

Especificació i seqüenciació de sabers de l'ESO de Matemàtiques organitzada pel sentit de la mesura

Consideracions generals	1
Magnitud	3
Mesurament	3
Estimació i relacions	5

Consideracions generals

El sentit de la mesura es caracteritza per la comprensió i comparació d'atributs dels objectes del món. Es desenvolupa en edats primerenques quan es reconeixen i cal comparar-los. El món de l'infant es va ampliant a mesura que va creixent i, amb aquest canvi, es troba noves necessitats. La comprensió i tria d'unes unitats adequades li permetran fer estimacions, mesures i comparacions per comprendre el seu entorn canviant.

A fi de desenvolupar el conjunt de sabers que constitueixen el sentit de la mesura, es proposa treballar en els diferents cursos, per aquest ordre, els processos associats amb la magnitud, amb el mesurament i, per finalitzar, amb l'estimació i les relacions. La identificació d'atributs mesurables, així com l'elecció d'unitats patró, permetrà explorar la mesura d'elements, especialment els geomètrics. L'elecció de la unitat i de l'instrument apropiats serà necessària per prendre mesures directes. En moltes situacions, caldrà que l'alumne mostri destresa en l'ús de factors de conversió per dur a terme canvis d'unitats i les operacions necessàries. És important fer emergir una consciència col·lectiva de la conveniència de disposar d'un sistema mètric comú. El coneixement de la història, les necessitats sorgides i els diferents escenaris que s'han esdevingut on la mesura és protagonista dotaran de context alguns problemes, en facilitaràn la comprensió de la resolució i ensenyaran a l'alumnat models aplicables a noves situacions.

Treballar el sentit de la mesura connectant-lo amb la resta de sentits matemàtics i amb altres àrees de coneixement n'accentua la rellevància. Tanmateix, és necessari estudiar-lo, també, per si sol, per mostrar aquells aspectes propis que el fan significatiu. L'estudi de diferents relacions entre magnituds en objectes bidimensionals i tridimensionals i la seva comprensió en són un bon exemple. Es presenta l'oportunitat de descobrir les relacions que donaran peu als teoremes de Tales i Pitàgores, tots dos amb una presència fonamental en el tractament d'aquest sentit des de 2n fins a 4t de secundària. Igual que amb la resta de sentits, la resolució de problemes serà l'eix vertebrador de l'aprenentatge de les matemàtiques: l'obtenció de mesures indirectes, l'estudi d'ampliacions i reduccions de figures i l'aparició de la trigonometria necessitaran aquests dos grans teoremes.

Mesurar comporta, de manera implícita, tenir presents els conceptes de precisió i d'error. El control d'aquest error i la seva acceptació proporcionaran fiabilitat als resultats obtinguts. Abans, però, caldrà establir criteris de validació associats a l'error relatiu (que és independent de la unitat de mesura que s'hagi adoptat). Fer bones estimacions serà de vital importància a l'hora de donar sentit a les mesures preses o calculades. Per estimar eficientment serà imprescindible treballar l'adquisició mental d'unitats patró que permetin fer bones apreciacions de mesura sense necessitat d'emprar instruments.

Finalment, amb el sentit estocàstic, apareix l'estudi de la mesura de la incertesa. Una mesura que no està associada a un atribut amb una unitat específica, sinó al grau de certesa o incertesa que es produeixi un esdeveniment. L'ús de simulacions permetrà reproduir situacions en què aparegui l'atzar. L'estudi de la freqüència relativa d'un nombre molt elevat d'experiments conduirà cap a la descoberta del concepte de probabilitat a través de la regla de Laplace. En cursos posteriors, aquestes simulacions podran anar lligades a esdeveniments més complexos o connectats amb el

sentit espacial.

La relació entre els sabers que constitueixen el sentit de la mesura i els processos matemàtics es concreta de la següent manera:

- *Resolució de problemes.* L'elecció adient d'unitats patró ens ha de permetre interpretar i calcular mesures (directes o indirectes). La valoració i argumentació de la idoneïtat dels resultats obtinguts mitjançant el coneixement de l'error absolut i relatiu, si escau, propiciarà la resolució de situacions de la vida quotidiana pròpies de les matemàtiques.
- *Raonament i demostració.* La deducció de relacions entre diferents magnituds i les seves expressions, mitjançant material manipulatiu o tecnològic, a partir del raonament i l'argumentació, proporcionarà nou coneixement matemàtic.
- *Connexions amb altres parts de la matemàtica.* L'ús de la proporcionalitat numèrica i geomètrica en situacions de mesura consolidarà els sabers comuns amb els sentits numèric i espacial. Les simulacions necessàries per mesurar la incertesa requeriran els processos associats al pensament computacional i, per tant, propis del sentit algebraic.
- *Connexions amb altres matèries i amb l'entorn.* El coneixement de diferents contextos no matemàtics en què la mesura és essencial enfortirà les connexions de situacions matemàtiques amb el seu entorn. L'elecció d'instruments de mesura, amb l'evolució de la tecnologia, i l'establiment del sistema internacional d'unitats ens permetran mesurar de manera consensuada el món que ens envolta.
- *Comunicació i representació.* La utilització escaient d'esbossos, escales, desplegaments..., amb l'ajut de programes gràfics, donarà significat i permanència a les idees matemàtiques del sentit de la mesura i facilitarà la resolució de problemes. La tria de bones unitats de mesura ajudarà a comprendre les situacions de mesura plantejades i els resultats obtinguts.

