. #ALG.MM Creació d'algorismes que utilitzin grups iteratius niats per resoldre problemes aritmètics o estocàstics. [AMP] #NUM.CO, #EST.PI Selecció, determinació i ús reflexiu i eficient de les eines computacionals adequades per analitzar i resoldre problemes. [ESS] #NUM.QU, #EST.DI, #ALG.IN Ús adequat de programes de geometria dinàmica per treballar els moviments i les transformacions geomètriques. #ESP.MT Processos de testatge, depuració d'errors i de millora successiva	Pensament computacional - Identificació i anàlisi d'estratègies (seqüències de passos ordenats, esquemes, simulacions, patrons repetitius, bucles, instruccions niades i condicionals, representacions computacionals, programació per blocs, robòtica educativa...) per a la interpretació, modificació i creació d'algorismes - Identificació i anàlisi d'estratègies quan s'interpreten, modifiquen o creen algorismes de programació per blocs i/o programació textuals que incorporen: diferenciació entre processos seqüencials i paral·lels; comprensió de les instruccions de bucle, condicionals i instruccions niades; comprensió de la gestió de dades amb	Pensament computacional Reconeixement de patrons: regularitats o similitud en dades i en processos. #EST.PI Avançar en la utilització de grafs com a eina de modelització en la resolució de problemes. [AMP] #ALG.MM Resolució de problemes contextualitzats que posen en joc habilitats de pensament computacional. [ESS] #NUM.EF, #NUM.RE #EST.DI Creació, testatge, depuració i millora d'algorismes per resoldre problemes que puguin ser executats per una persona o per un ordinador, en particular per simular experiments aleatoris per al càlcul aproximat de probabilitats. #EST.PI
---	--	---	---	---	--



	descobrint, consolidant o aplicant idees matemàtiques a través de seqüències ordenades d'instruccions que puguin ser executades per una persona o per un ordinador. [AMP] #NUM.SO, #EST.PI, #MES.ME, #ALG.VA Ús adequat de la calculadora: oportunitat, definició prèvia de seqüències d'operacions, execució acurada, avaluació de possibles errades. #NUM.SO, #NUM.RE, #NUM.QU Introducció al maneig de programes de geometria dinàmica. #MES.ME Autoconfiança, persistència, adaptabilitat, flexibilitat, creativitat, col·laboració i gestió constructiva de	#MES.ME Operadors de comparació ($=$, $\neq$, $<$, $>$, $\geq$, $\leq$) com a generadors d'expressions lògiques i operadors lògics (i, o, no). Aplicació en instruccions condicionals. [AMP] #NUM.RE Ús adequat del full de càlcul en contextos matemàtics, per exemple financers i estadístics. #NUM.EF #EST.DI Reconeixement d'una fórmula en un full de càlcul com a patró de computació en aplicar-la a diferents caselles. [AMP] #EST.DI Ús adequat de programes de geometria dinàmica per treballar construccions en el pla. #ESP.FG Autoconfiança, persistència, adaptabilitat,	d'algorismes, considerant, de manera sistemàtica, tots els casos possibles. #SOE Autoconfiança, persistència, adaptabilitat, flexibilitat, creativitat, col·laboració i gestió constructiva de l'error. #SOE	variables; ús d'operadors lògics i d'esdeveniments. - Formulació i anàlisi de problemes de la vida quotidiana utilitzant programes i eines adequades.	Idea de recursivitat aplicada a la matemàtica. [AMP] Presència i ús de funcions matemàtiques en calculadores, programes de geometria dinàmica, fulls de càlcul, llenguatges de programació... #ALG.RF Autoconfiança, persistència, adaptabilitat, flexibilitat, creativitat, col·laboració i gestió constructiva de l'error. #SOE
--	---	--	--	---	--



	l'error. #SOE	flexibilitat, creativitat, col·laboració i gestió constructiva de l'error. #SOE			
--	---------------	--	--	--	--