

Especificació i seqüenciació de sabers de l'ESO de Matemàtiques organitzada pel sentit estocàstic

Consideracions generals	1
Distribució	3
Inferència	4
Predictibilitat i incertesa	6

Consideracions generals

D'acord amb el currículum, el sentit estocàstic comprèn l'anàlisi i la interpretació de dades, l'elaboració de conjectures i la presa de decisions a partir de la informació estadística, la seva valoració crítica i la comprensió i comunicació de fenòmens aleatoris en una àmplia varietat de situacions quotidianes.

Cal entendre l'estadística com la part de la matemàtica que serveix per obtenir informació sobre un conjunt d'elements que són objecte d'estudi amb la finalitat de treure conclusions i prendre decisions. S'ha de comprendre que les generalitzacions sobre una població a partir d'una mostra només són vàlides si aquesta és representativa i cal entendre que un bon mostreig tendeix a produir dades representatives que permeten validar les inferències.

Resulta de vital importància treballar l'estadística en situacions no estrictament matemàtiques, per donar l'oportunitat de dissenyar investigacions amb l'objectiu d'identificar els elements i les condicions que ha de complir un bon estudi estadístic que ens permeti modelar la situació.

L'estadística ens permet visualitzar com esdeveniments que aparentment semblen diferents en realitat segueixen el mateix model matemàtic.

En el desenvolupament de l'alfabetització estadística es requereix la capacitat d'interpretar i avaluar críticament la informació presentada en forma de gràfic o resum numèric. L'alumnat s'ha de convertir en consumidor crític dels resultats estadístics publicats en els mitjans de comunicació i reconèixer si els resultats aportats corresponen a l'estudi i l'anàlisi de dades. La comprensió gràfica inclou la valoració de les fonts de les quals s'han extret les dades representades, les dades mateixes aportades pel gràfic, les escales utilitzades i la informació addicional que s'hi inclogui. Per a l'anàlisi de dades, són importants les comparacions i l'ús dels conceptes matemàtics i les prediccions més enllà de les dades, en què juga un paper fonamental el coneixement i l'experiència personal de l'alumnat en el context que s'està treballant.

Les dades aportades en un estudi estadístic es recullen, es mostren, es resumeixen, s'examinen i s'interpreten per descobrir-hi patrons i desviacions. Les dades quantitatives es poden descriure a partir dels trets més importants. D'aquesta manera, una distribució de dades es podria descriure com a simètrica, esbiaixada, plana o en forma de campana, i per entendre la variabilitat ho podem fer a partir del càlcul i la interpretació de les mesures de centralització i dispersió. D'altra banda, es poden comparar diverses distribucions de forma numèrica o visual. Per descriure una distribució, cal anar més enllà del simple coneixement de la centralització i la dispersió. Les estadístiques que es comparen, els diagrames que s'utilitzen i el significat dels resultats d'una comparació depenen directament de la pregunta d'investigació i de les accions que cal emprendre.

Així mateix, amb el sentit estocàstic, apareix l'estudi de la mesura de la incertesa, la qual cosa implica la capacitat de dissenyar i dur a terme experiments aleatoris. A fi de desenvolupar el sentit estocàstic es proposa l'anàlisi del funcionament de l'atzar i el concepte d'incertesa, utilitzant, interpretant i comunicant les idees relacionades amb la probabilitat per gestionar les situacions i activitats que impliquin aleatorietat o risc en el món real. Caldrà reflexionar sobre el paper de la probabilitat en el món natural, definir-la i interpretar-la posant atenció en els mites o idees preconcebudes que sovint porta associada, analitzant situacions aleatòries que poden ser complexes i de vegades poc intuïtives. Els processos aleatoris es poden descriure mitjançant el model matemàtic que ens proporciona la teoria de la probabilitat: l'espai mostral format pels esdeveniments elementals als quals s'assigna una

probabilitat, i a partir de les quals podem trobar la probabilitat de la resta d'esdeveniments. Interpretar aquestes probabilitats exigeix entendre la independència i la probabilitat condicionada, que es poden estudiar mitjançant l'anàlisi de diferents tipus de representacions numèriques o gràfiques.

Finalment, en el tractament de dades juga un paper fonamental l'ús i selecció de les tecnologies a fi de gestionar i mostrar informació, visualitzar i estructurar idees o processos matemàtics, així com l'ús i creació, mitjançant algun llenguatge de programació, de simulacions per validar, generalitzar i particularitzar contextos de la vida real relacionats amb l'estadística i l'atzar.