Amb la necessitat de donar continuïtat a la feina feta en cursos anteriors, cal tenir presents els sabers treballats a 5è i 6è de primària. Aquests sabers estan estructurats en el currículum en els mateixos tres grans blocs que a secundària: magnitud, mesurament i estimacions i relacions. L'elecció i ús de les unitats adequades per mesurar atributs geomètrics i físics, el desenvolupament d'estratègies de comparació de mesures, les seves estimacions i l'avaluació de resultats... són sabers que caldrà recollir i presentar en altres contextos per tal d'enfortir-ne l'aprenentatge. En els dos darrers cursos de secundària s'obren les portes de nous coneixements que tindran continuïtat en estudis posteriors, com són la trigonometria, l'estudi de probabilitats o l'estudi qualitatiu de funcions amb la mesura de la monotonia o la curvatura, per exemple.

Magnitud

Proposta per 1r

- Identificació d'atributs mesurables en objectes matemàtics o físics, en el nostre entorn.
- Establiment d'unitats patró de mesura (a partir del propi cos, unitats antropomètriques o d'objectes coneguts propers a l'alumnat) adequades a cada situació.
- Comparació de les diferents unitats de mesura per a un mateix atribut.
- Adquisició, per consens, d'una unitat de mesura de referència comuna.
- Avaluació de la importància de l'establiment del sistema mètric decimal (naixement del metre).
- Adequació de la unitat de mesura als atributs dels objectes.
- Elecció d'unitats de mesura adients per poder operar entre elles i, si escau, per generar-ne de derivades (per exemple, $1\text{ m} \times 1\text{ m} = 1\text{ m}^2$). [ESS] #NUM.SO
- Determinació del grau qualitatiu de certesa o incertesa associat a esdeveniments: segur, molt probable, poc probable, possible, impossible... [ESS] #EST.PI

Proposta per 2n

- Establiment d'unitats de mesura adequades a cada situació per al càlcul de perímetres, àrees i volums. [ESS]
- Relació entre volum i capacitat d'un objecte per comparar les unitats de mesura corresponents.
- Ús de factors de conversió que permetin comparar unitats de mesura d'una mateixa magnitud. [ESS] #NUM.RP

Proposta per 3r

- Ús de factors de conversió que permetin comparar unitats de volum i capacitat, adequades a cada situació. [ESS] #NUM.RP

Proposta per 4t

- Ús de factors de conversió que permetin comparar unitats de mesura d'angles i l'establiment del radian com a unitat internacional de mesura. [ESS]

Mesurament

Proposta per 1r

- Selecció i ús d'instruments (analògics o digitals) per mesurar de manera directa diferents magnituds de l'entorn.
- Presa de mesures de les magnituds pròpies del curs i de l'entorn proper de l'alumne.
- Esbós, representació a escala i afitament d'objectes a fi de calcular distàncies. #NUM.RP
- Distinció entre perímetres i àrees de regions planes.
- Deducció, interpretació i aplicació de diferents estratègies per obtenir longituds i àrees a través de material manipulatiu o aplicacions de geometria dinàmica. #ALG.PC



- Càlcul de superfícies de regions poligonals per descomposició en figures geomètriques d'àrea coneguda. [ESS] #ALG.PC
- Mesurament i deducció dels angles relacionats amb polígons. [ESS] #ALG.PC
- Descoberta de π a través de la raó entre la longitud de la circumferència i el seu diàmetre. #ESP.FG
- Ús de representacions planes d'objectes generats per ortoedres per visualitzar i resoldre problemes d'àrees, entre d'altres.
- Relació entre les freqüències relatives i les probabilitats d'esdeveniments simples en experiments aleatoris a través de la regla de Laplace. #EST.PI, #ALG.PC