La relació entre els sabers que constitueixen el sentit estocàstic i els processos matemàtics es concreta de la manera següent:

- *Resolució de problemes.* Disseny d'investigacions per resoldre un repte o una situació quotidiana basant-se en la recollida experimental de dades, incloent-hi situacions en què l'aleatorietat tingui un paper rellevant, argumentant la idoneïtat de les solucions trobades.
- *Raonament i prova.* Prediccions de les possibles solucions del repte plantejat a partir del raonament previ a la realització de l'experiment. Validació dels resultats obtinguts verificant que es compleixin les condicions del repte plantejat inicialment.
- *Connexions amb altres parts de la matemàtica.* Mesura de la incertesa a través del càlcul de probabilitats tenint en compte la proporcionalitat. En estadística podem trobar la connexió amb el sentit numèric en trobar els paràmetres estadístics.
- *Connexions amb altres matèries i amb l'entorn.* Tots els paràmetres estadístics, tant de centralització com de dispersió, s'utilitzen per treure conclusions en els experiments científics, així com a les ciències socials i a les ciències de la salut. També es poden fer simulacions experimentals desenvolupant programes informàtics. Així mateix, tots els jocs d'atzar es fonamenten en la probabilitat.
- *Comunicació i representació.* L'estadística permet representar, amb dades, taules i gràfics estadístics, situacions matemàtiques i de la vida quotidiana que facilitin visualitzar i analitzar la informació i, en conseqüència, treure conclusions i prendre decisions de manera fonamentada. D'altra banda, la interpretació de les representacions de dades a través de gràfics estadístics per part de tots els ciutadans ha d'ajudar a activar el pensament crític.

Com en qualsevol altre sentit, és molt important tenir en compte l'horitzó matemàtic, tant d'allò que ja s'ha treballat com del que s'ha de desenvolupar en el futur en altres etapes educatives. En relació amb els sabers de primària, cal tenir en compte el treball previ de reconeixement i formulació de preguntes en situacions properes que es resolguin amb la recollida de dades, la representació, llur càlcul de freqüències i paràmetres estadístics i la interpretació posterior. També la descripció de successos aleatoris i la discussió del grau de probabilitat, així com l'ús de tècniques de recompte per al càlcul posterior de probabilitats. Pel que fa a l'horitzó futur, el coneixement de l'estadística resulta indispensable per a l'alumnat que faci matemàtiques al batxillerat, però també per al que accedeixi a cicles formatius i al món laboral, com a eina per analitzar dades, buscant regularitats i fent prediccions, per donar resposta a problemes interpretant l'evidència de les dades.

Finalment, cal destacar que en un món cada cop més globalitzat, l'evolució dels mitjans de comunicació i el protagonisme que adquireixen les xarxes socials està desenvolupant el creixement

de notícies enganyoses (fake news) o notícies poc corroborades. Les competències estadístiques han de jugar un paper essencial en el desenvolupament dels ciutadans per construir un pensament crític sobre la realitat, la presa de decisions i el consum responsable.

L'especificació i seqüenciació dels sabers del sentit estocàstic s'ha realitzat atenent dos àmbits: el treball de l'estadística i el treball de probabilitat; s'han establert connexions significatives amb altres blocs del sentit algebraic i del sentit numèric, i amb processos com la resolució de problemes, així es facilita el vincle amb altres matèries i el món natural. Els sabers que s'hi han inclòs es classifiquen en tres blocs: la distribució, la inferència i la predictibilitat i incertesa.

Distribució

Proposta per 1r

- Anàlisi i interpretació de taules i gràfics estadístics simples (gràfics de punts, diagrames de barres, poligonals i sectorials). **[ESS]**
- Interpretació i reconeixement dels conceptes bàsics d'estadística: població i individu, mostra, variables estadístiques quantitatives i qualitatives discretes, freqüència absoluta i freqüència relativa. **[ESS]**, **#NUM.QU**, **#ALG.VA**
- Recollida i organització de dades quantitatives i qualitatives basades en observacions, dades públiques, enquestes, experiments i simulacions. **#EST.IN**
- Confecció de taules de freqüències (absolutes i relatives) donat un conjunt de dades. **#NUM.QU**
- Representació inicialment manual d'un conjunt de dades donades a través de gràfics estadístics (gràfics de punts, de barres i de sectors, diagrames de tija i fulla...). **#ESP.FG**
- Comprensió, càlcul i interpretació de paràmetres estadístics de centralització (mitjana, mediana i moda) donat un conjunt de dades.

Proposta per 2n

- Anàlisi i interpretació de taules i gràfics estadístics.
- Interpretació i reconeixement dels conceptes bàsics d'estadística: població i individu, mostra i variables estadístiques discretes, freqüència absoluta i freqüència relativa. **#NUM.QU**, **#ALG.VA**
- Recollida i organització de dades quantitatives i qualitatives basades en observacions, enquestes, experiments i simulacions. **#EST.IN**
- Confecció de taules de freqüències (absolutes i relatives, ordinàries i acumulades) a partir d'unes dades o d'una gràfica. **[ESS]**, **#EST.IN**
- Representació d'un conjunt de dades donades amb gràfics estadístics (gràfics de punts, de barres i de sectors, gràfics de Pareto, pictogrames...) manualment o fent servir eines de tractament de dades. **[ESS]**, **#ALG.PC**
- Utilització i interpretació de dades i gràfics estadístics i valoració de la idoneïtat de cada tipus de representació.
- Càlcul i interpretació dels paràmetres estadístics de centralització (mitjana, mediana i moda) donat un conjunt de dades o una taula de freqüències.
- Comprensió de les mesures de dispersió.



- Càlcul i interpretació dels paràmetres de dispersió bàsics (màxim, mínim i rang).

Proposta per 3r

- Anàlisi i interpretació de taules i gràfics estadístics.
- Identificació i reconeixement de variables quantitatives discretes i contínues, en contextos diversos. #ALG.VA
- Estudi i tractament de dades corresponents a variables discretes i contínues i en cas que sigui necessari, organització d'aquestes en classes, utilitzant la marca de classe com a representant. #EST.IN, #ALG.VA
- Confecció de taules de freqüència de variables contínues: determinació del rang, nombre i amplada d'interval i marca de classe. #NUM.QU
- Representació d'un conjunt de dades donades amb gràfics estadístics (mitjançant histogrames, polígons de freqüències i diagrames de caixa...). #ALG.PC
- Selecció de les eines digitals més adequades per al tractament i la representació de dades estadístiques. #ALG.PC
- Càlcul i interpretació dels paràmetres estadístics de centralització de variables contínues i discretes (mitjana, moda, mediana i quartil). [ESS]
- Càlcul i interpretació dels paràmetres estadístics de dispersió de variables contínues i discretes (rang, variància i desviació típica). [ESS]
- Càlcul i interpretació del coeficient de variació per comparar i interpretar diferents distribucions de dades.

Proposta per 4t

- Anàlisi i interpretació de taules i gràfics estadístics de distribucions estadístiques unidimensionals o bidimensionals amb variables qualitatives, quantitatives discretes i quantitatives contínues. [ESS] #ALG.VA
- Recollida i organització en taules de contingència de dades bidimensionals. #EST.IN
- Representació de distribucions bidimensionals mitjançant núvols de punts. Recta de regressió; concepte i interpretació. Coeficient de correlació lineal: concepte i utilitat com a eina d'anàlisi.
- Identificació, representació i ajust de funcions de regressió no lineals (polinòmica, exponencial, logarítmica...). [AMP]
- Ús de mitjans adequats per al tractament i estudi de distribucions bidimensionals. #ALG.PC
- Càlcul i interpretació de paràmetres estadístics de centralització i dispersió.
- Comparació de distribucions de dades atenent mesures de posició i dispersió.

Inferència

Proposta per 1r

- Disseny d'investigacions i enquestes per donar resposta a una pregunta, repte científic o situació quotidiana.
- Concreció de les variables estadístiques quantitatives i qualitatives discretes a estudiar. [ESS] #ALG.VA



- Elecció de mostres significatives d'una població a fi de realitzar un estudi estadístic.
- Formulació de preguntes senzilles no esbiaixades que puguin donar resposta a les qüestions plantejades. [ESS]
- Recollida, depuració i organització de dades rellevants. [ESS] #EST.DI
- Interpretació i anàlisi de les dades de l'estudi estadístic plantejat per obtenir conclusions o recomanacions.
- Elaboració d'un informe en què s'expliqui la metodologia emprada en l'estudi estadístic plantejat, amb els resultats i conclusions.

Proposta per 2n

- Disseny d'investigacions i enquestes per donar resposta a una pregunta, repte científic o situació quotidiana. [ESS]
- Concreció de les variables estadístiques quantitatives i qualitatives discretes a estudiar. #ALG.VA
- Elecció de mostres significatives d'una població a fi de dur a terme un estudi estadístic.
- Formulació de les preguntes adequades per conèixer les característiques d'una població.
- Recollida, depuració i organització de dades rellevants. #EST.DI
- Interpretació i anàlisi de dades de l'estudi estadístic plantejat per obtenir conclusions o recomanacions. [ESS]
- Elaboració d'un informe en què s'expliqui la metodologia emprada en l'estudi estadístic plantejat, amb els resultats i conclusions.

Proposta per 3r

- Disseny d'investigacions per donar resposta a una pregunta, repte científic o situació quotidiana. [ESS]
- Reconeixement en contextos no matemàtics i d'altres matèries de situacions en què desenvolupar un estudi estadístic. [ESS]
- Tipus de mostreig: simple, aleatori sistemàtic i aleatori estratificat. [AMP]
- Elecció de mostres significatives d'una població a fi de dur a terme un estudi estadístic.
- Formulació de les preguntes adequades per conèixer les característiques d'una població.
- Recollida i organització de la informació. #EST.DI, #ALG.PC
- Anàlisi dels resultats per identificar patrons i tendències.
- Interpretació i relació dels resultats obtinguts amb els objectius de l'estudi.
- Reflexió sobre l'ús ètic de les dades estadístiques i la responsabilitat en la interpretació i presentació de dades. #SOE
- Elaboració d'un informe en què s'expliqui la metodologia emprada en l'estudi estadístic plantejat, amb els resultats i conclusions.