Proposta per 2n

- Selecció i ús d'instruments (analògics o digitals) per mesurar de manera directa diferents magnituds de l'entorn.
- Presa de mesures de les magnituds pròpies del curs i de l'entorn proper de l'alumne.
- Esbós, representació a escala i afitament d'objectes a fi de fer càlculs relacionats amb la presa de longituds i àrees.
- Ús del teorema de Tales per representar a escala objectes plans i deduir mesures per mètodes indirectes. [ESS] #NUM.QU, #ESP.FG
- Descoberta del teorema de Pitàgores a través d'àrees de quadrats construïts en els costats de triangles rectangles. [ESS] #ESP.FG
- Ús del teorema de Pitàgores per calcular longituds d'elements de polígons. #ESP.FG
- Descoberta de l'expressió de l'àrea d'un cercle a través de material manipulatiu o aplicacions de geometria dinàmica.
- Ús de les relacions entre longituds, perímetres i àrees i càlcul de superfícies de regions poligonals i circulars per resoldre problemes en contextos diversos en el pla.
- Distinció entre àrees i volums de cossos geomètrics (prismes i cilindres).
- Representació plana d'objectes tridimensionals (prismes i cilindres) en la resolució de problemes. #ESP.FG
- Relació entre les freqüències relatives i les probabilitats d'esdeveniments compostos en experiments aleatoris a través de la regla de Laplace. #EST.PI, #ALG.PC

Proposta per 3r

- Selecció i ús d'instruments (analògics o digitals) i unitats adequats per mesurar de manera directa angles i longituds.
- Deducció, interpretació i aplicació de diferents estratègies (desplegament, descomposició en figures més senzilles...) per obtenir longituds o distàncies, àrees i volums a través de material manipulatiu o aplicacions de geometria dinàmica.
- Ús de la relació entre les longituds, superfícies o volums de figures semblants per resoldre problemes. [ESS] #NUM.RP
- Ús dels teoremes de Tales i Pitàgores en el càlcul de mesures indirectes per resoldre problemes en contextos diversos. [ESS]
- Distinció entre àrees i volums de cossos geomètrics (piràmides i cons).
- Representació plana d'objectes tridimensionals (piràmides i cons) en la resolució de problemes.

Proposta per 4t

- Descoberta del radian a través de la proporcionalitat geomètrica.
- Selecció i ús d'instruments (analògics o digitals) i unitats adequats per mesurar de manera directa angles i longituds o distàncies en situacions trigonomètriques.
- Observació de les raons invariants entre els costats de triangles rectangles semblants: les raons trigonomètriques.
- Utilització de les raons trigonomètriques i les seves relacions en la resolució de problemes que es poden representar amb triangles rectangles. [ESS]
- Investigació de l'origen i ús de la trigonometria al llarg de la història.
- Relació entre les freqüències relatives i les probabilitats d'esdeveniments en experiments aleatoris connectats amb la geometria. #ALG.PC, #EST.PI
- Mesura de la probabilitat d'esdeveniments en experiments aleatoris, tenint en compte la seva independència o incompatibilitat. [ESS] #EST.PI

Estimació i relacions

Proposta per 1r

- Estimació de mesures a partir del propi cos, de l'experiència o dels atributs d'altres objectes. [ESS]
- Coneixement i ús de l'error absolut i relatiu per convenir i adequar la precisió dels resultats en situacions de mesura. [ESS] #NUM.QU
- Elecció de l'instrument convenient en funció de la magnitud, el grau de precisió i la situació en context.
- Formulació de conjectures sobre l'anàlisi de la incertesa associada a un fenomen aleatori, basant-nos en l'estimació i l'experimentació. #EST.PI

Proposta per 2n

- Estimació de mesures de longituds, àrees i volums a partir de l'experiència o dels atributs d'altres objectes. [ESS]
- Coneixement i ús de l'error absolut i relatiu per convenir i adequar la precisió dels resultats en situacions de mesura. [ESS] #NUM.QU
- Formulació de conjectures sobre l'anàlisi de la incertesa associada a un fenomen aleatori, basant-nos en l'estimació i l'experimentació. #EST.PI

Proposta per 3r

- Estimació de mesures de longituds, àrees i volums a partir de l'experiència o dels atributs d'altres objectes. [ESS]
- Coneixement i ús de l'error absolut i relatiu per convenir i adequar la precisió dels resultats en situacions de mesura. [ESS] #NUM.QU
- Formulació de conjectures sobre l'anàlisi de la incertesa associada a un fenomen aleatori, basant-nos en l'estimació i l'experimentació. #EST.PI



Proposta per 4t

- Estimació de longituds i angles a partir de l'experiència o dels atributs d'altres objectes. [ESS]
- Coneixement i ús de l'error absolut i relatiu per convenir i adequar la precisió dels resultats en situacions de mesura. [ESS] #NUM.QU
- Formulació de conjectures sobre l'anàlisi de la incertesa associada a un fenomen aleatori, basant-nos en l'estimació i l'experimentació. #EST.PI