Proposta per 4t

- Disseny d'estudis estadístics i capacitat de proposar millores en la recollida, representació i anàlisi de les dades. [ESS], #EST.DI, #EST.PI
- Ús de tècniques i eines digitals per presentar, analitzar i treure conclusions dels resultats d'un estudi estadístic.
- Interpretació dels paràmetres de la regressió lineal i prediccions.



- Interpretació dels paràmetres de les diferents funcions de regressió no lineal a través de programes informàtics i prediccions. [AMP] #ALG.RF, #ALG.MM
- Anàlisi de la relació entre dues variables, causalitat, correlació i regressió. #ALG.VA
- Anàlisis dels resultats per proposar i comunicar recomanacions pràctiques o implicacions dintre del context d'estudi. [ESS]
- Investigació de l'aportació de l'estadística al camp de les ciències socials al llarg de la història.
- Reflexió sobre l'ús ètic de les dades estadístiques i la responsabilitat en la interpretació i presentació de dades. #SOE
- Elaboració d'un informe en què s'expliqui la metodologia emprada en l'estudi estadístic plantejat, amb els resultats i conclusions. [ESS]

Predictibilitat i incertesa

Proposta per 1r

- Identificació de fenòmens deterministes i de fenòmens aleatoris. [ESS]
- Reconeixement dels esdeveniments elementals d'un experiment aleatori i del seu corresponent espai mostral. [ESS]
- Assignació de graus qualitius de probabilitat a un esdeveniment aleatori: probable, improbable, impossible i segur. [ESS] #MES.MA
- Identificació i predicció de les probabilitats d'un esdeveniment en experiments senzills.
- Vinculació entre el concepte de proporcionalitat i el càlcul de probabilitats. #NUM.RP
- Utilització de la regla de Laplace per a casos equiprobables. #NUM.QU, #MES.ME
- Realització reiterada d'experiments amb l'objectiu del càlcul de probabilitats aplicant el concepte de freqüència relativa i la llei dels grans nombres. #SOE, #ALG.PC

Proposta per 2n

- Predicció i anàlisi dels resultats d'un experiment aleatori a partir de la informació obtinguda de manera empírica o teòrica. [ESS]
- Utilització de recursos digitals (fulls de càlcul, calculadores, programes de geometria dinàmica, entorns de programació...) per a la simulació i càlcul de probabilitats. #ALG.PC
- Vinculació entre el concepte de proporcionalitat i el càlcul de probabilitats. [ESS] #NUM.RP
- Representació en diagrames d'arbre i organització de les dades en taules de contingència. #NUM.CO, #ALG.PC
- Càlcul de probabilitats de la composició d'esdeveniments equiprobables. [ESS] #NUM.CO, #MES.ME
- Utilització del treball experimental per al càlcul aproximat de probabilitats aplicant la llei dels grans nombres. #ALG.PC
- Valoració de l'aportació dels jocs d'atzar en l'evolució i desenvolupament de la teoria de probabilitat. #SOE

Proposta per 3r

- Reconeixement d'esdeveniments dependents i independents, compatibles i incompatibles. [ESS]



- Reconeixement d'esdeveniments no equiprobables. [ESS]
- Utilització de recursos digitals (fulls de càlcul, calculadores, programes de geometria dinàmica, entorns de programació...) per a la simulació i càlcul de probabilitats. #ALG.PC
- Càlcul de probabilitats en casos donats utilitzant tècniques de recompte. #NUM.CO
- Coneixement i valoració de l'origen de la teoria de probabilitat com, per exemple, les cartes de Fermat i Laplace (cartes 1654)
- Interpretació racional i equilibrada de situacions en què intervé l'atzar. #SOE

Proposta per 4t

- Disseny i implementació d'experiments simples i compostos per estudiar el comportament de fenòmens aleatoris. [ESS], #ALG.PC, #EST.IN
- Càlcul de probabilitats en esdeveniments dependents i independents, compatibles i incompatibles. Probabilitat condicionada. #MES.ME
- Càlcul de probabilitats en casos donats utilitzant combinatòria. [ESS], #NUM.RE,, #MES.ME, #NUM.CO
- Utilització de nombres aleatoris en càlculs de probabilitats. Simulacions. #ALG.PC
- Aplicació del càlcul de probabilitats per prendre decisions fonamentades en diferents contextos, com per exemple, els riscos que comporten els jocs d'atzar. #SOE